ÇUKUROVA
ULUSLARARASI MULTİDİSİPLİNER ÇALIŞMALAR
KONGRESİ

13-16 Aralık 2018

ADANA

TAM METİN KİTABI

Editörler

Dr. Eda Rukiye DÖNBAK

Samira Khadhraoui ONTUNÇ

ISBN 978-605-7923-36-3

TAM METİN KİTABI

ÇUKUROVA I. ULUSLARARASI MULTİDİSİPLİNER ÇALIŞMALAR KONGRESİ

13-16 Aralık 2018
Adana/TÜRKİYE

Editörler
Dr. Eda Rukiye GÖNBAK
Samira Khadhraoui ONTUNÇ

İKSAD YAYINEVİ®
(TC. KÜLTÜR VE TURİZM BAKANLIĞI YAYINEVİ RUHSAT NUMARASI: 2014/31220)
TÜRKİYE
TR: +90 342 606 06 75 USA: +1 631 685 0 853
E-mail: info@iksad.com
www.iksad.org.tr   www.iksadkongre.org

Yayın Tarihi: 22.12.2018
ISBN – 978-605-7923-36-3

KONGRE KÜNYESİ

KONGRE ADI

ÇUKUROVA I. ULUSLARARASI MULTİDİSİPLİNER ÇALIŞMALAR KONGRESİ

TARİHİ VE YERİ

13-16 Aralık 2018 Adana/TÜRKİYE

DÜZENLEYEN KURUMLAR

İKSAD- İktisadi Kalkınma ve Sosyal Araştırmalar Derneği

KONGRE BAŞKANI

Prof. Dr. Necati DEMİR

DÜZENLEME KURULU BAŞKANI

Doç. Dr. Ömer Okan FETTAHLIOĞLU

GENEL KOORDİNATÖR

Samira Khadhraoui Ontunç

YABANCI ÇAĞRILI KONUŞMACILAR

Anjezë Ditmir- Kosova

Ardana BARBOSSYN- Kazakistan

Mohammed KHAN- Oman

Ahmad FAROZU - Mısır

Д. ЯРОВСКИЙ- Rusya

KONGRE DİLLERİ

Türkçe, İngilizce, Arapça, Rusça

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ MATEMATİKSEL FORMÜLLER VE ÖZELLİKLERE İLİŞKİN KAVRAMSAL ANLAMALARI

Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR
Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü,
gokkurtburcin@gmail.com

ÖZET

Matematiksel formüller, nicelikler arasındaki ilişkiyi göstermeye yarayan kısa cebirsel ifadelerdir Matematik derslerinde çok sayıda formül olduğu için bu ifadeleri ezberlemek oldukça zordur. Matematik dersinin öğretilmesinde işlemsel bilginin ötesinde kavramsal bilginin öğretilmesi önem arz etmektedir. Dolasıyla bu formüllerin ve kuralların öğrenciler ve öğretmenler tarafından anlaşılması gerekmektedir. Çünkü formülleri ve kuralları ezberleyen öğrenciler, rutin olmayan problemlerde problemi çözebilmek için eleştirel düşünmeyebilir. Bu bakımdan, matematiksel kurallar ve formüller öğretilirken onları anlama ve akıl yürütme üzerine odaklanılmalıdır. Bu süreçte önemli bir etken olan öğretmenlerin rolü göz önüne alınırsa, hiç şüphesiz ki öğretmenlerin matematiksel formüller ve kurallarla ilgili kavramsal anlamalarının araştırılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Özellikle de matematik dersi öğretim programlarında öğrenme alanlarından biri olan geometride çok sayıda formül ve kural yer almaktadır. Bu araştırmanın amacı, matematik öğretmenlerinin konveks çokgenler konusunda yer alan matematiksel formüller ve özelliklere ilişkin kavramsal anlamalarını incelemektir. Bu amaç kapsamında araştırmaya 6 matematik öğretmeni (2 Bayan, 4 Bay) katılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen öğretmenlerden üçü sosyo-ekonomik düzey bakımından orta düzeyde olan bir devlet ortaokulunda aktif olarak çalışırken, geriye kalan üç öğretmen de sosyo-ekonomik düzeyi orta düzey olan bir lisede aktif olarak çalışmaktadır. Araştırma modeli olarak nitel yöntemlerden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak, geometri öğrenme alanında dışbükey çokgenlerde sıklıkla kullanılan *(n kenarlı bir konveks çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı* $(n-2).180^{\circ}$ *olması, n kenarlı bir konveks çokgenin tüm köşegenlerinin sayısının* $\frac{n.(n-3)}{2}$ $vb.$) matematiksel formüller ve özelliklere ilişkin 6 sorudan oluşan görüşme formu hazırlanmıştır. Klinik görüşme tekniği ile toplanan veriler, nitel araştırma teknikleri ile analiz edilmiştir. Araştırma sonunda, öğretmenlerin bazılarının çokgenlerle ilgili formüllerin ve özelliklerin altında yatan mantıksal gerekçeyi ifade edebildikleri, bazılarının ise formülleri ezbere bildikleri görülmüştür. Ayrıca kenar sayısı n olan bir konveks çokgenin çizilebilmesi için $(2n-3)$ tane elemanın bilinmesi gerektiği konusunda hemen hemen tüm öğretmenlerin açıklama yapmakta zorlandıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Çokgen, Matematiksel Formüller, Matematik Öğretmeni

1. GİRİŞ

Matematiği kodlamanın ve öğrenmenin birçok yolu vardır. Bunlardan birisi de matematikteki formüllerdir (Fuentes Sepúlveda & Ferres, 2012). Matematiksel formüller, nicelikler arasındaki ilişkileri gösteren kısa cebirsel ifadeler, diğer bir ifadeyle nicelikler arasındaki ilişkileri matematiksel semboller kullanarak özetleyen ifadelerdir (Işık, Albayrak, & İpek, 2005). Matematiksel formüller ve kurallar öğretilirken öğrencilere ezberletmek yerine anlama ve akıl yürütme üzerine odaklanılmalıdır (Jarrah, 2013). Çünkü matematik dersinin tüm öğrenme alanlarında birçok kural ve formül yer almaktadır. Bu öğrenme alanlarından biri de geometridir.

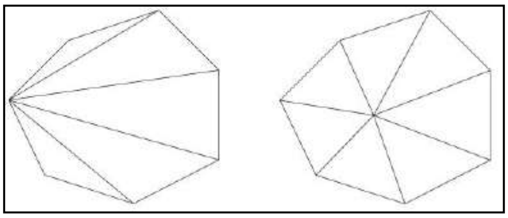
Battista (2007), geometriyi kavramların uzamsal olarak zihinde canlandırılması ve akıl yürütme yollarının analiz edilmesi için kullanılan temsili gösterim sistemlerinin oluşturduğu bir ağ sistemi olarak tanımlamıştır. Bu açıklamaya dayanarak, geometri öğretiminin öğrencilerin kavramları zihinde canlandırabilme, eleştirel düşünme, üç boyutlu nesneleri iki boyutlu nesnelere indirgeyebilme, muhakeme etme becerileri ile ispat becerilerinin gelişmesine katkı sağlaması beklenir (Jones, 2002).

Çocuklar, erken yaştan itibaren, çevrelerindeki çok çeşitli basit ve karmaşık geometrik yapıları gözlemler ve bunlarla ilişkili olan bazı dil edinimlerine kavuşurlar. Çemberler, kareler ve üçgenler gibi şekilleri tanımak için informal öğrenim gerçekleştirip yatay, dikey ve paralel gibi kelimeleri anlamaya başlarlar (French, 2017). Sonrasında ilkokuldan itibaren tüm öğretim kademelerinde geometri konularını öğrenmeye başlarlar (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). French (2017), geometrinin öğretim programına dâhil edilmesinin sebebi olarak, uzamsal farkındalığı kazandırmak, akıl yürütme becerilerini geliştirmek ve matematiksel düşünme becerisini arttırmak olduğunu ifade etmiştir. Craine ve Rubenstein, (1993) matematik eğitimcilerinin öğrencilerin iki boyutlu geometriyi anlamaları için formülleri ve formüller ile iki boyutlu geometrik şekiller arasındaki ilişkiyi anlamaları gerektiği düşüncesini savunmuşlardır. Özellikle dikdörtgenin alan formülünün kavramsal olarak anlaşılması gerektiği üzerinde durarak, bu formülde paralelkenar ve üçgenin alan ölçümlerinin olduğunu ifade etmiştir. Alanyazın incelendiğinde, matematik öğretiminde, genellikle, matematiksel kuralların ve formüllerin anlamlarının göz ardı edildiği, formüllerin ve kuralların kavramsal temellerinin yeterince ön plana çıkarılmadığı, formüllerin ve kuralların ezberletme yoluna gidildiği bir öğretim yapılmaktadır (Gökkurt, 2014; Gökkurt, Şahin ve Soylu 2012; Huang & Witz, 2011; Jarrah, 2013). Barrantes ve Blanco (2006), öğretmen adayları ile yürüttüğü araştırmasında geometri kavramlarının okul yılları esnasında geliştirildiği ve buna bağlı olarak da öğretmen adaylarının matematiği öğretmek için öğrendiklerini ifade etmişlerdir. Araştırmalarında adayların formülleri ezberlemenin ve formülleri gerektiren problemleri çözmenin zor olduğuna inandıklarını, formüllerin arkasında yatan mantıksal sebepleri öğrenemediklerini ve zihinlerinde tutmak için ezberlemek zorunda olduklarını dile getirmişlerdir.

Türkiye'de öğrencilerin geometri öğrenme alanına yönelik sahip olduğu bilgi, beceri ve düşünme düzeyleri incelendiğinde, bu düzeyin düşük olduğu ve öğrencilerin geometriyle ilgili kavramsal bilgiye sahip olmadıkları görülmektedir. 2007 yılında yapılan Beşinci Uluslararası Matematik ve Fen Çalışmalarına (TIMSS) katılan 58 ülke arasında Türkiye'nin, geometri alanında 30. olması bu durumu açıkça göstermektedir. Alanyazında pek çok araştırma öğrencilerin geometri öğrenme alanında birçok zorlukla karşılaştıklarını ortaya koymuştur (Battista & Clements, 1988; Burger & Shaugnessy, 1986; Carroll, 1998; Clements & Battista, 1992; Clements, Swaminathan, Hannibal, & Sarmara, 1999; Meng, 2009; Pusey, 2003). Bu zorluk yaşanılan konulardan biri de Çokgenler konusudur. Yapılan araştırmalar beşinci (Başışık, 2010) ve yedinci sınıf öğrencilerinin (Ay, 2014; Özkan, 2015) çokgenler konusunda kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermektedir.

Çokgenler konusu içinde birçok matematiksel formül, kural ve özellik yer almaktadır. Bunlar genellikle öğrenciler tarafından kavramsal anlamı üzerinde durulmadan doğrudan ezberlenmektedir. Örneğin n kenarlı konveks bir çokgenin özelliklerinden biri, bir köşesinden çizilen köşegenlerle $(n-2)$ tane üçgen oluşmasıdır. Yine n kenarlı konveks bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı ya $n-2$ üçgeni veren bir noktadan tüm üçgenleri çizerek ya da n üçgeni veren her bir noktasını bir iç noktasına birleştirerek çokgeni üçgenlere bölerek belirlenebilir. Her bir üçgen çokgenin, iç açılarının ölçüleri toplamının 180^0 olmasına sebep olur, fakat ikinci durumda iç noktadaki açıların ölçüleri toplamı 360^0 iki kez toplandığı için ilave 360^0 çıkarılmalıdır. Bu iki yaklaşım Şekil 1'de gösterilen iki denk sonucu verir.

$$180(n-2) = 180n - 360$$



Şekil 1. Bir konveks çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı (French, 2017)

Şekil 1'de görüldüğü üzere, formüllerin mantıksal gerekçeleri basit yöntemlerle öğrencilere öğretilebilir. Bu bakımdan, matematiksel kurallar ve formüller öğretilirken onları anlama ve akıl yürütme üzerine odaklanılmalıdır (Jarrah, 2013). Matematiksel formüller üzerine yapılan çalışmalar genellikle çevre, alan veya hacim (Dağlı, 2010; Kordaki & Balomenou, 2006; Outhred & Mitchelmore, 2000; Tan-Şişman & Aksu, 2009) formüllerine ilişkindir. Bu süreçte rol oynayan öğretmenlerin çokgenler konusundaki formüllere ve özelliklere ilişkin kavramsal anlamalarının araştırılmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Böylece, söz konusu araştırmanın öğretmenlerin çokgenler konusundaki formüllere ve özelliklere ilişkin bilgilerindeki eksikleri tespit ederek öğretmen yetiştirme programları ya da hizmet içi programlarının düzenlenmesinde etkili olacağı, dolayısıyla literatürdeki önemli bir eksikliği gidereceği düşünülmektedir.

2. YÖNTEM

2.1 Araştırmanın Deseni

Nitel araştırma yaklaşımının benimsendiği bu araştırmada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma yaklaşımında araştırma süreci esnektir. Bu yaklaşım verilerin ayrıntılı incelendiği ve araştırmanın sonunda açık bir şekilde ifade edildiği bir araştırma yaklaşımıdır (Kohlbacher, 2006). Nitel araştırmada bireylerin davranışlarını doğal ortamında derinden sorgulamayı amaçlaması nedeniyle araştırmacıların bu konuda yoğun ve derin bilgiye ulaşmasını sağlar (Lempp & Kingsley, 2007). Araştırmada öğretmenlerin çokgenler konusundaki formüller ve özelliklerle ilgili kavramsal anlamaları ayrıntılı olarak incelenmeye çalışıldığından bu yöntem tercih edilmiştir.

2.2 Katılımcılar

Araştırmanın amacı kapsamında çalışmaya 6 matematik öğretmeni (2 Bayan, 4 Bay) katılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen öğretmenlerden üçü sosyo-ekonomik düzey bakımından orta düzeyde olan bir devlet ortaokulunda aktif olarak çalışırken, geriye kalan üç öğretmen de sosyo-ekonomik düzeyi orta düzey olan bir lisede aktif olarak çalışmaktadır. Öğretmenlere araştırma öncesinde bilgi verilmiş ve çalışmaya istekli olmaları göz önünde bulundurulmuştur. Araştırmanın etiği gereği öğretmenlerin gerçek isimleri yerine ortaokul öğretmenleri için $OÖ_1$, $OÖ_2$, $OÖ_3$; lise öğretmenleri için de $LÖ_1$, $LÖ_2$, $LÖ_3$ kodlar kullanılmıştır. Bu öğretmenlerden $OÖ_2$ ve $LÖ_1$ bayan olup, araştırma 2017-2018 eğitim öğretim yılının bahar döneminde yürütülmüştür.

2.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

Veri toplama aracı olarak, geometri öğrenme alanında dışbükey (konveks) çokgenlerde sıklıkla kullanılan (*n kenarlı bir konveks çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamının* $(n-2).180^{\circ}$ *olması,* n *kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerin sayısı* $(n-3)$*, n kenarlı bir konveks çokgenin tüm köşegenlerinin sayısının* $\frac{n.(n-3)}{2}$, $vb.$) matematiksel formüller ve özelliklere ilişkin 6 sorudan oluşan görüşme formu hazırlanmıştır. Klinik görüşme tekniği ile toplanan veriler, ses kaydına alınmıştır. Ses kayıtları araştırmacı tarafından bilgisayar ortamına aktarılmış ve öğretmenlerin sorularla ilgili yaptıkları açıklamaların ses dökümleri yazılmıştır. Ses dökümleri detaylı incelenerek araştırmacı tarafından içerik analizine tabi tutulmuştur. Veri analizi sonucunda,

öğretmenlerin bu formüller ve özelliklere ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli, Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz, Çözümü ve Açıklaması Yanlış ve

Çözüm Yok olarak kodlanmıştır. Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli kodunda öğretmen istenilen formülü ya da özelliği yazılı olarak ifade etmekle birlikte açıklamasında mantıksal gerekçesini tam olarak doğru ifade edebilmiştir. Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz cevap kodunda öğretmen istenilen formülü ya da özelliği yazılı olarak doğru ifade etmesine rağmen açıklaması eksik ya da yetersizdir. Çözümü ve Açıklaması Yanlış cevap kodunda ise öğretmenin hem yazılı ifadesi hem de açıklaması yanlıştır. Çözüm Yok kodunda ise öğretmen soruyla ilgili herhangi bir görüş bildirmemiştir. Çalışmanın güvenirliği için verilerin kodlama süreci bittikten sonra araştırmacı, uzmanlık alanı Geometri alanında doktorasını yapan bir öğretim üyesinden verileri bağımsız olarak kodlamasını istemiş ve kodlama yüzdesini Miles ve Huberman (1994)'a göre hesaplamıştır. Kodlama yüzdesinde tam bir uyum (%100) sağlanmıştır.

3. BULGULAR VE YORUM

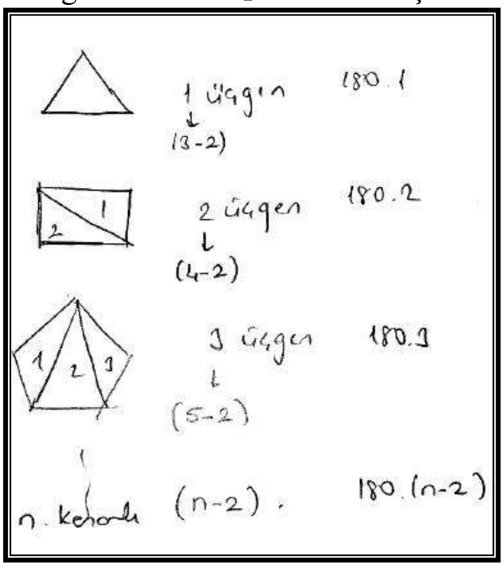
Bu bölümde ortaokul ve lise öğretmenlerinin çokgenler konusundaki matematiksel formüllere ve özelliklere ilişkin yaptıkları açıklamalara ait bulgulara yer verilmiştir. Bulgular, veri analizi sürecinde ortaya çıkan kodlara göre sınıflandırılarak tablolar olarak görselleştirilmiştir. İlk üç soruda matematiksel formüllere ilişkin bulgular, geriye kalan üç soruda da özelliklere ilişkin bulgular sunulmuştur. Ayrıca araştırmada öğretmenlerin yazılı cevaplarından doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Tablo 1. Öğretmenlerin Birinci Soruya Verdikleri Cevaplara İlişkin Kodların Dağılımı

Kodlar	**Öğretmen Kodları**
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli	$LÖ_1$, $LÖ_2$, $LÖ_3$, $OÖ_1$, $OÖ_2$
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz	$OÖ_3$
Çözümü ve Açıklaması Yanlış	-
Çözüm Yok	-

-: İlgili kodda cevap çıkmamıştır

Tablo 1'e göre, öğretmenlerin tamamı birinci sorudaki n kenarlı bir konveks çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını ifade eden $(n-2).180^{\circ}$ formülün nerden geldiğini doğru bir şekilde yazılı olarak ifade etmiştir. Öğretmenlerin cevapları ayrıntılı incelendiğinde $OÖ_3$ dışında diğer öğretmenler, n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen üçgen sayısından formüle ulaşmaya çalışmışlardır. Bununla ilgili olarak $LÖ_2$ 'nin cevabı Şekil 2'de aynen yer verilmiştir.

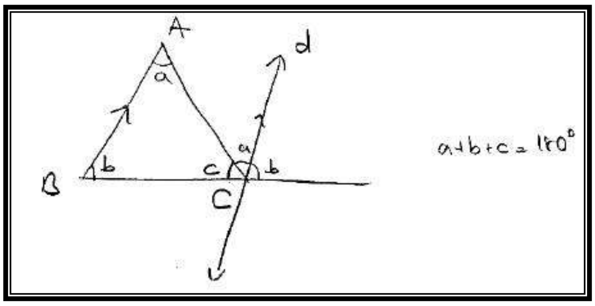


Şekil 2. $LÖ_2$ 'nin birinci soruya ilişkin doğru çözümü

Şekil 2'de katılımcının bu cevabına ilişkin yapılan klinik görüşmede, $LÖ_2$ yaptığı işlemin gerekçesini şu şekilde açıklamıştır:

Araştırmacı: …Yaptığınız çözümü anlatabilir misiniz?

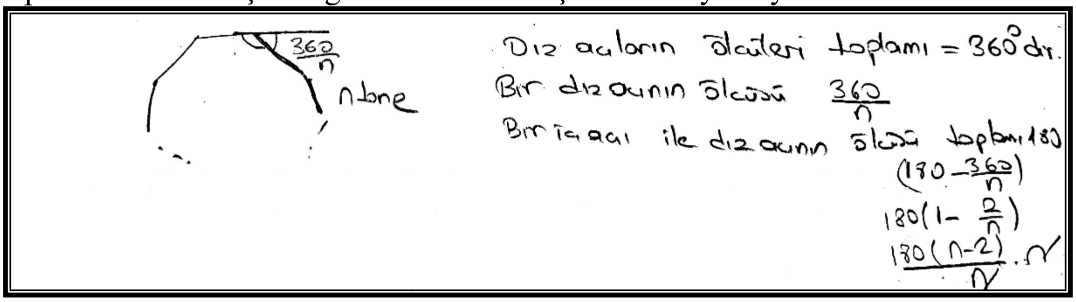
$LÖ_2$: (Katılımcı soruyu okur okumaz hemen çözme eyleminde bulunur). Derslerimde de bu formülü verirken şöyle anlatıyorum. Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının öncelikle nerden geldiğini hatırlatıyorum. (Katılımcı Şekil 3'teki çözümü yapar)



Şekil 3. $LÖ_2$ 'nin üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 180^o olduğunu göstermesine ilişkin çözümü

$LÖ_2$: (Katılımcı çözümü yaptıktan sonra şu açıklamayı yapar). Yukarıda görülen ABC üçgenine, C noktasında geçecek şekilde [AB]'ye paralel olacak şekilde d doğrusu çizelim. Şimdi sıra geldi ortaya çıkan açıları okumaya. Şu açılar yöndeş açılar olduğu için eşittir (Hangi açıların yöndeş olduğunu eliyle gösterir). Bu durumda burası b olur. Şu açılar da iç ters açılar olduğu için eşit olur (Hangi açıların iç ters açı olduğunu eliyle gösterir). Bu durumda bu açı da a olur. Bu açı doğru açı olduğundan dolayı 180 derece olur. Bu durumda; a + b + c = 180° olur. Sonra diğer çokgenleri üçgensel bölgelere ayırırım. n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler çokgeni (n-2) tane üçgensel bölgeye ayırır. Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180^o olduğuna göre (n-2) tane üçgenin iç açıları ölçüleri toplamı n kenarlı bir konveks çokgenin iç açıları ölçüleri toplamını verir. Bu da (n-2).180^o şeklinde ifade edilir o yüzden…

Bu açıklamaya dayalı olarak katılımcının yazılı cevabının altında yatan mantıksal gerekçeyi tam olarak açıklayabildiği görülmektedir. Öğretmenlerden sadece $OÖ_3$, istenilen açıklamayı tam olarak yapamamıştır. Yazılı olarak cevabı doğru göstermiş ancak açıklama kısmında (n-2) ifadesini açıklayamamıştır. Ayrıca yaptığı çözümde genel olarak dışbükey çokgenleri değil dışbükey düzgün çokgenler için gösterebilmiştir. Bu nedenle cevabı "Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz" kodunda değerlendirilmiştir. Katılımcı diğer öğretmenlerin çözümünden farklı olarak dış açıları ölçüleri toplamını kullanmıştır. Öğretmenin cevabı Şekil 4'te aynen yer almaktadır.



Şekil4. $OÖ_3$ 'ün üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 180^o olduğunu göstermesine ilişkin çözümü

$OÖ_3$ ile araştırmacı arasında geçen klinik görüşmede, öğretmen cevabını şu şekilde açıklamıştır.

Araştırmacı:… Çözümünüzü anlatabilir misiniz?

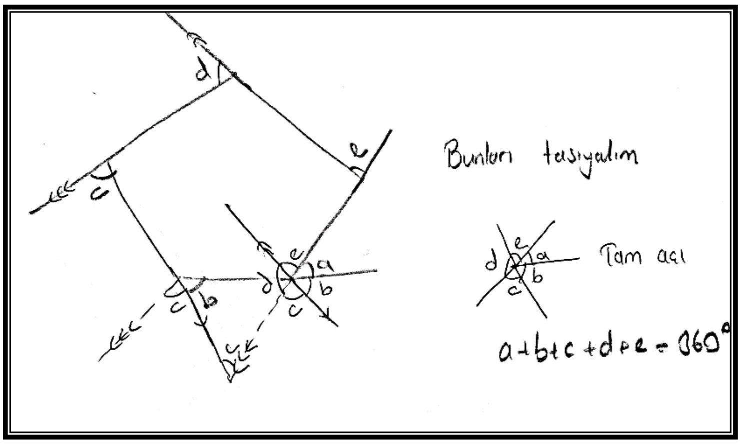
$OÖ_3$: (n-2)'yi hatırlayamadım nerden geldiğini ama şu şekilde yapabiliriz. Dış açıların ölçüleri toplamının 360^o olduğunu gösterdikten sonra $180^0 - \frac{360^0}{n}$ ifadesini veren kenar sayısına bölerek düzgün bir çokgenin iç açısını hesaplamak kolaydır. n kenarlı bir konveks çokgende n tane açı

olduğuna göre bunu n ile çarparız ve sonucu buluruz…
Tablo 2'de öğretmenlerin ikinci sorudaki n kenarlı bir konveks çokgenin dış açıları ölçüleri toplamının neden 360^o olduğuna ilişkin cevaplarına ait bulgular sunulmuştur.

Tablo 2. *Öğretmenlerin İkinci Soruya Verdikleri Cevaplara İlişkin Kodların Dağılımı*

Kodlar	Öğretmen Kodları
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli	$LÖ_1, LÖ_2, LÖ_3, OÖ_2$
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz	$OÖ_1, OÖ_3$
Çözümü ve Açıklaması Yanlış	-
Çözüm Yok	-

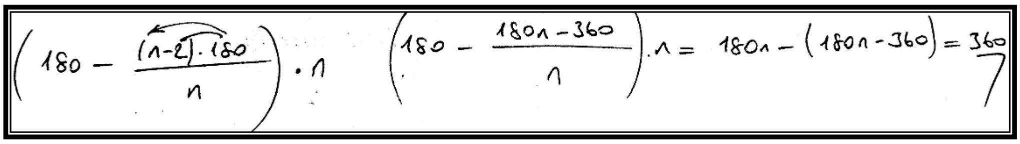
Tablo 2 incelendiğinde, öğretmenin n kenarlı bir konveks çokgenin dış açıları ölçüleri toplamının neden 360^o olduğunu hem yazılı hem de sözel olarak tam olarak doğru açıkladıkları görülmektedir. İki öğretmen de doğru çözüm yapmasına rağmen açıklamaları yetersiz kalmıştır. Çözümü doğru ve açıklaması yeterli olan öğretmenlerden birinin cevabı Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5. $LÖ_2$ 'nin dış bükey beşgenin dış açıları ölçüleri toplamının 360^o olduğunu göstermesine ilişkin çözümü

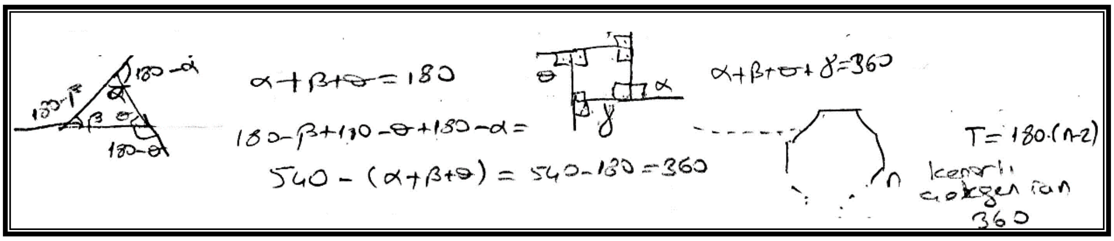
Şekil 5'e bakıldığında, öğretmenin çözümü eksik gibi durmaktadır. Öğretmen sadece n=5 için çözüm yapsa da açıklamasında bu formülün mantıksal gerekçesini açıkça ifade etmiştir. Aşağıda verilen görüşme sürecinden alıntılar bu açıklamayı desteklemektedir.
Araştırmacı:… Neden böyle bir şekil çizdiğinizi açıklayabilir misiniz?
$LÖ_2$: Örneğin düzgün olmayan dış bükey bir beşgen çizelim. Dış açılarına a,b,c,d,e diyelim. a açısının olduğu yere tüm açıları taşıyalım (Katılımcı, a açısından paralel doğrular çizerek, iç ters, yöndeş açıları göstererek tüm açıları aynı yere taşımıştır). Bu açıları birleştirdiğimizde tam açı oluşur. Benzer şekilde n kenarlı bir çokgen için aynı mantıktan yola çıkarsak dış açıları ölçüleri toplamının 360 derece olduğunu gösteririz. Diğer bir yol olarak eğer düzgün çokgenlerde göstereceksem şu şekilde yapabilirim (Katılımcı eline başka bir kâğıt alarak işlem yapar ve yaptığı işlemleri açıklar). (n-2). 180^o /n = Bir iç açısının ölçüsüdür. 180^o -[(n-2). 180^o /n] = Bir dış açısının ölçüsü olur. Bunun sonucu [180n-180n+360]/n = 360/n olur yani Bir dış açısının ölçüsü. Bunu da n ile çarparsak 360^o olur.

Bu çözüme paralel olarak doğru çözüm yapan öğretmenlerin nerdeyse tamamı benzer çözümlerde ve açıklamalarda bulunmuşlardır. $OÖ_2$'nin Şekil 6'daki cevabı buna örnek verilebilir.



Şekil 6. OÖ$_2$ ‘nin çokgenlerin dış açıları ölçüleri toplamının 360^o olduğunu göstermesine ilişkin çözümü

İki öğretmen (OÖ$_1$, OÖ$_3$) bilinen çokgenlerden üçgen ve dörtgenle bu formülü açıklamaya çalışsa da n kenarlı bir çokgen için açıklamaları yetersiz kalmıştır. Bu öğretmenlerden birinin cevabı Şekil 7’de verilmiştir.



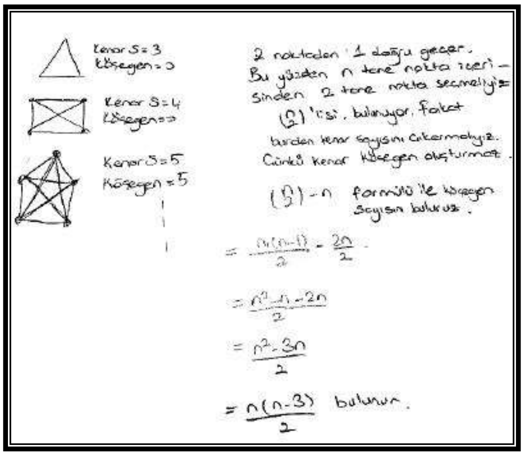
Şekil 7. OÖ$_3$ ‘ün çokgenlerin dış açıları ölçüleri toplamının 360^o olduğunu göstermesine ilişkin çözümü

OÖ$_3$ açıklamasında n kenarlı çokgen için dış açıları ölçüleri toplamının 360^o olduğunu açıklayamadı. Hâlbuki yaptığı çözümü devam ettirip mantıksal gerekçesini tam olarak açıklayabilirdi. Örneğin bir çokgenin iç açılarına a_1, a_2...... a_n dersek dış açılarının ölçüleri (180^o- a_1), (180^o- a_2)…(180^o- a_n) olurdu. Bunları toplarsak 180^o. n- (a_1 + a_2 +…+ a_n) olurdu. İç açıları ölçüleri toplamı (n-2). 180^o olduğuna göre yerine yazarsak 180^o. n- [(n-2). 180^o]= 180^o. n- [180^o.n-360^o]= 180^o. n-180^o. n+ 360^o =360^o olur. Tablo 3’te öğretmenlerin üçüncü sorudaki n kenarlı bir konveks çokgenin tüm köşegenlerinin sayısını veren $\frac{n.(n-3)}{2}$ matematiksel formül ile ilgili cevaplarına ait bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 3. Öğretmenlerin Üçüncü Soruya Verdikleri Cevaplara İlişkin Kodların Dağılımı

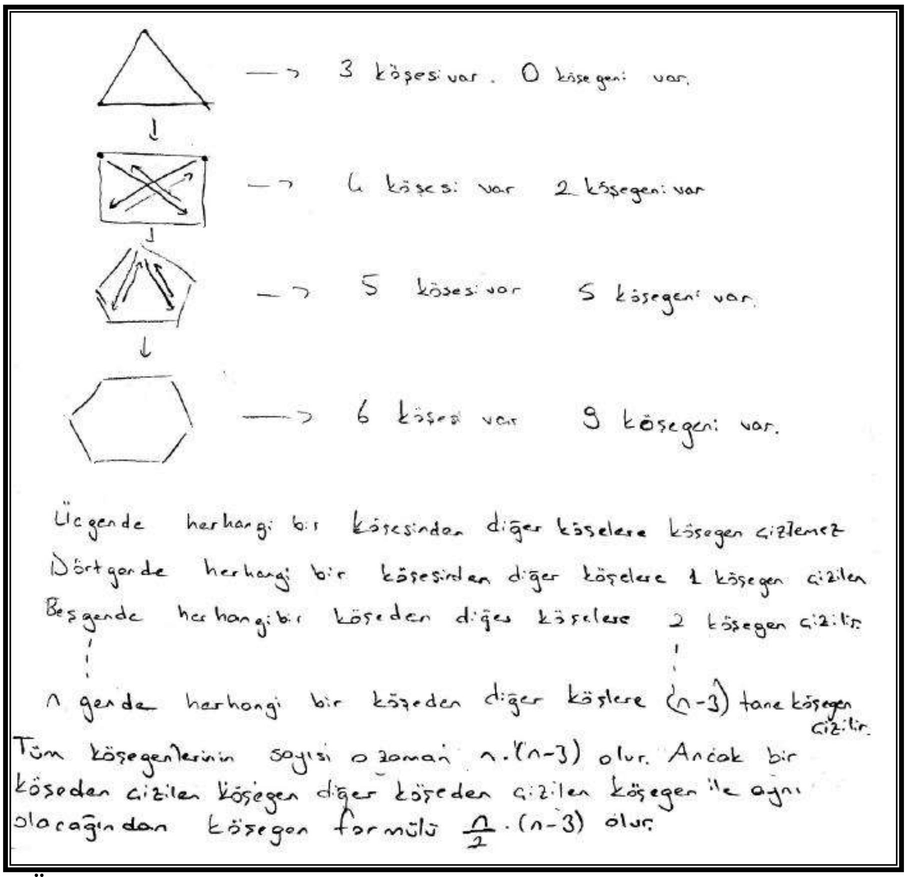
Kodlar	**Öğretmen Kodları**
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli	LÖ$_1$, LÖ$_2$, LÖ$_3$, OÖ$_1$
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz	-
Çözümü ve Açıklaması Yanlış	-
Çözüm Yok	OÖ$_2$, OÖ$_3$

Tablo 3’e göre, dört öğretmen n kenarlı bir konveks çokgenin tüm köşegenlerinin sayısını veren formülün altında yatan mantıksal gerekçeyi açıklayarak yazılı olarak ifade etmişlerdir. İki öğretmen ise bu formülü ezbere bildiklerini ve nereden geldiklerini bilmediklerini belirtmişlerdir. Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli kodunda değerlendirilen öğretmenlerin cevapları incelendiğinde, farklı iki çözüm yaptıkları görülmektedir. Birinci çözüm yolunu kullanan öğretmenlerden LÖ$_1$ ‘in çözümü Şekil 8’de verilmiştir.



Şekil 8. LÖ3 'ün n kenarlı bir konveks çokgenin tüm köşegenlerinin sayısını veren $\frac{n.(n-3)}{2}$ matematiksel formülüne ilişkin çözümü

Şekil 8'e göre öğretmen kombinasyonu kullanmış ve köşegen çizilebilmesi için iki nokta gerektiğini belirtmiştir. n kenarlı bir çokgende n nokta olduğundan n'nin ikili kombinasyonunu almıştır. Sonrasında kenarlar köşegen olamayacağından tüm çizilebilecek köşegen sayısından kenar sayısı olan n'yi çıkararak doğru sonuca ulaşmıştır. Çünkü herhangi üçü doğrusal olmayan n tane nokta ikişer ikişer birleştirilirse, n elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kadar doğru parçası meydana gelir. Buna göre bir çokgenin kenar sayısı ile köşegen sayısının toplamı $\binom{n}{2}$ olacağından bu ifadeden kenar sayısının çıkarılması gerekmektedir (Özhan, 2001). İkinci farklı yolu kullanan öğretmenler ise n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı (n-3)'ü kullanmışladır. Bu yolu kullanan OÖ$_1$ öğretmeninin çözümü ve yazılı açıklaması Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. OÖ$_1$ 'ün n kenarlı bir konveks çokgenin tüm köşegenlerinin sayısını veren

$\frac{n.(n-3)}{2}$ matematiksel formülüne ilişkin çözümü

Tablo 4'te, öğretmenlerin dördüncü soruda "Kenar sayısı n olan bir konveks çokgenin çizilebilmesi için en az (2n-3) tane elemanı bilinmelidir" özelliğine ilişkin verdikleri cevaplara ait bulgular verilmiştir.

Tablo 4. Öğretmenlerin Dördüncü Soruya Verdikleri Cevaplara İlişkin Kodların Dağılımı

Kodlar	Öğretmen Kodları
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli	-
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz	$LÖ_1$, $LÖ_2$
Çözümü ve Açıklaması Yanlış	$OÖ_2$, $OÖ_3$
Çözüm Yok	$LÖ_3$, $OÖ_1$

Tablo 4'te verilen çokgenlerle ilgili özellikte öğretmenlerin çoğu cevap vermekte zorlanmışlardır. Öğretmenlerin çoğunun n kenarlı bir çokgenin çizilebilmesi için 2n-3 tane elemanın nerden çıktığına ilişkin bilgileri ya yanlış ya da eksiktir. Öğretmenlerden beklenen cevap şudur: Bu elemanların (n-2) tanesi kenar (uzunluk); (n-1) tanesi de açı ifadelerini belirtir. Üç iç açısı verilen üçgeni çizemeyiz. Çünkü kenar uzunluklarını bulamayız. Yani verilecek üç n elemandan en az birisi uzunluk olmalıdır. Çokgen en az n−2 üçgenden oluştuğundan, en az (n−2).1=n−2(n−2).1=n−2 uzunluk verilmelidir. İki açısı, bir kenarı (ya da herhangi bir elemanı) verilen üçgen çizilebilir. Demek ki 3 elemandan birisi kenar (ya da uzunluk) ise, diğer ikisi açıdır. O zaman n−2 kenar, n−1 de açı ölçüsü olmalıdır. Toplamda (n−1)+(n−2)=2n−3 olacaktır. Özhan (2001), benzer şekilde bu özelliği şu şekilde açıklamıştır:

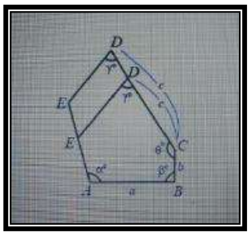
"Üçgenin biri uzunluk olmak üzere üç elemanı ile belirlenebileceğini dile getirmiştir. n kenarlı çokgen, bir köşesinden çizilen köşegenleri yardımı ile (n-2) tane üçgene ayrılacağından, 3(n-2) tane eleman gereklidir. Bu elemanlardan (n-3) tanesi ortak yani köşeden çizilen köşegenler olduğundan;

3(n-2)- (n-3)=3n-6-n+3=2n-3 bulunur. Öyleyse n kenarlı bir dışbükey çokgen 20-3 bağımsız elemanı ile bellidir. Bu elemanların n-2 tanesi uzunluk, n-1 tanesi de açıdır."

İki öğretmen, (n-2)'nin kenar, (n-1)'in açı olacağını söylemiş ama gerekçesini açıklayamamıştır. İki öğretmen de doğru olmayan ifadeler kullanmışlardır. Bununla ilgili olarak, iki katılımcının görüşme sürecinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

"Bu özelliği hatırlayamadım. Ama şu olabilir. (n-3) köşegen sayısı ve n tane açıyı bilmek gerekebilir ($OÖ_2$) "
"…Dörtgen çizilebilmesi için 5 eleman gereklidir. Bunlar 2 açı ve 3 kenardır. Beşgen çizilebilmesi için 7 eleman gerekli olup 3 açı ve 4 kenar bilinmelidir ($OÖ_3$)"

Görüşme alıntıları incelendiğinde her iki öğretmen de doğru olmayan açıklamalarda bulunmuştur. Örneğin, bir beşgenin çizilebilmesi için en az (5—2)=3 uzunluk; en az (5—1)=4 açı bilinmelidir. Şekil 10'da verilen görsel bu durumu örneklendirmektedir.



Şekil 10. Dışbükey beşgen için gerekli elemanlar (4 açı, 3 kenar)

Görüşme formundaki beşinci soru iki alt sorudan oluşmaktadır. Birinci alt soru "n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerin sayısı $(n-3)$'tür." İkinci alt soru da "n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerle çokgen $(n-2)$ üçgene ayrılır. " özelliğine yöneliktir. Tablo 5'te öğretmenlerin beşinci sorudaki "n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerin sayısı $(n-3)$'tür" ile "n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerle çokgen $(n-2)$ üçgene ayrılır" özelliklerine verdikleri cevaplara ilişkin bulgular verilmiştir. İkinci ve üçüncü sorudaki formüllerde bu ifadeler yer aldığı için öğretmenleri yönlendirmemek adına bu özellikler, beşinci soruda sorulmuştur.

Tablo 5. Öğretmenlerin Beşinci Soruya Verdikleri Cevaplara İlişkin Kodların Dağılımı

Kodlar	**Öğretmen Kodları**	
	1. alt soru	**2. alt soru**
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli	$LÖ_1$, $LÖ_2$, $LÖ_3$, $OÖ_1$, $OÖ_2$, $OÖ_3$	$LÖ_1$, $LÖ_2$, $LÖ_3$, $OÖ_1$, $OÖ_2$, $OÖ_3$
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz	-	-
Çözümü ve Açıklaması Yanlış	-	-
Çözüm Yok	-	-

Tablo 5'e göre öğretmenlerin tamamı bu özellikleri örnekler üzerinde göstererek kavramsal olarak doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir. $OÖ_2$ ve $OÖ_3$ öğretmenleri, üçüncü soruda n kenarlı bir konveks çokgenin tüm köşegenlerinin sayısını veren formülün nereden geldiğini açıklayamamasına rağmen (n-3)'ü açıklayabilmişlerdir. Bu açıklamaya dayanarak her iki öğretmenin bu özelliği yani bu ifadenin anlamını bildikleri ancak tüm köşegenlerin sayısını veren formül ile bu özellik arasındaki bağlantıyı kuramadıkları söylenebilir. Benzer şekilde, $OÖ_3$ birinci soruda (n-2)'nin ne olduğunu hatırlayamamış ancak özellik olarak bu ifadeyi görünce anımsamıştır. Altıncı soruda öğretmenlerden birer düzgün çokgen çizmeleri ve düzgün çokgenin özelliklerini açıklamaları istenmiştir. Öğretmenlerin bu soruya ilişkin verdikleri cevaplara ait bulgular Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Öğretmenlerin Altıncı Soruya Verdikleri Cevaplara İlişkin Kodların Dağılımı

Kodlar	**Öğretmen Kodları**
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yeterli	$LÖ_1$, $LÖ_2$, $LÖ_3$, $OÖ_1$, $OÖ_2$
Çözümü Doğru ve Açıklaması Yetersiz	$OÖ_3$
Çözümü ve Açıklaması Yanlış	-
Çözüm Yok	-

Tablo 6'daki bulgulara göre, öğretmenlerin tamamı düzgün çokgene yönelik doğru çizim yapmışlardır. Sadece $OÖ_3$, görsel olarak doğru çizmesine rağmen açıklamasını eksik yapmıştır. Bununla ilgili olarak $OÖ_3$, hem iç açılarının ölçüsü, hem de kenar uzunluklarının ölçüsü eşit olan düzgün bir altıgen çizmesine rağmen açıklamasında sadece kenar uzunluklarının eşit olması gerektiğini belirtmiştir. Ancak düzgün çokgen olabilmesi için iç açıları ölçüleri de eşit olmak zorundadır. Örneğin eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları eşit olmasına rağmen tüm iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olmadığından düzgün çokgen değildir.

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Öğretmenlerin dışbükey çokgenlerle ilgili matematiksel formüller ve özelliklere ilişkin kavramsal anlamaları incelendiğinde, öğretmenlerin bazılarının çokgenlerle ilgili formüllerin ve özelliklerin altında yatan mantıksal gerekçeyi ifade edebildikleri, bazılarının ise formülleri ezbere bildikleri görülmüştür. Özellikle kenar sayısı n olan bir konveks çokgenin çizilebilmesi için en az $(2n-3)$ tane elemanın bilinmesi gerektiği üzerinde hemen hemen tüm öğretmenlerin açıklama yapmakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu durumun sebebi olarak, öğretmenlerin çokgenler konusunda kavramsal bilginin ötesinde işlemsel bilgi üzerinde durarak çokgenlerle ilgili soru çözümüne odaklanmaları gösterilebilir. Oysa çokgenler konusunda soru çözmeden önce, öğretmenler tarafından çokgenin tam olarak ne olduğu, bir çokgenin çizilebilmesi için hangi elemanlara ihtiyaç duyulduğu öğrencilere kavratılması önerilmektedir.

Bu araştırmanın sonuçlarından bir diğeri, lise matematik öğretmenlerinin ortaokul matematik öğretmenlerine göre yaptıkları çözümlerin ve açıklamaların daha yeterli olmasıdır. Bu sonucun ortaya çıkmasının sebebi olarak; ortaöğretim kademesindeki geometri öğrenme alanında konuların daha fazla alan bilgisi gerektirmesi ve geometride birçok teoremin ispatlarına yer verilmesi gösterilebilir. Özellikle $ÖO_3$'ün çözümleri ve açıklamaları incelendiğinde, katılımcının açıklamalarının yetersiz olduğu ortaya çıkmıştır. Bu sonuca paralel olarak alanyazında birçok çalışma öğretmenlerin (Gökkurt, 2014) ve öğretmen adaylarının (Koçak, 2015) çoğunun geometri öğrenme alanında özellikle kürenin hacim formülünün nerden geldiğini bilmediklerini ve bu formülü ezberlediklerini göstermiştir. Outhred ve Mitchelmore (2000), alan formülü üzerine odaklandıkları araştırmalarında, öğrencilerin formülleri kavramsal olarak anlamadıklarını belirtmişlerdir.

Matematik dersinde formül sayısının çok fazla oluşu dikkate alınırsa, öğretmenlerin ve hizmet öncesinde öğrenim gören öğretmen adaylarının bu formüllerin kavramsal anlamalarını bilmeleri gerektiği düşünülmektedir. Formüller zamanla unutulabilir. Eğer formülleri temsil eden her değişkenin ve sayısal değerlerin anlamları bilinirse, bireyler formülü ezberlemeden de bu formüllere kendisi ulaşabilir. Barrantes ve Blanco (2006), öğrencilere doğrudan formülleri vererek ezberlemelerini istemenin, matematiğin birbirinden bağımsız formüller yığını olarak görülmesinin kaçınılmaz olduğunu belirtmişlerdir. Craine ve Rubenstein, (1993) matematik eğitimcilerinin öğrencilerin konuyu anlamaları için formüller ile iki boyutlu geometrik şekiller arasındaki bağlantıyı kurmaları gerektiği düşüncesini savunmuşlardır. Craine ve Rubenstein, dikdörtgenin alan formülünün temelinde paralelkenar ve üçgenin alan ölçümlerinin olduğunun öğrenciler tarafından keşfedilmesi gerektiğine vurgu yapmışlardır. Bu açıklamalara dayalı olarak, öğrencilerin matematiği zor ve formül yığınından oluşan bir disiplin olarak görmemeleri ve nitelikli öğretmenlerin yetişmesi adına, lisans eğitimi boyunca verilen Geometri Öğretimi, Özel Öğretim Yöntemleri I-II gibi derslerde öğretim üyelerinin bu formüllerle ilgili öğretmen adaylarının akıl yürütme becerilerini geliştirici ortamlar sunmaları önerilmektedir. Öğretmenlerin de derslerinde gösterdikleri tüm formüllerin nerden geldiğine ilişkin öğrencilere tartışma fırsatı vermeleri ve formülleri öğrencilerin oluşturmaları için onlara rehberlik etmeleri önerilmektedir. Bu araştırma çokgenler konusu ile sınırlıdır. Benzer çalışmaların öğretmenler ve öğretmen adayları ile yürütülerek matematik dersinin farklı konularında yer alan matematiksel formüller üzerine yapılması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

1. Ay, Y. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve nedenlerinin belirlenmesi.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ege Üniversitesi, İzmir.

2. Barrantes, M. & Blanco, L. J. (2006). A study of prospective primary teachers' conceptions of teaching and learning school geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*(5), 411-436.
3. Başışık, H. (2010). *İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularındaki kavram yanılgılarının belirlenmesi.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
4. Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Greenwich, CN: Information Age.
5. Battista, M. T. & Clements, D. H. (1988). A case for a logo-based elementary school geometry curriculum. *Arithmetic Teacher, 36*(3), 11-17.
6. Burger, W. F. & Shaughnessy, M. (1986). Characterizing the van hiele levels ofdevelopment in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 17*(1), 31- 48.
7. Carroll,W. M. (1998).Geometric knowledge of middle school students in are form based mathematics curriculum. *School Science and Mathematics, 98*(4), 188-197.
8. Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial understanding. *Handbook ofresearch mathematics teaching and learning*.(Ed. D. A. Grouws). New York: McMillan Publishing Company. pp. 420-465.
9. Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A., & Sarmara J. (1999). Young children's concept of shape. *Journal For Research in Mathematics Education, 30*(2), 192-212.
10. Craine, T. V. & Rubenstein, R. N. (1993). A quadrilateral hierarchy to facilitate learning in geometry. *The Mathematics Teacher*, *86*(1), 30-36.
11. Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanılgıları.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.
12. French, D. (2017). Çokgenler simetri ve açı özellikler (L. Akgün Çev.). B. Gökkurt Özdemir & T. Uygun (Ed.), *Geometri öğretimi ve öğrenimi* (1. Baskı). Ankara: Anı yayıncılık.
13. Fuentes Sepúlveda, J. & Ferres, L. (2012). Improving accessibility to mathematical formulas: the Wikipedia Math Accessor. *New Review of Hypermedia and Multimedia*, *18*(3), 183-204.
14. Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Eğitim Bilimleri Enstitüsü Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
15. Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies, 5*(8), 997–1012.
16. Huang, H. M. E. & Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and instruction*, *21*(1), 1-13
17. Işık, C., Albayrak, M., & İpek, A.S. (2005). Matematik öğretiminde kendini gerçekleştirme. *Kastamonu Eğitim Dergisi 13(*1*),* 129-138.
18. Jarrah, A.M. (2013). *Investigation of jordanian pre-service teachers' beliefs about learning and teaching of mathematics*. (Unpublished doctoral dissertation). University of Missouri, Kansas City.
19. Jones, K. (2002), Issues in the teaching and learning of geometry. In: Linda Haggarty (Ed), *Aspects of teaching secondary mathematics: perspectives on practice* (Chapter 8, pp 121-139). London: RoutledgeFalmer.
20. Koçak, M. (2015). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel formülleri anlamlandırabilme ve matematiksel formüller ile ilgili öğretim strateji bilgilerinin incelenmesi.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Eğitim Bilimleri Enstitüsü Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
21. Kohlbacher, F. (2006). The use of qualitative content analysis in case study research. *Forum: Qualitative Social Research 7*(1), 21.

22. Kordaki, M. & Balomenou, A. (2006). Challenging students to view the concept of area in triangles in a broad context: Exploiting the features of Cabri-II. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *11*(1), 99-135.
23. Lempp, H. & Kingsley, G. (2007). Qualitative assessments. *Best Practice and Research Clinical Rheumatology*, *21*(5), 857-869.
24. Meng, C.C. (2009). Enhancing students' geometric thinking throughphase based ınstructionusing geometer's sketchpad: a case study. *Journal Pendidik dan Pendidikan, 24*, 89-107.
25. Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook. (Second Edition).* California: SAGE Publications.
26. Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *Matematik dersi (İlkokul ve Ortaokul 1,2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı ve kılavuzu.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
27. Outhred, L. N. & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(2), 144-167.
28. Özkan, M. (2015). *7. sınıf öğrencilerinin çokgenlerde ve özel dörtgenlerde yaptıkları kavram yanılgılarının incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Sosyal Bilimler Enstitüsü, Çukurova Üniversitesi, Adana.
29. Özhan, F. (2001). *Lise geometri 2 ders kitabı.* Eskişehir: Bem Dağıtım.
30. Pusey, E. L. (2003). *The Van Hiele model of reasoning in geometry: a literature review.* (Unpublished master's thesis). North Carolna: North Carolna State University, A.B.D.
31. Tan-Şişman, G. & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online, 8*(1), 243-253.
32. Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS] (2007). http://timss.bc.edu/timss2007/index.html. İndirme tarihi: [10.11.2018].