Felsefe ve Bilim Tarihi Yazıları

Hakemli Dergi

dörtöge

Yıl:2 Sayı:3 2013-1

Hakemli Dergi

Felsefe ve Bilim Tarihi Yazıları

dörtöğe

ISSN: 2146-7064

Yerel Süreli Yayın

Yıl: 2 Sayı: 3 - Nisan 2013

Hakemli dergidir altı ayda bir yayınlanır.

Kuruluş Tarihi: 01.01.2012

İmtiyaz Sahibi:
Nobel Akademik Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Tic. Ltd. Şti. Adına Nevzat ARGUN

Yayın Editörü:
Prof. Dr. Yavuz UNAT

Yazı İşleri Müdürü:
Hilal SÜSLÜ ARGUN

Görsel Tasarım ve Mizanpaj:
İlknur GÜÇLÜ-Şerikan KARA

Baskı-Cilt: *Sonçağ Matbaacılık Sertifika Nu: 25931*

Sekreterler

Araş. Gör. Ercan SALĞAR
Kastamonu Üniversitesi, Felsefe Bölümü

Uzman Deniz KUNDAKÇI
Kastamonu Üniversitesi, Felsefe Bölümü

Sibel ÖZSAVAŞ
Kastamonu Üniversitesi, Uluslararası İlişkiler Uzmanı

İletişim:
Prof. Dr. Yavuz UNAT
Kastamonu Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, Kuzeykent, 36100, Kastamonu
Gsm: 0542 454 12 24
e-posta: dortogedergisi@gmail.com
yunat@kastamonu.edu.tr – hilalargun@nobelyayin.com

Yazışma Adresi:
Abdulkadir Geylani Cad. No: 2-A Yenimahalle Ankara
Tel: 0312 418 20 10-Faks: 0312 418 30 20
www.nobelyayin.com/dortoge e-posta: dortoge@nobelyayin.com

Abonelik: *Nobel Akademik Yayıncılık'ın aşağıda belirtilen hesaplarına abonelik ücretini yatırdıktan sonra, havale, ad-soyad ve adres bilgilerinizi faks numaramıza veya dortoge@nobelyayin.com adresimize yolladığınızda aboneliğiniz gerçekleşecektir.*

Yıllık abonelik: 30 TL
Öğrenci abonelik: 20 TL
Kurumsal abonelik: 40 TL

Nobel Akademik Yayıncılık Tic. Ltd. Şti.
İş Bankası Meşrutiyet Ankara Şubesi Hesap No: 4213 0977915
IBAN: TR49 0006 4000 0014 2130 9779 15
Posta Çeki Hesabı: 6358768

İÇİNDEKİLER

ÖKLİT DIŞI GEOMETRİYE GİDEN YOLDA İSLAM DÜNYASI MATEMATİKÇİLERİ*

*İrem ASLAN***

Özet

Öklid'in V. postulatı tarih boyunca matematiğin karşılaştığı birkaç bunalımdan biri olmuştur. V. postulat Geometri bilimi başta olmak üzere tüm bilimlerde, bilimsel yöntemin ne olması gerektiği ile ilgili tartışmalara yol açmıştır. Gerek ifadesinin karışıklığı, gerekse içerdiği sonsuzluk iması, onu matematikçilerin gözde problemi haline getirmiştir. Matematiğin nesneleri, konusu ve temelleri ile ilgili de birçok tartışmaya yol açan bu postulatın yol açtığı sorunun neticeye kavuşması, 18. yüzyılın sonuna kadar beklemiştir. Sonuç olarak Öklid dışı geometriler ortaya çıkmıştır, bu sayede geometri sentetik bir bilim olmaktan çıkarak analitik bilimler kategorisine girmiştir. Postulat kavramı yeniden tanımlanmış ve postulatların sadece birer varsayım olduğu ortaya çıkmıştır. Bir manada V. postulat matematiğin mutlak doğruluk iddiasını da yıkmıştır. Bu problemin çözümünde ve sonraki yüzyıllara aktarılmasında İslam Dünyası bilginlerinin yeri çok mühimdir.

Anahtar kelimeler: Öklid, Elementler, 5. postulat, Öklid dışı geometriler.

* Bu makale, Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü'nde hazırlanmış ve "Orta Çağ İslam Dünyasında V. Postulat Geleneği" başlıklı yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezinden üretilmiştir.

** Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih Coğrafya Fakültesi, Felsefe Bölümü, Bilim Tarihi Anabilim Dalı, Doktora öğrencisi; iremaslan8@yahoo.com.

Abstract

The 5th postulate of Euclides lies at the origin of arguably the greatest crisis in the history of mathematics. That gave rise to methodological problems not only in mathematics but also in natural sciences. Its intricacy as well as its implicit relation with the problem of infinity attracted the attention of many scholars. The question was satisfactorily settled in Europe in the late 18th century. The preservation, annotation, and transmission of the Greek research relating to the 5th postulate, as well as numerous significant orijinal contributions to its clarification, constitute a monumental achievment of the Medieval Islamic science.

Keywords: Euclides, Elements, 5th postulate, Non Euclidean Geometries.

Elementler ve V. Postulat

Elementler, geometri biliminin mantıksal yapısına şekil vermiş ve asırlarca mantıksal mükemmellik örneği olmuştur. Toplamda, 13 kitap ve 465 önermeden oluşur. Sonraki tarihçiler; Hypsicles'in (M.Ö 190-120 civarı) yazdığı (veya bulduğu) bir 14. cildin varlığından bahsetmişlerdir (Heath, 1921: 192). İbn Nedim'in söylediğine göre de Öklid'in bir öğrencisi olan Hypsicles tarafından İskenderiye'de 14. ve 15. kitap bulunmuş ve dönemin kralına sunularak, *Elementler*'e eklenmiştir (İbn Nedim, 1970: 636). Öklid dışı geometrilere kapı açmış olan V. postulatın bulunduğu I. kitap, tanımlarla başlar. Burada her matematiksel nesnenin tek tek tanımı verilmiştir. Paralel çizgilerin tanımı dâhil, toplam 23 adet tanım bulunmaktadır. Sonra 5 adet postulat[1] gelir. Postulatlar ispata gerek duyulmadan kabul edilecek genel doğrulardır. Daha sonra gelecek önermelerin ispatlarının dayanaklarını teşkil ederler. Öklid'in meşhur postulatları şöyle ifade edilebilir.

I. Herhangi iki noktadan bir doğru geçer.

II. Bir doğru parçası doğrusal bir çizgi halinde sürekli uzatılabilir.

III. Belli bir merkez ve uzaklıkla bir çember çizilebilir.

IV. Tüm dik açılar birbirine eşittir.

V. Verilen iki doğru başka bir doğru tarafından kesildiğinde, aynı tarafa bakan açıların toplamı iki dik açıdan küçük oluyorsa, verilen doğrular, bu tarafta sonsuza dek uzatıldıklarında mutlaka kesişirler.

Bu postulatlardan sonra 5 adet aksiyom (genel doğrular)[2] gelir. Öklid,

---

1 αἰτήματα

2 Belit, aksiyom (ἀξίωματα)

Elementler'inde aksiyom kelimesi yerine, Aristoteles'i takip ederek, ortak şeyler manasına gelen "κοιναί εννοιαι" (common options ya da notions) terimini kullanmıştır (Heath, 1921: 362-364). Aksiyomlar, mantıksal olarak kolayca kabul edilebilecek genel gerçeklerdir. Örneğin, "aynı şeye eşit olan şeyler birbirine eşittir" gibi. Bu noktada postulatın aksiyomdan farkı merak edilebilir. Temel olarak aksiyom, tüm alanlar için geçerli daha geniş doğrulardır. Postulatlar ise belirli alanlara mahsus genel gerçeklerdir. Öklid'in aksiyomları şunlardır;

I. Aynı şeye eşit olan şeyler birbirine eşittir.

II. Eşitlere eşitler eklenirse sonuç eşit olur.

III. Eşitlerden eşitler çıkarılırsa kalanlar eşit olur.

IVb.irbiriyle çakışan şeyler birbirine eşittir.

Vb.ütün parçasından büyüktür.

Aksiyom ve postulat kavramının farkını anlayabilmek için, onları ilk ortaya koyan Öklid'in aksiyom ve postulatları karşılaştırıldığında açıkça görülecektir ki postulatları anlayabilmek için tanımlara ihtiyaç duyulmaktadır. Örneğin, nokta tanımı olmadan iki noktadan bir doğru geçeceği gerçeği pek bir anlam ifade etmez, ya da Öklid'in 15. tanımda verdiği çember tanımı olmadan III. postulat havada kalacaktır. Ancak aksiyomlar hiçbir tanım kullanmadan kurulabildiği gibi, anlaşılması için de hiçbir tanıma ihtiyaç duyulmaz.

Karanlık Çağın parlak bilgini Proclus (M.S 410-485, Bizans), Öklid'in aksiyom ve postulatları arasındaki farkı açıklamak için 3 yöntem belirlemiştir. Bunlardan birincisi, postulat ve aksiyom arasındaki farkı, problem ve teorem arasındaki farka benzetir. Burada postulatın, bir yapıyı bildiren ve doğrulayan özelliği vurgulanmak istenmiştir. İkinci olarak, postulatı geometrik anlamda bir önermeye (proposition) benzetmiştir. Aksiyom ise hem geometrik, hem de aritmetik anlamda bir önermedir. Proclus; postulatların alanlarıyla ilgili gerçekleri, aksiyomların ise bahsi geçen alan dışındaki genel gerçekleri de açıkladığını, bu ikinci ayrım yöntemiyle vurgulamaktadır. Üçüncü ve son yönteme (ki bu yöntemi Aristoteles de desteklemiştir) göre, aksiyom kendi içinde ve içerdiği kelimelerden (kelimelerin anlamlarından) dolayı doğrudur, başka deyişle doğruluğunu kelime anlamlarına borçlu olan önermelerdir, postulatlar ise adı geçen anlamda ispata gerek duyulmadan kabul edilirler. Dolayısıyla aksiyomlar kendiliğinden bir anlam içerdiğinden, anlaşılmaları daha kolay ve aşikârdır (Bonola, 1955: 18).

Aksiyomlardan sonra bugün teoremler dediğimiz "önermeler"[3] gelmektedir. Bu teoremlerde tanım ve postulatlar kullanılarak çeşitli önermeler açıklanmış ve ispat edilmiştir.

Açıklamaya çalıştığım bu aksiyomatik sistem, ilk defa Öklid'in çalışmalarının bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Öklid, *Elementler* ile matematik başta olmak üzere tüm bilimlere aksiyomatik bir metodoloji örneği sunmuş ve kabul görmüştür. Öklid'den sonra Arşimet'in (M.Ö 287-212, Siracusa), mekanik alanındaki bulgularını *Düzlem ve Dengeler Üzerine* isimli eserinde; aksiyomatik bir sistemle sunmuş olması ve 25 teoremini 3 postulata dayanarak ispatlaması, bunun en açık örneklerindendir (Yıldırım, 1988: 29).

Tarih boyunca birçok Antik ve Orta Çağ âlimi ilk üç postulatla, son iki postulatı birbirinden ayırmıştır. Bunun başlıca sebebi, ilk üç postulatın geometrik şekilleri tarif eden bir çeşit "inşa etme" postulatı olması, son iki postulatın ise yargı içeren yapıları bakımından birer teorem niteliği taşımasıdır. Dolayısıyla ilk üç postulatta ispata gerek duyulmazken, dört ve beşinci postulatlar için ispatın gerekli olduğu düşünülmüştür.

V. postulat paraleller postulatı olarak da bilinir, orijinal ifadesi yukarıda da verildiği üzere "İki doğru, başka bir doğru tarafından kesildiğinde, aynı tarafa bakan açıların toplamı iki dik açıdan küçük oluyorsa, bu doğrular, bu tarafta sonsuza dek uzatıldıklarında mutlaka kesişirler." şeklinde Türkçe'ye çevrilebilir. Ancak Playfair aksiyomunda[4] söylendiği gibi, "Bir doğruya o doğrunun dışındaki bir noktadan geçen ve o doğruya paralel yalnız bir doğru çizilebilir." demek, "Bir üçgenin iç açılarının toplamı 180°'dir." demek veya Nasıreddîn Tûsî'nin (1201-1274) varsayımı gibi "Benzer ve çakışmayan üçgenler vardır." demek, V. postulatı farklı yollardan ifade etmek manasına gelir. Tüm bu tanımlar, V. postulatın kendisinden başka bir şey değillerdir. Dolayısıyla, V. postulatı ispatlamakla ona denk bir başka ifadeyi ispatlamak aynı şey demektir. Ünlü matematik tarihçisi T. L. Heath, V. postulata denk olan ifadelerin bir listesini vermiştir. Bu ifadeler şöyledir:

"1. a) Playfair aksiyomu.

   b) Playfair aksiyomu'nun bir başka ifadesi olan, "Aynı doğruya paralel olan doğrular birbirlerine de paraleldir" ifadesi.

2. Öyle doğrular vardır ki, aralarındaki mesafe hep aynıdır.

---

3 İngilizcesi, "propositions" kelimesidir.

4 John Playfair'ın (1748-1819) meşhur ettiği, ancak Proclus'un fikrine dayanan ve birçok İslam bilgini tarafından Playfair'den önce de kullanılan aksiyom.

3. Öyle bir üçgen vardır ki, iç açıları toplamı iki dik açıya eşittir.[5]
4. Verilen herhangi bir şekil için, ona benzer olan başka boyutlarda bir şekil bulunur.[6]
5. Dik açının üçte ikisinden küçük (60°'den küçük) bir açının içindeki herhangi bir noktadan, açının her iki kolunu da kesecek bir doğru çizilebilir.
6. Aynı doğru üzerinde olmayan herhangi üç noktadan, bir çember çizilebilir.

   (Bu ifade, ileride bahsi geçecek olan ünlü matematikçiler Legendre ve Bolyai'de bulunmaktadır.)
7. "Eğer bir düzlem; üçgenin alanının, verilen herhangi bir alandan daha büyük olmasının mümkün olduğunu kanıtlayabilirsem, tüm geometriyi kesinlikle mükemmel bir şekilde kanıtlayabilecek konumda olacağım." (Gauss'un 1799'da W. Bolyai'ye yazdığı mektuptan alıntı)
8. Eğer bir dörtgende üç açı dikse, dördüncü açı da diktir.

   (Bu ifade ibn Heysem'in varsayımına dayanır.)
9. Eğer iki doğru paralelse, bu doğrular ortak kesenlerinin orta noktasına göre simetriktirler."(Heath, 1956, s. 220).

V. postulata denk bu ifadeleri bilmek, ispat girişimlerini inceleyebilmek açısından çok önemlidir. Çünkü V. postulata denk bir ifade, ispatın içinde geçtiği anda ispatın geçerliliği ortadan kalkmış olur. Bu hataya *petitio principii* denir. Yüzyıllarca birçok bilgin ispatlarında V. postulata denk kabullerde bulunarak bu hataya düşmüştür. İnceleyeceğimiz ispatların çoğunda da bu hatayı göreceğiz.

Öklid'den sonra gelen matematikçilerin çoğu, özellikle V. postulatı ispatlamaya çalışmışlardır. Aslında; birçok Antik ve Orta Çağ âlimi, Öklid'in bu postulatın tersi olan I. kitap 28. teoremi ispat etmesini, fakat bu postulatın ispatını vermemiş olmasını yadırgamıştır. Öklid 28. teoremi V. postulata müracaat etmeden ispatlamaya çalışmış, V. postulatı ilk defa I. kitap 29. önermenin ispatında kullanmıştır.

Kimilerine göre, V. postulatın bu kadar üzerine düşülmesinin sebebi ifadesindeki karışıklıktan ileri gelmektedir. Bana göre bu açıklama, V. pos-

---

[5] İç açıları 180°'ye eşit olan bir tane üçgen bulmak, bunu tüm üçgenlere genellemek için yeterli bir koşuldur. Aynı sebepten bir dörtgenin iç açılarının toplamının 360° olduğunu söylemekle de aynı ispat hatası yapılmış olunur.

[6] Örneğin, bir üçgenin açıları sabit kalacak şekilde her kenarının iki katının alınmasıyla oluşacak bir başka üçgen, ilk üçgene benzer olacaktır. Bu varsayım, Nasıreddîn Tûsî'nin varsayımıdır.

tulatın doğurduğu sonuçları bilen bizler için, bu postulatı ispata girişmiş önemli matematikçilerin sezgi gücünü hafife almaktan başka bir şey değildir. V. postulata yüklenmiş daha farklı felsefi ve matematiksel anlamlar vardır. Bunlardan birisi *sonsuzluk kavramı* ile ilgilidir. V. postulattaki çizgiler sonsuza kadar uzatıldığı takdirde, ifadesi sonsuzluğun varlığını ya da yokluğunu gündeme getirmiş, V. postulatın ispatı bir manada sonsuzluğun ispatı sayılmıştır. İlerdeki bölümlerde daha detaylı anlatacağımız üzere, Simplicius (yaklaşık 500), bahsi geçen manada sonsuz kavramından haberdar olduğunu açıkça dile getirmekle birlikte; sonsuzun aslında olmadığını iddia etmektedir. Bu zatın V. postulatı hem ispata kalkışmış, hem de konuyu sonsuzluğun varlığıyla ilişkilendirmiş olması, onun konuya ne derece hâkim olduğunu ve V. postulatı ispatlama girişiminin ifade karışıklığından farklı bir sebep içerdiğini açıkça gözler önüne sermektedir.

Sonsuz meselesi kendiliğinden önemli bir konu olmakla birlikte, matematiğin mahiyetini belirlemek açısından da önem taşımaktadır. Sonsuzluğun var olması ve matematiğin bununla uğraşması, matematiğin tek derdinin fizik dünya[7] problemleri olmaması anlamına gelmektedir. Bu noktada, matematik felsefesinin en temel sorunlarından birisi olan, matematik, fizik dünya için mi vardır, yoksa onun derdi fiziksel dünyayı açıklamaktan farklı mıdır sorusuna varılabilir. Bu konunun V. postulatla esas bağlantısı, V. postulatın, o döneme gelinceye kadar uğraşılmış tüm problemlerden farklı olarak, ilk defa pratik bir çözüm sunma çabasında olmayan bir ifade içermesi ve anlam taşımasıdır.

Bahsi geçen felsefi mevzuların yanı sıra V. postulat, metodolojik olarak da bir devrim yaratmış, nihayet XIII. yüzyılın sonlarında ispatının imkânsızlığı kanıtlandığında ve Öklid dışı geometriler[8] ortaya çıktığında *postulat* kavramının tanımı değişmiştir. Önceleri postulat, doğruluğu apaçık, ispata gerek duyulmadan kabul edilen bir önermeyken, yalnızca bir varsayım olduğu ortaya çıkmıştır (Yıldırım, 1988: 40). Böylelikle V. postulat bir manada matematiğin mutlak doğruluk iddiasını da yıkmıştır.

Fakat tüm bu meselelerin yanı sıra V. postulat matematikçiler için bir çeşit paradokstu. El-Bîrûnî'ye (973-1048) ait *Makale fi 'enne levâzım teczî el-makâdir îlâ lâ nihaye karîbe min emr el-hatteyn ellezeyn yukreben ve lâ yultakiyen fi el-istib* (Varlıkların miktarlarını sonsuza kadar bölerken ki durumun, hareket esnasında birbirine yaklaşan ama birleşmeyen iki düz çizginin durumuna benzediğini gösteren kitap)[9] diye bir kitap vardır. Bu çalışmanın

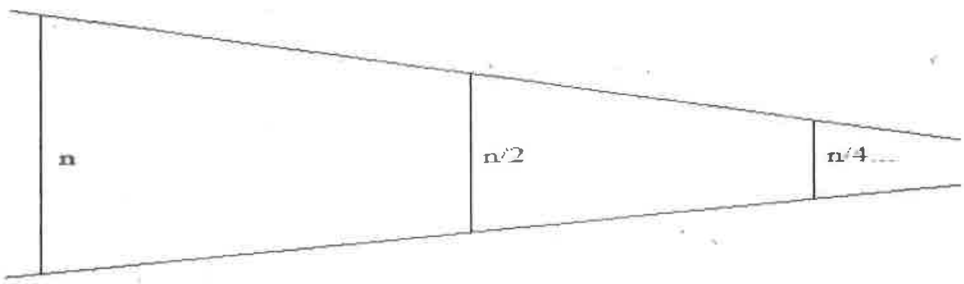
[7] Metafizik olmayan, beş duyumuzla algıladığımız dünya.

[8] Non Euclidean Geometries (Öklid dışı Geometriler); eliptik ve hiperbolik (pangeometri) geometriler.

[9] İngilizcesi, "The property of quantities to be divided to infinity is similar to the situation with two straight lines approaching each other but not meeting".

ismi V. postulatın neden bu kadar mesele olduğunun açık bir cevabıdır. Bîrûnî'nin çalışmasının son zamanlarda keşfedilmiş bir parçasında, Yakup el-Kindi'nin (801-873), paralel çizilerin var olduğuna dayanarak niceliklerin sonsuza kadar bölünebileceğini kanıtladığı bir çıkarımı bulunmaktadır. Bîrûnî'nin eserinin bu parçası, Kindi'nin bu konudaki kendi görüşlerini de ihtiva etmektedir (Rashed, 1996: 468).

Yakup el-Kindi'nin çalışmasındaki ana fikir ve Bîrûnî'nin bu eseri, İslam Dünyasında V. postulatın neden bu kadar önem teşkil ettiğinin cevabıdır. İslam Dünyasının aklını esas kurcalayan konu, büyük ihtimalle şuydu: İki doğru birbirine yaklaşırken aralarındaki mesafe sürekli azalıyordu. Varsayalım ki bu mesafe sürekli yarılansın, bu işlemi sonsuza kadar yapabileceğimiz için, bu iki doğru aslında bir türlü kavuşmuyordu. Dolayısıyla V. postulatı ispat etmek, niceliklerin nereye kadar bölünebileceğine de ışık tutabilirdi. Bu anlamda V. postulat felsefi, metodolojik, geometrik ve cebirsel bir problemdi.



Elementler, Yunanca yazılmasına karşın Latince'den çok önce Arapça'ya çevrilmiş, Latince'ye önce Arapça'dan, daha sonra ancak 13.yüzyılda Yunanca aslından Companus tarafından çevrilmiştir (Johannes Companus, bu çeviriyi Bath'lı Adelard'dan 150 yıl sonra yapmıştır ve çeviri Adelard'ınkinden bağımsız değildir. Companus'un çevirisi 1482'de Venedik'te Erhard Ratdolt tarafından basılarak, yayımlanan ilk çeviri olmuştur) (Heath, 1921: 373). Bugün metnin elimizde bulunan ilk çevirisi, Bath'lı Adelard'ın 1120'de Arapçadan Latinceye yaptığı *Elementler* çevirisidir. Ayrıca, Cremona'lı Gerard'ın da bir *Elementler* çevirisi olduğu bilinmektedir. 12. yüzyılda Cremona'lı Gerard'ın (1114-87), Neyrîzî'nin, Öklid'in I-X. kitaplarına yazmış olduğu şerhlerini çevirmesinden sonra dahi V. postulat meselesi Batı Dünyasının ilgisini çekmemiş, bu konunun ilgiyi çekmesi, 1560'da yayınlanan Barazzi'nin Proclus şerhi'nin Latince çevirisini beklemiştir (Sabra, 1994: 14).

İslam Dünyasında ise el-Haccac ibn Yusuf ibn Matar'ın (786-833), ilki Harun Reşîd ve ikincisi el-Memun için olmak üzere iki tane *Elementler* çevirisi olduğunu biliyoruz (İbn Nedim,1970: 634). El-Memun için yapılmış olan çeviri, bugün Leyden el yazmalarında, Neyrîzî'nin şerhi ile birlikte mevcuttur. Bir başka çeviri ise Ebû Yakup İshak bin Huneyn bin İshak el-İbadi (ö. 910) tarafından yapılmıştır (Heath, 1921: 362). Ayrıca Sabit ibn Kurra'nın da *Elementler*'i çevirdiği bilinmektedir.

Biz bu makalede Öklid dışı geometrilere ve soyut bir matematiğe kapı açan V. postulatın İslam Dünyasındaki yerini ve yapılmış ispat girişimlerini inceleyeceğiz. Ancak tarihsel süreci ve etkileşimi daha açık anlayabilmek için Eski Yunan'daki ispat girişimlerine göz atmakla başlayacağız.

İslam Dünyasından Önce V. Postulat'ı İspatlama Girişimleri

İki bin yıldan fazla süre boyunca, paralel doğrular konusu matematikçilerin en çok ilgisini çeken konulardan biri olmuştur. Bu mesele ilk olarak Yunan'lı ve Bizans'lı bilginlerin dikkatini çekmiştir. Bu bilginler arasında, tanımları ve ispat girişimleriyle geometri tarihine yön vermiş olan bazılarından bahsedeceğiz. Aşağıda detaylı bir şekilde inceleyeceğimiz kişilerin dışında, İskenderiye'li Heron (MS 10-MS 70) ve Arşimet (M.Ö 287) de V. postulat meselesiyle ilgilenmiştir. Arşimet, paralel çizgiler hakkındaki kayıp eseri *Paralel çizgiler üzerine*'de bu konuyu etraflıca tartışmıştır (İbn Nedim, 1970: 636). Ayrıca, 5. yüzyılda Aganis, (bazı metinlerde Aghan, Anaritus veya Anartii olarak da geçer) isminde bir şahsin V. postulatı ispatlama girişiminde bulunduğunu, Neyrîzî'nin şerhinden öğrenmekteyiz. İspatlarının benzerliğinden ötürü; Aganis geçmişte Geminus'la karıştırılmıştır. Neyrîzî şerhinde, Simplicius'un Aganis'den "bizim Aganis" olarak bahsettiğini belirtmiştir. Bu yolla bu iki bilgenin tanıştıklarını ve aynı dönemde yaşadıklarını öğrenmekteyiz.

Stoacı bir filozof olan Posidonius (M.Ö 135-51)[10], V. postulatla ilgili çalışmamış olmakla beraber, vermiş olduğu tanımlar arasında paralel çizgiler tanımı da bulunmaktadır. Bu tanıma göre paraleller, aynı düzlemde, yakınsak veya ıraksak olmayan doğrulardır. Bu doğrular üzerindeki her noktadan çizilen dikler birbirine eşittir. T. L. Heath, bu tanımın Heron'da[11] bulunduğunu belirtir. Posidonius'la ilgili en önemli nokta, eşit mesafe (equidistant) kavramından söz eden ilk kişinin o olmasıdır (Bonola, 1955: 2).

Geminus (MÖ yaklaşık 77)[12], Roma döneminde yaşamış önemli bilginlerden Proclus'un çok itibar ettiği bir zattır. Proclus, Öklid'in *Elementler* kitabına yazdığı şerhte, Geminus'tan sık sık bahseder. Geminus, paralel

10 Ποσειδώνιος

11 Ἥρων ὁ Ἀλεξανδρεύς

12 Γεμῖνος

postulatını ispatlama girişiminde öncelikle paralelleri yeniden tanımlayarak işe başlamıştır. Yeni tanımı tıpkı Posidonius'unki gibi eşit mesafe kavramına dayanmaktadır. Geminus'un V. postulat ispatı, "Aralarındaki uzaklık eşit ve sabit olan doğrular paraleldir" tanımına dayanmaktadır. Bu tanım Posidonius'un tanımına çok benzemektedir, ancak Geminus'un bu tanıma esas katkısı, doğrular arasındaki uzaklıktan ne kastettiğini netleştirmesi ve bu uzaklığı "en kısa mesafe" olarak tanımlamasıdır. Geminus'un paralel postulatını ispatlama girişimi ustaca olmasına rağmen başarılı olamamıştır. Ancak günümüze ulaşan ilk teşebbüs olması açısından ilginçtir. Neyrîzî de paraleller postulatına yazmış olduğu şerhte Geminus'un ispatına yer vermiştir. Bu şerh bugün mevcuttur (Besthorn ve Heiberg, 1997: 117-131). Geminus, ispatında bir noktadan, bir doğruya paralel yalnız bir doğrunun çizilebileceğini varsayan Playfair aksiyomuna denk bir ifade kullanarak, V. postulata denk bir ifade kullanmıştır ki bu da ispatını geçersiz kılmıştır.

İslam öncesi bir diğer ispat girişimi de ünlü bilgin Batlamyus'a (M.S 85-165)[13] aittir. Batlamyus öncelikle Öklid'in I. kitabının 28. teoremini ispatlamıştır. Daha sonra I. kitabın 29. teoreminin ispatına kalkışmıştır ki bu iki teoremden de bir çıkarım yaparak V. postulatın ispatına ulaşmıştır. Ancak o da *petitio principii* hatasına düşmekten kurtulamamıştır.

Proclus (M.S 410-485)[14], Bizans'ta 5.yüz yılın başlarında Helenistik çağ kapanmak üzereyken doğmuştur. Neoplatonist bir filozoftur. Öklid'in *Elementler* kitabına yazdığı şerhte V. postulata bir bölüm ayırmıştır. Bu bölümde öncelikle V. postulatı vermiş ve V. postulatın yapısını diğer postulatlara bağlı kalması açısından bir teoreme benzetmiştir. Proclus'a göre, bu teorem (V. postulat) birçok sorunu beraberinde getirmektedir. Ayrıca Batlamyus'un bu sorunları kitaplarından birinde çözümlemeye çalıştığını belirtmiştir. *Commentarii in Primun Euclidis Elementorum Librum* kitabında Batlamyus'un bir ispatını alıntılar, fakat bundan memnun olmayarak kendisi bir ispat dener (Bonola, 1955: 2-7). Proclus'a göre, bu sorunların çözümü için birden çok yeni tanıma ihtiyaç duyulmaktadır. Bahsettiği bir diğer isim de Geminus'dur. Proclus, Geminus'un aksiyom ve postulat arasındaki farkı, teorem ve problem arasındaki farka benzettiğini belirtmiştir (Smith, 1958: 280). Proclus, Geminus'un çalışmasından ilham alarak tartışmayı bir ileri safhaya taşımış, hiperbol ve konkoidin asimptotlarına göre davranışların, Öklid'in "Aynı düzlemde olan ve uzatıldıkları takdirde kesişmeyen çizgiler paraleldir." tanımına uyduğunu ve Öklidçi anlayışa göre paralel sayılabileceklerini, ancak Posidonius'un "eşit mesafe" tanımına uymaya-

13 Κλαύδιος Πτολεμαῖος [Claudius Ptolemaios], Ptolemy.

14 Πρόκλος

caklarını ve bu manada paralel sayılmamalarının çelişkili (paradoksal) olduğunu belirtmiştir (Bonola, 1955: 3). Proclus'a göre, Öklid'in bu teoremin tersini kanıtlaması, fakat V. postulatı ispatlamaması dikkat çekici bir konudur. Yazmış olduğu şerhte Öklid'in bu postulatı ispat etmediğini ve postulatların tanımlarından ötürü ispat edilmeyişini, aşikâr olarak kabul edilmelerine bağlı oluşunu eleştirmiştir (Proclus, 1992: 151).

Ayrıca Proclus, meşhur *Playfair aksiyomu*'nu ilk defa gündeme getiren kişidir. John Playfair'ın (1748-1819) bu aksiyomu yeniden keşfetmesiyle onun adıyla anılan aksiyom aslında Öklid'in V. postulatına denk bir aksiyomdur; bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir tane doğru çizilebileceği fikrini ilk olarak Proclus iddia etmiştir ki, bu da Playfair aksiyomunun kendisidir. Proclus bu aksiyomun kanıtını da vermiştir (Alpay, 1996: 2-6).

Elementler'e şerh yazmış ve V. postulatı ispatlamaya çalışmış bir diğer kişi de neoplatonist bir filozof olan Simplicius'dur (Cilicia, yaklaşık 500, ölümü yaklaşık 533)[15]. Simplicius'un Öklid'in *Elementler*'inin 1. kitabına yazdığı şerhin ne orjinali, ne de orjinalinin Arapça çevirisi elimizde bulunmaktadır. Biz Simplicius'un bu çalışmasından, ibn Hatim el-Neyrîzî'nin (9.yy), Öklid'in *Elementler*'ine yazdığı şerh dolayısı ile haberdar olmaktayız. Neyrîzî'nin şerhi, *Elementler*'in ilk çevirilerinden olan ibn Haccac ibn Yusuf ibn Matar'ın çevirisine ve Simplicius'un Öklid'in *Elementler*'ine yazdığı şerhin Arapçasına dayanır. Simplicius'un çalışmasının Arapçasının kimin tarafından çevrildiği belli değildir. Neyrîzî'nin çalışmasının sonunda "Simplicius'un Öklid'in *Elementler* kitabının 1. kısmına yazdığı şerhin sonucudur." ifadesini kullanması, çalışmanın en azından tercümesini görmüş olduğunun en önemli kanıtıdır.

A.I Sabra, *Simplicius's proof of Euclid's parallels postulate* (Simplicius'un Öklid'in paralel postulatı ispatı) makalesinde Simplicius'u Neyrîzî'nin çalışması üstünden titizlikle inceleyerek aktarmaktadır. Bu makalesinin asıl amacı Neyrîzî'nin çalışmasından Simplicius'un çalışmasını ayıklamak ve bu güne kadar aslı görülmemiş bir çalışmayı su yüzüne çıkarmaktır. Aynı kaynakta Simplicius'un postulatlar üzerine Öklid'le bir söyleşisi bulunmaktadır. Bu söyleşi, Simplicius'un postulatları ve özellikle V. postulatı inceleme sebebinin, matematiğin o güne kadarki gündelik kullanım sınırlarının dışına çıkışını ve pragmatik kaygılardan sıyrılarak reel dünyadan kopuşunu incelemek olduğu izlenimi vermektedir. Bu diyalogda asıl olarak "postulatların genellikle var olmayan, fakat öğrencilerden var kabul edilmesi istenen, öğretmenle öğrenci arasında yer alan ve izin verilebilir hipotezler" olarak kabul edilen şeyler olduğunun üzerinde durulmakta-

15 Σιμπλίκιος

dır. Simplicius postulatların öğrenciler tarafından ilk duyulduklarında kabul edilmeyen; fakat ispat esnasında gerek duyulan şeyler olduğunu vurgulamıştır. Ona göre bu postulatların bazıları (son ikisi) imkânsızdır ve dolayısı ile ilk üçü gibi kabul edilmezler, fakat öğrenme süreci içinde gereklidirler (Sabra, 1994, s. 2-3).

Bu diyaloglar açıkça göstermektedir ki, V. postulatın bu kadar üzerinde durulması, bir ifade karışıklığı meselesinden ziyade, matematiğin temelinde bulunan sonsuzluk kavramının algılanmasının güçlüğünden ileri gelmektedir.

İslam Dünyasında V. Postulat'ı İspatlama Girişimleri

Şüphesiz V. postulatın matematik dünyasına en büyük katkısı Öklid dışı geometrilere açtığı kapı olmuştur. Öklid dışı geometrilerin bulunması, matematikte atılmış en önemli adımlardan biridir. V. postulat, dolayısıyla Öklid dışı geometriler, hem matematiksel manada hem de geometri ve matematiğin felsefi anlamlarının yerleşmesi bakımından mihenk taşıdır. Geometri bilimini sentetik bir bilim olmaktan çıkarıp analitik bilimler kategorisine sokan, Öklid'in bu sıra dışı postulatı olmuştur.

Geometrinin evrimleştiği bu süreçte İslam Dünyası âlimlerinin katkısı yadsınamayacak kadar büyüktür. İslam Dünyası âlimleri, yalnızca kendilerinden önceki bilgileri korumak ve aktarmakla yetinmemiş, aynı zamanda yazdıkları şerhlerle bu konunun gelişmesine katkı sağlamışlardır. Batı Dünyasında Öklid dışı geometrilerin kurucuları olarak adlandırılan bilim adamlarına kaynak olmuşlar, Pasch ve Playfair gibi meşhur aksiyomları Batılı meslektaşlarından çok daha önce kullanmışlar, fakat hak ettikleri övgüyü toplayamamışlardır. Bilim her ne kadar bir millete tahsis edilemese ve elde edilen sonuçlar kimin ne bulduğundan daha mühim olsa da, tarihsel süreçte yapılan katkılar göz ardı edilmemeli ve azımsanmamalıdır.

İslam Dünyasında geometriye zaman ayırmış âlimlerin hemen hepsi V. postulat meselesine takılmıştır. İslam Dünyası bilginlerinin bu postulatla uğraşma sebepleri, yazımızın başında bahsetmiş olduğumuz gibi, Bîrûnî'nin çalışmasında belirtilen paradoksal problemdir. Fakat Ömer Hayyâm'a göre bu problemle uğraşılmasının sebebi, bu postulatın karışık ifadesine ve onu diğer postulatlardan ayıran yapısına bağlıdır. Ayrıca, Öklid'in bu postulatın tersine denk olan teoremi ve çok daha az karmaşık olan bir sürü teoremi ispatlayıp, bu postulatı ispatsız olarak vermesi, V. postulatla uğraşanların içine sinmemiştir.

İslam Dünyasındaki ilk ispat girişimi Cevherî'ye aittir. Sonra sırasıyla Neyrîzî, Sabit ibn Kurra, ibn Heysem, Ömer Hayyâm, Nasıreddîn

Tûsî ispat girişimlerinde bulunmuşlardır. Bu isimler V. postulat'a detaylı ispatlar vermiş ve bu konuya ciddi katkılar sağlayarak diğerlerinden ayrılmışlardır. Öklid dışı geometrilerin kapısını aralayanlar yine bu isimler olmuşlardır.

Bu isimlerin dışında Ebû 'Ali ibn Sînâ (980-1037), *Dânişnâme* adlı eserinin geometri ile ilgili olan bölümünün ikinci kısmını paraleller kuramına ayırmıştır. Paraleller postulatının ispatını vermiş bir başka âlim de Hüsameddin el-Salar'dır. Ancak çalışması Cevherî'nin ve Hayyâm'ın çalışmasına çok benzerdir ve onları geliştiren niteliktedir.

Nasıreddîn'in adına ithafen yazılmış olan bir eser mevcuttur ve *Sahte Tûsî'nin Öklid İncelemesi* olarak bilinir. Bu eserin yazarı meçhuldür, kimileri eserin Nasıreddîn Tûsî'nin bir öğrencisi tarafından yazıldığını iddia ederken, kimileri de oğlu Sadreddîn Tûsî tarafından yazılmış olmasının daha muhtemel olduğunu savunmaktadır. Kutbiddîn Şirâzî (1236-1311), yazdığı ansiklopedik bir çalışma olan *Durra el-Tac li-Gurre el-Dibâc* adlı kitabın geometri bölümünde Öklid'in postulatlarının varlığına da, ispatına da yer vermiştir. Ömer el-Ebherî (ö.1262), *Islah el-Usul* kitabında bu konuya değinmiştir. Son olarak Alâeddin el-Hanefî'nin ve Muhyiddîn el-Magrîbî'nin (1220-1238, Endülüs) de konuyla ilgili çalışmaları olduğundan haberdarız.

Şimdi geometri bilimine yön veren, İslam Dünyasındaki V. postulat ispat girişimlerinden günümüzde mevcut olanları sırasıyla inceleyelim.

El-'Abbâs ibn Sa'îd el-Cevherî 9. yüzyılın ilk yarısında Farab'a yakın Cevher kasabasında (bugünkü Kazakistan'da) doğmuş ve Bağdat'ta yetişmiş matematikçi ve astronomdur (Rosenfeld ve İhsanoğlu, 2003: 26-27). İbn Nedim (M.S yaklaşık 935), Cevherî'nin konumuzla ilgili iki kitabından bahsetmiştir: *Kitâb Tefsîr Kitâb Uklîdis* (Öklid'in Elementler'inin Tefsiri) ve *Kitâb el-Eşkâl elletî zadehâ fî'l-makâle el-ülâ min Uklîdis* (Öklid'in *Elementler*'indeki I. kitabın teoremlerine ek). İbn Kıftî (yaklaşık 1172-1248), bu kitaplara ek olarak Cevherî'nin *Kitâb el-zij*'inden (Astronomik tablolar kitabı) bahsetmiştir. Bu eserlerden hiçbiri günümüze intikal etmemiştir. Cevherî, Abbasi Halifesi Memun'un (813-833) hizmetinde astronomluk yapmış ve bu alanda birçok çalışmaları olmuştur. Ancak ibn Nedim'e göre Cevherî en çok geometri çalışmıştır (Müftüoğlu, 1993: 458).

Nasıreddîn Tûsî (1201-1274) de, Öklid'in paraleller teorisine adanmış eseri *el-Risâle'l şafiye 'an el-şekk fî'l-hutût el-mütevâziye*' de Cevherî'nin *Islâh li-Kitâb el-Usûl*'üne atıfta bulunmuştur. Bu kitap, İbn Nedim ve İbn Kıfti'nın bahsetmiş olduğu *Tefsir* olabilir. Nasıreddîn'e göre, Cevherî *Elementler*'e ekler yapmıştır. Tam bir ispat vermemiş olan Cevherî, *Elementler*'in 27.

teoreminden sonra altı yeni teorem eklemiştir. Tamamı paralellerle ilgili olan bu eklerin sonuncusunda[16] V. postulat'a ulaşılmıştır. Nasıreddîn, Cevherî'nin yapmış olduğu tüm eklerle *Elementler*'in elli teoreme kadar genişlediğinden bahsetmiş, fakat bunlardan paralel çizgilerle ilgili olan altı tanesini vermiştir. Cevherî'nin V. postulat ispatı olarak kabul gören bu altı teorem, Orta Çağ İslam Dünyasında yapılmış V. postulatı ispat çalışmalarının ilki olması bakımından önemlidir (Sabra, 1981: 79-80). Ancak Cevherî ispatında *petitio principii* hatasına düşmüştür.

Ebû el-'Abbâs el-Fadl ibn Hâtim el-Neyrîzî adından da anlaşılacağı üzere İran'da Şiraz'ın güneydoğusunda bulunan Neyriz kasabasında doğmuştur. Yaklaşık 897 civarında Bağdat'ta yaşadığı ve 922'de öldüğü bilinmektedir. Geometri ve astronomiyle uğraşmıştır. Hayatının çoğunu Bağdat'ta geçirmiş ve muhtemelen Abbasi halifesi Mu'tadid'in (892-902) hizmetinde çalışmıştır. İsmi Latincede Anaritus olarak geçmektedir (Sabra, 1981: 5).

İbn Nedim, Neyrîzî'den "bir Öklid ve astronomi otoritesi" olarak bahsetmiş ve onun "seçkin bir astronom" olduğunu belirtmiştir. İbn Kıfti, onun geometri ve astronomideki üstünlüğünden söz etmiştir. İbn Nedim ve İbn Kıfti, Neyrîzî'nin eserlerini şöyle sıralamışlardır: Batlamyus'un *Almagest*'i ve *Tetrabiblos*'una yazılmış şerhler, biri büyük biri daha küçük olmak üzere iki tane astronomik tablo (zij) (İbn Nedim, 1970: 639). Bunların dışında Neyrîzî'nin Öklid'in *Elementler*'ine *Risale fî beyân el-müşâdere el-meşhûra li-Uqlîdis* (Öklid'in meşhur postulatının bir ispatı üzerine inceleme) isimli bir şerh yazmış olduğu bilinmektedir. Neyrîzî, İbn Haccac ibn Yusuf ibn Matar'ın *Elementler* çevirisine bir şerh yazmıştır. Bu şerh ve bu şerhin Cremona'lı Gerard tarafından yapılmış Latince çevirisi günümüzde mevcuttur. Bu şerhte Neyrîzî, Geminus'un ispatına da yer vermektedir.[17] Neyrîzî yazmış olduğu bu şerhlerde, günümüzde orijinali mevcut olmayan, Simplicius ve İskenderiyeli Heron'un çalışmalarından da alıntı yapmıştır. Neyrîzî'nin şerhleri Öklid'in en azından sekiz kitabını kapsamaktadır.

Neyrîzî'nin Öklid üzerine şerhleri Aganis'in paralel postulatı ispatını da içermektedir. Neyrîzî de, ileride inceleyeceğimiz üzere, Sabit ibn Kurra'nın bu konu hakkındaki ikinci çalışmasında olduğu gibi, eserine eşit mesafeli çizgilerin var olduğuna dair felsefi bir doğrulama ile başlamıştır, ancak B.A Rosenfeld'e göre, Neyrîzî'nin argümanları Kurra'nınkilerden çok daha az ikna edicidirler.

16 Cevherî'nin 1. eki Elementler'e eklenmiş haliyle 28. teorem ve 6. ve buradaki son eki 33. teoreme denk gelir.

17 Fuat Sezgin'in *Islamic Mathematics and Astronomy* kitaplarının 14 ve 15. cildi bu şerhlere tahsis edilmiştir.

Çalışmanın başındaki girişte Neyrîzî, eşitliğin eşitsizlikten doğal olarak üstün olduğunu savunmuştur ki, bu da ona göre şunu ifade etmektedir: Aralarındaki uzaklıklar sabit olan düz çizgilerin varlığı, olmayanlardan daha muhtemeldir. Bu akıl yürütmeyi aralarındaki uzaklık sabit olan çizgilerin varlığının kabulü ile sonuçlandırır. Böylelikle aralarındaki uzaklık sabit olan çizgiler ise kesişmezler fikrine ulaşır (Sabra, 1981: 6). Bu fikir Neyrîzî'nin ispatının ana fikri olmuştur. Bu girişten sonra Neyrîzî yedi tane teorem vermiştir.

Sabit ibn Kurra (el-Sâbi'î el-Harrânî) 836'da bugün Türkiye sınırlarındaki Harran'da doğmuş, matematik, astronomi, mekanik, tıp ve felsefeyle ilgilenmiştir. 18 Şubat 901'de ölmüştür. Sabiî soyundan gelmektedir. Gençlik döneminde para değiştiricisi (takasçı) ve bir dönem Irak'ta Sabiî topluluğunda seçkin bir hekim olarak çalıştığı bilinmektedir. Oğlu Sinan ve torunları İbrahim ve Sabit de meşhur bilim adamlarıdır. Sabit'in ana dili Süryanice olmasına karşın eserlerinin çoğunu Arapça yazmış ve birçok eseri Yunanca'dan Arapça'ya çevirmiştir. Bu çeviriler arasında Arşimet'in tüm eserleri, Apollonius'un *Koni kesitleri,* Batlamyus'un *Almagest*'i ve Öklid'in *Elementler*'i yer almaktadır. Meşhur matematikçi ve astronom Musa ibn Şakir'in üç oğlundan biri olan Muhammed ibn Musa ibn Şakir, Harran gezisi sırasında Sabit ibn Kurra ile tanışmış, onun dil bilgisinden (çok dil bilmesinden) ve çalışmalarından çok etkilenerek onu Bağdat'a davet etmiştir. Sabit bu daveti kabul ederek Musa kardeşlerin kılavuzluğunda büyük bir matematikçi ve astronom olarak yetişmiştir. 892-902 yılları arasında Abbasi Halifesi el-Mutadid'in heyetinde yer aldığı bilinmektedir (Grigorian ve Rosenfeld, 1981: 288-289).

Sabit ibn Kurra birçok alanda çalışmış olmasına rağmen en çok matematikle ilgilenmiştir. İki tane V. postulat ispat girişimi vardır. Bunlardan biri *Makala fî burhân el-muşâdere el-meşhûrra min Uklîdis* (Öklid'in meşhur postulatının ispat kitabı) olup, bu kitabın bir diğer adı *kitâb fi ennehu izhâ vaka'a hattun mustakîmun 'alâ hatteyn mustakîmeyn fa-şeyyare el-zâviyeteyn elleteyn fî cihetin vâhidetin ekalle min kâ'imeteyn fa-inna el-hatteyn izhâ uhrica fî tilke el-cihet el-tekayâ* (Konusu, bir düz çizgi iki düz çizgi üstüne düştüğünde, aynı taraftaki açıların toplamını iki dik açıdan küçük yapıyorsa, bu çizgiler sonsuza uzatıldıkları takdirde kesişeceği, olan kitap). Diğeri ise ilk kitabın ikinci adının kısaltması olan *Makâle fî enne el-hatteyn izhâ uhricâ 'alâ zaviyeteyn ekall min kâ'imeteyn el-tekayâ* (Konusu iki çizgi, açıların toplamı iki dik açıdan küçük olacak şekilde çiziliyorsa kesişir olan kitap) kitabıdır (Rosenfeld, 1988: 49-50). Bu ispatlardan birincisi geometrik bir ispattır ve beş kısımdan oluşur. İkinci ispat ise kinematik[18] hususlar göz önüne alı-

18 Hareket bilimi.

narak yapılmıştır ve yedi kısımdan oluşur (Grigorian ve Rosenfeld, 1981: 290-291).

Sabit'in çalışmaları bu gün, Paris'te Bibliotheque Nationale'de ve İstanbul'da Carullah'ta bulunmaktadır. İkinci ispat ise İstanbul'da Ayasofya'da ve Kahire Millî kütüphanesinde mevcuttur.

Sabit ibn Kurra'nın I. ispatı, hareketi esas aldığı ikinci ispatının aksine, geometrik temelli bir ispattır. I. ispattaki I. teorem Cevherî'nin I.teoreminin aynısıdır. Cevherî gibi Sabit de bu teoremin ispatında *petitio principii* hatasına düşerek, ispatlamaya çalıştığı V. postulata denk bir ifadeyi ispatında kullanmıştır. Sabit'in I. I'inde ki "Eğer bir düz çizgi, diğer iki düz çizgiyi keserse, bu çizgiler bir tarafta yakınsaklarsa diğer tarafta ıraksaktırlar ve bir taraftaki yakınsaklık ne ölçüde artarsa, diğer taraftaki ıraksaklık da aynı ölçüde artar." ifadesi V. postulata denk bir ifadedir. Lobatchewsky geometrisinde ortak bir dikmenin her iki tarafında ıraksak olan çizgiler vardır. Bunun tersine V. postulatın geçerli olduğu, fakat Öklid geometrisinin bazı öteki aksiyomlarının dışlandığı Riemann eliptik geometrisinin sınırları içinde herhangi iki doğru parçası ortak dikmelerinin her iki yönünde de birbirlerine yaklaşır ve kesişirler. I. II'deki ispat *Elementler*'deki I. kitap 29. teoremin ilk kısmıyla mutabıktır ve ispatta olmayana ergi metodu kullanılmıştır. I. III'de Sabit, bir paralel kenarın varlığını kanıtlamıştır. IV. teorem ise Cevherî'nin II. teoreminin aynısıdır. Sabit'in bu teoreme katkısı bu teoremi genellemesi ve n çift olmak üzere, n taban için de geçerli olduğunu söyleyen ilk kişi olmasıdır.[19] I. ispatının son teoremi V. postulatın kendisidir.

Sabit ibni Kurra ikinci çalışmasında oldukça farklı bir varsayımdan yola çıkmıştır. Yalın hareketi; yani belli bir cismin, belli bir doğru parçası boyunca düzgün çizgisel bir hareketini göz önünde bulundurarak, bu cismin bütün noktalarının doğru parçaları çizeceğini kabul etmiştir. Sabit, bundan eşit mesafeli doğru parçalarının var olduğu sonucunu çıkarmıştır. Aslında onun bu varsayımı sadece Öklid geometrisinde doğrudur. Oysaki Lobatchewsky'nin hiperbolik geometrisine göre, noktalar düz çizgiler boyunca çevrimsel olarak hareket ederek, yayları ve kıvrımlı doğruları oluşturur (Rashed, 1996: 465). İkinci ispatın ilk altı teoremi paralellerle ilgili çeşitli özellikleri vermektedir. Sabit, birinci ispatında olduğu gibi ikinci ispatında da, son teoremden önceki teoremleri son teoremin ispatında kullanmak üzere geliştirmiştir. Sabit ibn Kurra'nın II. ispatının VII. teoremi, V. postulatın kendisidir. Bu ispatta da Sabit *petitio principii* hatasına düşmüştür.

---

[19] Cevherî'nin II. teoremi "Bir üçgenin her iki kenarı, kenarların tam orta noktalarından birleştirilirse, oluşan doğru tabanın yarısıdır." teoremidir.

Sabit ibn Kurra her iki ispatın son teoremlerinde, V.postulatın farklı ispatlarını vermiştir. Dolayısıyla Sabit'in I. ispatının son teoremini birinci asıl ispat, II. ispatın son teoremi olan bu teoremini ise, onun ikinci asıl ispatı saymak daha doğru olacaktır.

Ebû 'Alî el-Hasan ibn el-Hasan ibn Heysem 965'de doğmuş ve 1040'da Kahire'de ölmüştür. El-Mısri veya ilk adı olan el-Hasan'ın Latincedeki hali olan Alhazen olarak da bilinir. Astronomi, matematik ve özellikle de optik alanlarında çalışmıştır. Batı'da "Alhazen problemi" ile meşhurdur (Scott, 1981: 189).

İbn Heysem, Öklid'in *Elementler*'ini şerh etmeye tahsis ettiği iki kitabında geometrik objelerin varlığı problemini formüle eden ilk Arap matematikçi olmuştur. İkinci kitapta birinci kitabına atıfta bulunarak şöyle yazmıştır: "*Biz şunu iddia ediyoruz ki cisimler, yüzeyler ve çizgiler gibi nicelikler matematikte mevcuttur. Bunlar akıl gözünden vardır ve bu var oluş hissedilen cisimlerden soyutlama yapılarak gerçekleşir.*" Ayrıca, "*Bir şeylerin var oluşuyla ilgili spekülâsyonlar matematikçilerden ziyade felsefecilerinin işidir.*" (İbn Heysem, *Kitâb fî hall şukûk kitâb Uklîdis fî' l-Usul ve-şerh ma'ânîhi*, s.7) demiş ve şöyle devam etmiştir: "*Var olan şeyler ikiye ayrılır; duyularla var olanlar ve imgelem ve soyutlama ile var olanlar. Fakat duyularla var olanlar gerçekte var değildirler. Çünkü duyular genellikle gözlemcinin algısı olmazsa hatalı olur, hâlbuki imgelemde var olanlar gerçekten ve kesinlikle vardırlar. Çünkü bunları hayal gücünde şekillendiren form ortadan kaybolmadığından ve değişmediğinden gerçektir.*" (Rashed, 1996: 462-463).

İbn Heysem *Elementler*'le alakalı iki adet şerh yazmıştır. Bunlardan birincisi, *Elementler*'in giriş bölümüne ait olan *Şerh Müsâdarât kitâb Uklidis fî' l-Usul*'dür (Öklid'in kitabı *Elementler*'in öncüllerine şerh) ve yayınlanmamıştır. İkincisi ise, teoremlerin incelendiği *Kitâb fî hall şukûk kitâb Uklîdis fî' l-Usul ve-şerh ma'ânîhi*'dir (Öklid'in kitabı *Elementler*'deki şüphelerin giderildiği kitap) ve Frankfurt'ta tıpkıbasım olarak yayınlanmıştır. İbn Heysem'in ilk şerhi, Sabit'in hareketi esas alan ikinci çalışmasının aynısıdır. Bu ispatlar, bir dikdörtgenin varlığını kanıtlamayı esas alırlar. Bir başka deyişle, bu ispatlar, aralarındaki uzaklık sabit olan çizgilerin varlığı esasına dayanırlar ve hareket eden katı bir cismin izlediği yolu kullanırlar. Bir dikdörtgenin varlığının ispatı, üç açısı dik açı olan bir dikdörtgenin dördüncü açısının durumuna dayanır ve dördüncü açının dar veya geniş olmasının imkânsız olduğu gösterilmeye çalışılır (Rosenfeld, 1988: 59). Fakat özellikle dördüncü açı dar açıyken, bu imkânsızlığı bulmak zordur. Günümüzde bahsi geçen açının dik açıya eşit olması durumunda; Öklid Geometrisi, dar olması durumunda Lobatchewsky Geometrisi ve geniş olması durumunda Riemann Geometrisi'nin geçerli olduğu bilinmektedir.

Bu dörtgenler genellikle İsviçreli matematikçi Johan Heinrich Lambert'in (1728-1777) adıyla, *Lambert dörtgenleri* olarak bilinmektedir (Bonola, 1955: 44-51).

İbn Heysem bir dikdörtgenin varlığını kanıtladıktan sonra, V. postulatı önce dik bir kesen için, sonra da eğimli bir kesen için kanıtlar. Heysem, Öklid'in "Paralel çizgiler aynı düzlemde konumlanmış, her iki yönde de sonsuza kadar uzatıldığında kesişmeyen çizgilerdir." tanımını eleştirmiştir. Bu eleştirisinde, sonsuza kadar uzatılabilen çizgilerin varlığının kanıtlanması gerektiğini savunmuştur. Çünkü ona göre, sürekli bir şekilde uzatılan ve bir yere varmayan çizgileri tasavvur etmenin imkânı yoktur. Bu amaçla daha aşikâr bir postulat önermiştir: "Eğer iki çizgi sürekli uzatılırsa, birinin ucu diğerine mutlaka değer. Bu hareket boyunca ikinci çizgiye dik kalan bir çizginin öbür ucunun meydana getirdiği çizgi, ikinci çizgiye paraleldir." (Scott, 198: 201-202). ve "Böyle iki çizginin kesişmesine imkân yoktur." (Rosenfeld,1988: 60). Bir başka deyişle ibn Heysem paralel postulatının ifadesini değiştirerek, "Kesişen iki çizginin ikisi de aynı anda bir üçüncü çizgiye paralel olamaz." demiştir (Rosenfeld,1988: 64). Bu ifadenin orijinal dilinden İngilizceye çevrilmiş hâli Roshdi Rashed'in kitabında "*V. postulatın yerine geçmek üzere başka bir kuram ki bu kuram daha açıktır ve ruhumuza daha çok hitap eder, bunu şöyle ifade ederiz, kesişen iki çizgiden biri diğerine ya da onun aynısı olan bir başkasına paralel olamaz* (İbn Heysem, *Kitab fi hall*, s. 25)." olarak verilmiştir (Rashed,1996: 467). Bu ifade bu gün Playfair aksiyomu olarak bilinen aksiyoma denk bir ifadedir. İbn Heysem bu yeni postulatla, Öklid'in paralellik tanımına *eşit mesafe* kavramını eklemiş olmaktadır.

İbn Heysem, *Şerh Müsâdarât kitâb Uklidis fi'l-Usul* (Öklid'in kitabı *Elementler*'in öncüllerine şerh) çalışmasında, V. postulat için önermiş olduğu yeni yaklaşımı Sabit ibn Kurra'nınki gibi yalın harekete (bir doğruya dik olan başka bir doğrunun hareketi) dayandırmıştır. Bir ayağı bir çizgi üzerinde bulunan dikmenin diğer uç noktasının bir doğru parçası çizeceğini iddia etmiştir. Ancak bu varsayım, kesene göre bir doğru üzerinde hareket eden tüm noktaların benzer ve eşit çizgiler oluşturduğu varsayımına denktir ki o da Öklid'in V. postulatına eş değerdir. Dolayısıyla ibn Heysem de, çağdaşları gibi *petitio principii* hatasına düşmekten kurtulamamıştır. Ancak ibn Heysem kendinden sonra Nasıreddîn Tûsî, Ömer Hayyâm, Lambert ve Saccheri gibi birçok matematikçinin kullanacağı üç dik açılı dörtgenleri keşfetmiştir. Hayyâm ve Saccheri'nin dörtgenleri ibn Heysem ve Lambert'in dörtgenlerinin simetri eksenine göre iki katıdır. Bu dörtgenlerin ortaya çıkışı ibn Heysem'e dayanmaktadır. Bu dörtgenler daha önceden de bahsettiğimiz gibi Lambert dörtgenleri olarak bilinmektedir.

Ancak bu dörtgenleri ilk defa ele alan kişinin ibn Heysem olduğu göz önüne alındığında, bunlara *Heysem Dörtgenleri* demek daha doğru olacaktır. İbn Heysem, yukarıda bahsi geçtiği üzere, dördüncü açının <90° veya >90° seçeneklerinin mümkün olmadığını, düşey hareket yapan uç noktanın bir doğru parçası oluşturacağı fikriyle ispatlamıştır. Dörtgenlerin varlığını tartıştıktan sonra, buradan kolayca V. postulatı türetmiştir. Aslında bu reddedilmiş iki varsayım sırasıyla, hiperbolik ve eliptik geometri kuramlarıdır.

Özellikle dikkat çekmek gerekir ki, aynı doğru üzerinde çizilen bir dikme ve eğimli bir çizginin birbirlerini keseceklerini ispatlarken, ibn Heysem, çok önemli bir varsayımı aşikâr olarak ele almıştır. Bu varsayım 1882'de Alman geometrici M. Pasch[20] tarafından yeniden ele alınarak gündeme getirilmiştir ve onun adıyla bilinmektedir. Ancak bu varsayım da ibn Heysem'e dayanmaktadır.

İranlı şair, matematikçi, astronom ve filozof olan Ömer ibn İbrahim Hayyâm (1038/48-1123/4, Nişabur) da V. postulat meselesiyle ilgilenenlerdendir. Nişabur (Horosan), Semerkant, Buhara[21], İsfahan şehirlerinde çalışmış ve Öklid'in *Elementler* kitabına *Şerh-i müşkil min musâderât-ı Kitâb-ı Uklidis* (Öklid'deki zorluklar üzerine şerh) isimli bir şerh yazmıştır. Hayyâm'ın bu çalışması bugün Leyden'da, Brockelmann'da, Tahran'da ve Moskova'da bulunmaktadır.[22]

1933 yılında, David Eugene Smith (1860-1944), bir İran gezisi sırasında, Tahran'daki Sipah Salar Kolejini ziyaret etmiş ve orada bir yazma keşfetmiştir. Bu yazma Nasıreddîn Tûsî'nin Hayyâm'a ait önemli çalışmalarını içeren bir yazmadır. Bu nüshanın müellifi Hasan ibn Muhammed ibn Matar'dır. Yazmanın tarihi 1387-88, boyutları 26,5-18,5 cm.dir. Ana başlığı *Anahtarlar* olan bu yazma toplam 184 sayfadır. Bu yazmanın bizim için önemi, Ömer Hayyâm'ın *Şerh-i müşkil min musâderât-ı Kitâb-ı Uklidis*'inin

[20] Pasch Aksiyomu olarak bilinen aksiyom, "A, B, C aynı doğru üzerinde olmayan üç nokta ve d de bu noktaları içinde bulunduran düzlemde bir doğru olduğunda, eğer d doğrusu A, B ve C'nin hiçbirinden geçmiyor ve [AB], [BC] ve [AC] kenarlarından birini kesiyorsa, öteki ikisinden birini de keser." aksiyomdur.

[21] Bugün Özbekistan sınırlarındadır.

[22] a. *Leyden Catalogue*: "Risale fi şerh-i-mâ-uşkül min musaderât-ı-kitâb-ı-Uklidis" Kommentar zu den Schwierigkeiten in den Postulaten des Euclides. 1077-1078. Leyden: No.967.
b. *Brockelmann*: Geschichte der Arabischen litteratur. Weimar, 1898 T.I p: 471.
c. Discussion of difficulties of Euclid by Omar Khayyam, ed by Dr. T. Eranî, Tahran: 1936.
d. Istorico Mathematikeskiye issledovanija: c. VI. 1953 (Moscova) s. 72 (Rosenfeld tercümesi) (Matematik tarihi araştırmaları).
e. Ömer Hayyâm, Resâil: Rosenfeld ve Yuschkewitch tercümesi Rusça S: 113-145.

birinci bölümünü içermesidir. Nasıreddîn bu yazmada Hayyâm'ın eserini vermiş ve ona bir şerh yazmıştır (Smith, 1935: 1-2). Bahis konusu olan eserin girişinde Nasıreddîn şöyle söylemiştir, "Ömer Hayyâm, Allah ona rahmet eylesin, Öklid'in kitabındaki postulatlara dair zorlukların tefsiri adlı bir eser kaleme almıştır. Bu risalede Hayyâm yazdıklarının 28 numaralı teoremden sonrakilere değer mahiyette olduğunu söyler, Allah'ın izniyle biz burada onları Ömer'in kendi ifadesiyle ispat edip okuyuculara bilgi vermek amacıyla açıklayacağız." (Dilgan,1964: 23). Böylelikle Nasıreddîn, daha sonra Öklid dışı geometrinin kurucusu sayılan İtalyan matematikçi Gerolamo Saccheri'nin (1667-1733). *Euclides ab omni naveo vindicatus* adlı çalışmasının temelini atmıştır. Aslında Saccheri'yle Hayyâm'ın çalışması çok benzerdir ve hatta bazı önermeler ve ispatları aynıdır. Saccheri'nin Hayyâm ve Nasıreddîn'den tek farkı, içinde yaşadığı zamanın avantajıyla, ispatının sonunda Öklid dışı bir geometrinin varlığına işaret etmesidir. Bu farkındalık dışında ispatlar neredeyse tıpatıp aynıdır. Saccheri çalışmasında Hayyâm'dan bahsetmemiş olsa da Nasıreddîn'den söz etmektedir. Kısaca Sacherri, Hayyâm'ın çalışmasından Nasıreddîn Tusî aracılığıyla haberdar olmaktadır.

David Eugene Smith *"Euclid Omar Khayyam and Saccheri"* makalesinde Sacherri ve Hayyâm'ın önermelerini karşılaştırarak, bu iki âlim'in çalışmaları arasındaki benzerliği gözler önüne sermiştir. Bu karşılaştırma şöyledir.

Teorem I.

Ömer Hayyâm,

AC ve BD doğruları AB'ye dik olsun ve AC = BD olsun. Sonra BC ve AD'yi çizelim. Bu durumda <ACD = <BDC'dir.

Hayyâm <ACD = <BDC olduğunu gösterebilmek için, CAB üçgeninin DBA üçgenine eşitliğinden faydalanmaktadır. Bunun için de <ACB = <BDA ve <BCD = <ADC olduğunu gösterir.

Saccheri,

AC = BD ve A ve B açıları eşit olsun. Bu durumda <ACD = <BDC'dir.

Saccheri bunu ispatlamak için AD ve BC'yi çizmiştir. Daha sonra CAB üçgeninin DBA üçgenine eşitliğinden <ACD = <BDC sonucuna varmıştır.

Yukarda da göründüğü gibi çok ufak farklılıklar dışında bu iki teorem ve ispatı aynıdır.

Teorem II.

Ömer Hayyâm,

ABCD dikdörtgeninde E noktası AB'nin orta noktası ve EZ, AB'ye dik olsun. ED ve EC'yi çizelim. CZ = DZ ve EZ'nin, CD'ye dik olduğunu gösterebilmek için üçgenlerinin eşitliğinden faydalanarak < EZC = <EZD dolayısıyla CZ = DZ sonucuna ulaşmıştır.

Saccheri,

ABCD dikdörtgeninde H noktası CD'nin orta noktası ve M noktası AB'nin orta noktası olsun kabulüyle AH, HB, CM, DM doğrularını çizerek. <HMA = <HMB olduğunu üçgenlerin eşitliğinden faydalanarak göstermiştir.

Burada ispata Hayyâm E açıortayı ve EZ diki ile başlarken, Saccherri HM açıortayı ile başlamıştır. Fakat ispatın metodu temelde aynıdır.

Teorem III.

Saccheri ve Hayyâm'da aynı şekilde verilen teorem şöyledir.

A ve B açıları dik olmak üzere ABCD dörtgeninde,

(1) Eğer C ve D açılarının her ikisi de dik açıysa CD = AB'dir.

(2) Eğer C ve D açılarının her ikisi de geniş açıysa CD < AB'dir.

(3) Eğer C ve D açılarının her ikisi de dar açıysa CD > AB'dir.

Şerh ma-askala min musâderât Kitâb Uklidis'in söz kalabalıklarından kaçınabilmek için modern notasyonlarla, Ali R. Amir Moez (1919-2007) tarafından yapılmış İngilizce çevirisi mevcuttur. Fakat maalesef Moez'in çevirisini yaptığı yazma, Hayyâm'ın çalışmasının bir kopyasıdır ve üzerinde oynamalar yapılmıştır. Moez, orijinal metinden uzaklaşmamak için kelime kelime tercüme yapmıştır. Çeviride Hayyâm'ın girişi, paralellerle ilgili görüşleri, oran orantı, bileşik oranlar ile ilgili görüşleri ve irrasyonel sayılarla ilgili bilgilerini içeren kısımlar mevcuttur. Hayyâm, kendinden önceki âlimlerin paralellerle ilgili çalışmalarını gördüğünden, ancak bunların hiçbirinin ispat içermediğinden bahseder. Hayyâm'ın bahsettiği isimler arasında Heron, Autocus (Autolycus), el Hasan[23], el Şenni ve el Neyrîzî bulunmaktadır. Hayyâm, ibn Heysem'in harekete dayanan postulatını ve ispatını şiddetli bir şekilde eleştirmiştir. ibn Heysem'in bir doğruya dik olan başka bir doğrunun hareketini esas alan ispatındaki hareke-

[23] İbn Heysem.

tin, Öklid'in kullandığı hareket fikrinden farklı olduğunu öne sürmüştür. Hayyâm'a göre, Öklid harekete sadece tek bir unsur için izin vermiştir. Bir noktanın hareketiyle oluşan bir doğru, bir doğrunun hareketiyle oluşan bir yüzey veya bir doğrunun çevrilmesiyle oluşturulan bir çember, hareketle oluşturulabilecek şekillerdir. Ancak bu hareketler, bir doğrunun iki ucuyla oluşan paralel doğrulardan farklıdır. Öklid'e göre böyle bir hareket ancak bir yüzey oluşturabilir ve Öklid'in bu fikirlerinin ibn Heysem'in fikirleriyle karşılaştırılması mümkün değildir. Hayyâm bu çalışmasında *Elementler*'in ilk 28 teoremini kabul etmiş ve bu teoremlere ek 8 tane teorem önermiştir (Smith, 1958: 1). Ayrıca Hayyâm'ın ispatı tarihte ilk defa *pettitio principii* hatasına düşmeden yapılmış olan ispattır.

Nasıreddîn Tûsî (1201-1274), İran'ın Tûs kentinde doğmuştur. Eğitimini Nişabur'da tamamlamıştır. 1256'daki Moğol istilasına kadar İsmaili hükümdarların hizmetinde bulunmuş, istiladan sonra Moğol hükümdarı Hûlâgû Han'ın hizmetine geçmiş ve Meraga Rasathanesi'nin başına getirilmiştir. Hayatının geri kalanını bu görevde geçirmiştir. Astronomi, felsefe ve matematikle uğraşmıştır (Katz, 1993: 250).

Nasıreddîn'in paralellerle ilgili çalışmasının adı *el-Risâle el-Şafiye 'an el-Şekk fi'l-hutût*'dur (paralel çizgiler meselesiyle ilgili şüpheleri gideren eser) (Rosenfeld,1988: 74). Nasıreddîn, bu esere Cevherî'nin, ibn Heysem'in, Hayyâm'ın ve Salar'ın konuyla alakalı çalışmalarını irdeleyerek başlar. Daha sonra da kendi ispatını geliştirir. Hayyâm gibi Nasıreddîn de *Elementler*'in ilk 28 teoremini kabul etmiş ve bu teoremlere ek 8 tane teorem önermiştir. Bu teoremlerden iki tanesi Hayyâm'ın çalışmasından alınmıştır. Nasıreddîn'in II. teoremi Hayyâm'ın I. teoremi, IV. Teoremi de Hayyâm'ın IV. teoremidir. Nasıreddîn Tûsî bu teoremleri aynen almıştır. Nasıreddîn'in V. teoremiyse, Hayyâm'ın VII. teoremine denktir. Şunu da özellikle belirtmek gerekir ki Nasıreddîn Tûsî'nin çalışması hem hiperbolik hem de eliptik geometrileri içermekteydi ve onlara yön verdi.

B. A Rosenfeld, Nasıreddîn Tûsî'nin *el-Risâle el-Şâfiya 'an el Şekk fi'l-hutût*'daki ispatını, kimi teoremlerin ispatını vermeden aktarmıştır. Günümüzdeki çoğu İngilizce kaynak Rosenfeld'in bu çalışmasından yararlanmıştır. Roberto Bonola *Non-Euclidean Geometry* kitabında kendi yorumuyla Nasıreddîn'in ispatına yer vermektedir. Fakat Bonola'da teoremlerin hepsi mevcut değildir.

Öklid-dışı Geometriye Doğru

V. postulat konusu, İslam bilginlerinden sonra bir süre köşesine çekilmiştir. Bu meselenin çözümünde, özellikle Nasıreddîn'den sonra pek kayda değer bir gelişme olmamıştır. Batı Dünyası'nın bu konuyla ilgilenmesi 16.

y.y'da *Elementler*'in Arapça'dan ve daha sonrada orijinal Yunanca'sından tercümesiyle başlamıştır. Yunanca'dan çevrilen ilk *Elementler* Proclus'un şerhidir. 17. y.y'da P. A Cataldi (?-1626), paraleller teorisini ilk yayımlayan kişi olmuştur. Onu takiben sırasıyla, G. A Borelli (1608-1679), Giordano Vitale (1633-1711) ve J. Wallis (1616-1703) paraleller üzerine çalışmışlardır. Gerolamo Saccheri (1667-1733), Öklid dışı geometrinin kurucusu sayılır. Daha önce de bahsettiğimiz gibi Saccherri'nin çalışması, Nasıreddîn'in, Hayyâm'ın eserini verdiği kitabından alıntıdır. Saccheri, Hayyâm gibi üç açısı dik olan bir dörtgende dördüncü açıyı incelemiş, dördüncü açının dik, dar veya geniş açı olması durumlarını esas alarak bir ispat geliştirmiştir. Fakat bu açının dik ve dar açı olması durumunda bir çelişki bulamamıştır. Onun asıl dehası; Hayyâm'ın çıkardığı sonuçlarla aynı sonuçlara varmış olmasına rağmen, Öklid dışı bir geometrinin var olabileceğini ilk ifade eden kişi olmasıdır. Hayyâm bunu fark edememiş veya ifade etmemiştir. Böyle bir geometrinin varlığı, matematiği korkunç bir bunalıma sürükleyecektir. Bu, matematikte bir devrim anlamına gelmektedir ve her bilimsel devrim gibi matematik devrimlerinin de metafizik bir hazırlanma sürecine ihtiyacı vardır. Öklid dışı bir geometrinin varlığı matematik için, Dünya merkezli sistemden çıkıp Güneş merkezli bir sisteme geçmek demektir. Bu sebeple Hayyâm, içinde bulunduğu zaman diliminde Öklid dışı bir geometrinin var olduğu sonucuna varamamış olabilir.

Matematikte gerçekleşen devrimler; ampirik bilimlerdeki gibi bir hazırlık sürecine tâbi olsalar da, farklı ilerlerler. Bir doğa biliminde yeni bir teoremin kanıtlanması bir önceki teoremin geçerliliğini ortadan kaldırır. Ancak böyle bir şey matematik için geçerli değildir. Karmaşık sayıların bulunması Reel sayıların geçerliliğini ortadan kaldırmamıştır. Aynı şekilde Öklid dışı geometrilerin var olması Öklid geometrisinin geçerliliğini ortadan kaldırmamaktadır. Bu sebeple hangi geometrinin gerçek veya doğru olduğunu tartışanlar bir yere varamamışlardır.

Saccheri'den sonra Johann Heinrich Lambert (1728-1777), Adrien Marie Legendre (1752-1833), Wolfgang Bolyai (1775-1856), Friedrich Ludwig Wachter (1792-1817), Bernhard Friedrich Thibaut (1775-1832), Carl Friederich Gauss (1777-1855), Ferdinand Karl Schweikart (1780-1859) ve Franz Adolf Taurinus (1794-1874) paraleller üzerine kayda değer çalışmalar yapmış ve ispatlar vermiş isimlerdir. Bunların dışında özellikle iki isim vardır ki Öklid dışı geometrinin ve özellikle hiperbolik geometrinin (veya pangeometrinin) kurucuları olarak geçerler. Bunlardan birincisi Nicolai Ivanovitsch Lobatchevski (1793-1856), diğeri ise Wolfgang Bolyai'nin oğlu Johann Bolyai'dir. (1802-1860). Lobatchevski, Lambert ve Saccheri'nin (ibn Heysem ve Hayyâm'ın) dördüncü açı meselesinden yola çıkmış, Öklid'in

V. postulatını yok sayarak sanal bir geometri icat etmiş ve buna *pangeometri* ismini vermiştir. Aynı zamanlarda Johann Bolyai de babasının mirası olan çalışmaları ilerleterek aynı sonuçlara varmıştır. Öklid geometrisinde bir doğruya, o doğru dışındaki bir noktadan geçen yalnız bir paralel çizilebilir ve üçgenin iç açılarının toplamı 180°'dir. Oysa Lobatchevski ve Bolyai'nin bulduğu geometriye göre bir doğruya, o doğru dışındaki bir noktadan geçen birçok paralel çizilebilir ve üçgenin iç açılarının toplamı 180°'den küçüktür. 1854 yılında Bernhard Riemann'ın (1826-1866) geliştirdiği geometride ise bir doğruya, o doğru dışındaki bir noktadan geçen hiçbir paralel çizilemez ve üçgenin iç açılarının toplamı 180°'den büyüktür. Bu geometriler sırasıyla düzlemsel, hiperbolik ve eliptik geometrilerdir. Hepsi geçerlidir ve matematiğin farklı alanlarında işlevlerini sürdürmektedirler.

Bu geometrilerin ortaya çıkışı matematiğin kesinliğine ve hatasızlığına darbe indirmiştir. O zamana kadar yanlışsız ilerleyen matematikte yanlış çıkmıştır. Matematikte çok önemli olan sağduyu ve sezgi gücünün hiçbir anlam ifade etmediği ortaya çıkmış, geometri sentetik bir bilim olmaktan çıkarak analitik bilimler sınıfına girmiştir. Çünkü mutlaka kesişeceği sezilen çizgilerin kesişmemesi ya da bir doğruya, o doğru dışındaki bir noktadan geçen hiçbir paralel çizilememesi sağduyuya tamamen aykırıdır. Fakat yine de, bu yeni geometriler kendi içinde tutarlı ve tamamen mantıksaldır. Ayrıca, bu yeni geometrilerin keşfi, uygulamadaki başarının matematiksel olarak yetersiz bir başarı olduğunu göstermektedir. Aksiyom ve postulat kavramlarının apaçık doğrular olmadığı ve apaçık görünen her şeyin ispat edilmesi gerektiği ortaya çıkmıştır. Sezgiye güvenin azalmasıyla matematik ve geometrideki sözelliğin azalarak yerini tamamen simgeselliğe bırakması da birbirini takip eden olaylardır. Şunu da unutmamak gerekir ki, sezgi her ne kadar matematiksel bir yargıya varmak için yetersiz olsa da, herhangi bir ispata başlarken gereklidir. Matematiksel ilerlemede sezginin gücü hafife alınmamalıdır. Neticede matematikçilerin V. postulatın üzerinde bu kadar durmaları, onun önemli ve ispat edilmesi gereken bir husus olduğunu fark etmeleri de sezgi güçleri sayesinde gerçekleşmiştir.

Matematiğin, paradokslardan sonraki en büyük sıkıntısı olan V. postulat meselesi, ünlü düşünürleri matematiğin temellerini düşünmeye itmiş ve bunun sonucunda mantıkçılık, sezgicilik ve formalizm gibi kavramlar ortaya çıkmıştır (Yıldırım, 1988, 86-101).

İslam coğrafyası bilginleri, bu yolda çok önemli bir yer teşkil etmişlerdir. Gerek bilgilerin aktarılması gerek ilerlemesi açısından çalışmalarının önemi yadsınamaz. Yaptıkları iş salt bir tercüme çalışması değildir, yazdıkları şerhler kendilerinden sonraki bilim adamlarının başvuru kitapları olmuştur. İki doğru arasındaki en kısa mesafenin dik uzaklık olduğunu, ilk defa İslam Dünyası bilginleri belirtmiştir. İncelediğimiz ispatlarda Playfair ve Pasch aksiyomlarının, İslam Dünyasında sıklıkla kullanılmış olduğunu görüyoruz. Playfair aksiyomunun Proclus'a dayandığını bilmekteyiz, Pasch aksiyomuna ilk defa ibn Heysem'de rastlamaktayız. Ayrıca Saccheri Hayyâm'ın, Lambert ibn Heysem'in çalışmalarını ilerletmiş ve pangeometrinin kurulmasına öncülük etmişlerdir.

KAYNAKÇA

Alpay. Şafak. (1996). "Paralellik Aksiyomu Üzerine". *Matematik Dünyası (I)*. s. 2-6.

Aslan. İrem. (2012) *Orta Çağ İslam Dünyasında V. Postulat Geleneği*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara Üniversitesi. Ankara.

Besthorn ve Heiberg. (1997). "Euclidis Elementa Ex Interpretatione Al-Hadschdschadschii Cum Commentariis Al-Narizii". *Islamic Mathematics and Astronomy*. ed. Fuat Sezgin. Frankfurt am Main: Publications of the Institute for the History of Arabic-Islamic Science. s. 14-15.

Bonola. Roberto. (1955). *Non Euclidean Geometry*. New York: Dover Publications.

Dilgan. Hamit. (1964). *Şair Matematikçi Ömer Hayyâm*. İstanbul: Şirketi Mürettibiye Basımevi.

Euclid. (1952). "The Thirteen Books of Euclid's Elements". çev. T. L. Heath. *Great Books of the Western World*. Chicago: Encyclopaedia Britannica.

Gregorian ve Rosenfeld. (1981). "Thabit ibn Qurra". *Dictionary of Scientific Biography*. ed. Hermann Staudinger ve Giuseppe Veronese. New York: Charles Scribner's Sons. c. 13. s. 288-295.

Heath. Thomas. (1921). *A History of Greek Mathematics*. London: Oxford At the Clarendon Press.

Heath. Thomas. (1931). *A Manual of the Greek Mathematics*. London: Oxford At the Clarendon Press.

Heath. Thomas. (1956). *The Thirteen Books of Euclid's Elements*. New York: Dover Publications.

İbn Nedim. (1970). *El Fihrist*. çevb.ayard Dodge. NewYork & London: Columbia University Press.

Katz. Victor. J. (1993). *A History of Mathematics (an Introduction)*. New York: Harper Collins College Publishers.

Müftüoğlu. Ferruh. (1993). "Cevherî". *İslam* Ansiklopedisi. İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı. c. 7. s. 458.

Nasr. Seyyed Hossein. (1981). "Nasıreddîn el-Tûsî". *Dictionary of Scientific Biography*. ed. Hermann Staudinger ve Giuseppe Veronese. New York: Charles Scribner's Sons. c. 13. s. 508-514.

Proclus. (1992). *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. çev. Glenn R. Morrow. Princeton N. J.: Princeton University Press.

Rashed. Roshdi. (1996). *Encyclopedia of the History of Arabic Science; Mathematics and the Physical Sciences*. London ve New York: Routledge.

Rosenfeld. B. A. (1988). *A History of Non-Euclidean Geometry Evolution of the Concept of a Geometric Space*. New York: Springer-Verlag.

Rosenfeld. B. A. İhsanoğlu. E. (2003). *Mathematics Astronomers and other Scholars of Islamic Civilisation and Their Works (7th-9th c.)*. İstanbul: IRCICA.

Sabra. A. I. (1968). "Thabit ibn Qurra on Euclid's parallels postulate". *Jounal of the Warburg and Courtauld Institues*. S. 31. London. s. 12-32.

Sabra. A. I. (1969). "Simplicius's Proof of Parallels Postulate". *Jounal of the Warburg and Courtauld Institues*. S. 32. London. s. 1-24.

Sabra. A. I. (1981). "Al-Jawharî". *Dictionary of Scientific Biography*. ed. Iamblichus ve Karl Landsteiner. New York: Charles Scribner's Sons. c. 7. s. 79-80.

Sabra. A. I. (1981). "Al Nayrizi". *Dictionary of Scientific Biography*. ed. S. G. Navashin ve W. Piso. New York: Charles Scribner's Sons. c. 10. s. 5-7.

Sabra. A. I. (1994). *Optics. Astronomy and Logic*. Hampshire: Variorum.

Scott. J. F. (1981). "İbn Al-Haytham". *Dictionary of Scientific Biography*. ed. Jean Hachette ve Joseph Hyrtl. New York: Charles Scribner's Sons. c. 6. s. 189-210.

Smith. David Eugene. (1935). "Euclid Omar Khayyâm and Saccheri". *Scripta Mathematica*. S. 3. NewYork. s. 5-10.

Smith. David Eugene. (1958). *History of Mathematics*. NewYork: Dover Publications.

Yıldırım. Cemal. (1988). *Matematiksel Düşünce*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

Youschkevitch ve Rosenfeld. (1981). "Al Khayyâmi". ed. Iamblichus ve Karl Landsteiner. *Dictionary of Scientific Biography*. New York: Charles Scribner's Sons. c. 7. s. 323-331.