

Öğretmen Adaylarının Olasılık Kavramlarına İlişkin Alan Bilgileri: Ayırık-Ayırık Olmayan Olaylar, Bağımlı-Bağımsız Olaylar ^a

Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR ^{1,b}

¹ Yrd. Doç. Dr., Bartın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğit. Böl., Bartın-Türkiye

Başvuru tarihi: 11 Şubat 2017

Düzeltilme tarihi: 26 Şubat 2017

Kabul tarihi: 09 Mart 2017

Öz

Bu çalışmanın amacı, öğretmen adaylarının olasılık konusundaki bazı temel kavramlara yönelik alan bilgilerini incelemektir. Bu doğrultuda olasılık konusunda birbirine çok karıştırılan ayırık, ayırık olmayan, bağımlı ve bağımsız olaylar kavramları ele alınmıştır. Çalışmanın katılımcılarını, bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programının üçüncü sınıfında öğrenim gören 40 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak, dört açık uçlu sorudan oluşan form kullanılmıştır. Çalışma bulguları, öğretmen adaylarının yazılı açıklamalarından ve bunlar arasından seçilen altı öğretmen adayı ile gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilmiştir. Görüşmeler yarı yapılandırılmış görüşme tekniği ile ses kaydı alınarak yapılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının sınav dokümanları incelenerek veri çeşitliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada nitel yaklaşıma dayalı durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Verilerin analizinde, betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgulara dayalı olarak, adayların çoğunun ayırık-ayırık olmayan olay ile bağımlı-bağımsız olay kavramlarıyla ilgili alan bilgilerinin yetersiz olduğu ve bu kavramları birbirine karıştırdıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler

Olasılık, Ayırık Olay, Ayırık Olmayan Olay, Bağımlı Olay, Bağımsız Olay

^a Bu çalışma, 4-6 Kasım 2016 tarihlerinde İstanbul'da düzenlenen "2nd International Conference on Social Sciences & Education Research" konferansında bildiri olarak sunulmuştur.

^b Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Bartın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ağdacı Mahallesi, Ağdacı Köyü Yolu, 74110, Bartın/Türkiye.
e-posta: gokkurtburcin@gmail.com

Content Knowledge of Pre-Service Teachers Regarding Concepts on the Probability: Discrete-Continuous Events, Dependent-Independent Events

Abstract

The aim of the study was to examine the content knowledge of pre-service teachers regarding basic concepts on the subject of probability. In this respect, the most confusing concepts in the subject of probability, discrete, continuous, dependent, and independent events were addressed. The study participants included 40 pre-service teachers studying in the 3rd grade of elementary mathematics teaching program of a state university. A form consisting of four open-ended questions was used as the data collection tool. Interviews were held by taking sound recording with a semi-structured interview technique. In addition, preservice teachers' documents related to examination papers were examined to provide data diversity. The case study method based on the qualitative approach was used in the study in the analysis of the data, qualitative data analysis techniques were used. Based on the findings obtained as a result of this study, it was found out that the content knowledge of most of the pre-service teachers was inadequate about the concepts of discrete-continuous event and dependent-independent event and they confused these concepts.

Keywords

Probability, Discrete Event, Continuous Event, Dependent Event, Independent Event

1. GİRİŞ

Olasılık, belli bir olayın meydana gelmesindeki kesinliğin bir ölçüsüdür (Franklin, 2005). Olasılık, bireyin bireysel ya da toplu karar almasını etkiler (Sharma, 2006) ve günlük yaşamı ilgilendiren alanlarda, meteoroloji, kuantum fiziği gibi bilimin çeşitli dallarında yoğun olarak kullanılır (Kazak, 2013). Bu durum olasılık bilgisini hayatın değişik alanlarında çalışan bireyler için gerekliliğini ortaya koymaktadır. Matematiğin öğrenme alanlarından biri olan olasılık, 17. Yüzyılın ortalarında olasılık teorisi altında bir bilim dalı haline gelmiş ve toplumda bilimsel ve kültürel gelişmelerde etkisi olmuştur. 18. Yüzyılda hukuk, veri analizi problemlerine uygulanmış, 20. yüzyılda da astronomi, tıbbi testler gibi sayısız birçok alanda uygulanmıştır (Gigerenzer, vd., 1989).

Olasılığın günlük yaşamdaki kullanımından dolayı son yıllarda olasılık birçok ülkede öğretim programlarında yer almıştır (Borovenik ve Peard, 1996; Gal, 2005; Jones, 2005; Jones ve Tarr, 2007; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Ministerio de Educacion y Ciencia [MEC], 2006). Türkiye’de ise olasılık öğrenme alanı ortaokul ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarında (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013a, 2013b) yer almaktadır.

Olasılık konusuna ilişkin kavramlar diğer ülkelerin birçoğunda olduğu gibi ülkemizde de çeşitli nedenlerden dolayı etkin bir biçimde öğrenilememektedir (Gürbüz, 2007). Bu nedenle olasılık konusu, hem öğretmenler hem de öğrenciler tarafından en çok zorlanılan konuların arasında yer almaktadır (Bulut, 1994; Bulut vd., 1999; Toluk, 1994). Stohl (2005), çoğu öğretmenin, lisans eğitimlerinde olasılıkla ilgili az ya da hiçbir tecrübelerinin olmadığını dile getirmiştir. Bu nedenle, öğretmenlerin olasılık konusunun öğretiminde kendilerine güvenmediklerini ve olasılık konusunu zor olarak algıladıklarını belirtmiştir. Bu algı ve tutumlar olasılık konusunun öğretimini olumsuz etkilemektedir. Munisamy ve Doraisamy (1998) öğrencilerin çoğunun pek çok olasılık kavramı hakkında zorlandıklarını belirtmişlerdir. Koyuncu-Nazlıççek (1998) öğrencilerin bağımlı ve bağımsız olaylar ile ilgili olarak çok fazla hatalar yaptıklarını tespit etmişlerdir. Çelik ve Güneş (2007), öğrencilerin olasılık kavramları ile ilgili sorulan sorulara genel olarak verdikleri doğru cevapların nedenlerini açıklayamadıklarını ifade etmişlerdir.

O'Connell (1999) öğrencilerin bağımlı ve bağımsız olasılık problemlerini çözerlerken hatalar yaptıklarını ve bu hataların da kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklandığını belirtmiştir. Altun (2008), öğrencilerin bağımsız olaylar ile ayrık olayları karıştırdığını ifade etmiştir. Bu açıklamaların neticesinde olasılık konusu sadece ülkemizde değil, diğer ülkeler için de öğrencilerin zorlandıkları konular arasında gösterilebilir.

Öğretmen eğitimi programlarından yeni mezun olan öğretmen adaylarının olasılık konusunun öğretiminde başarılı olabilmeleri için öncelikli olarak olasılıkla ilgili temel kavramları bilmeleri gerekmektedir (Dollard, 2011). Temel kavramların tam olarak anlaşılabilmesi, öğrencilerde o konu ile ilgili diğer kavramların öğrenilmesinde zorluklara neden olacaktır. Bu nedenle öğretmenlerin olasılıkla ilgili kavramların üzerinde hassasiyetle durulması gerektiği söylenebilir. Bunun için öğretmenlerin olasılıkla ilgili kavramları öğrencilere doğrudan vermek yerine bu kavramların anlamları üzerinde durarak kavramsal bilgiye önem vermeleri gerekir. Bunun için öğretmenlerin bu konuda yeterli düzeyde alan bilgisine sahip olmaları gerektiği söylenebilir. İyi bir öğretmenin sahip olması gereken yeterlikler dikkate alındığında, alan bilgisi ön plana çıkmaktadır (Appleton, 2003; Tanışlı, 2013). Shulman (1986) da öğretmen bilgisini üç kategoriye ayırmış ve bunlardan birinin alan bilgisi olduğunu ifade etmiştir. Öğretim sürecinde, uygun öğrenme etkinliklerinin seçimi, üretken sorular sorma, öğrenci öğrenmesini değerlendirme gibi pek çok öğretim etkinliği, öğretmenin yeterli düzeyde alan bilgisine sahip olmasına bağlıdır (Ball ve McDiarmid, 1990). Ball (1990), etkili bir matematik öğretiminde alan bilgisinin rolüne vurgu yaparak öğretmen eğitiminde alan bilgisinin gelişimine yoğunlaşılması gerektiğini ifade etmiştir (aktaran: Appleton, 2003).

Son zamanlarda olasılık konusu üzerinde yapılan çalışmalar, istatistik üzerine yapılan çalışmalardan daha geniş yer tutmaya başlamıştır. Bu durum, olasılığın ayrı bir alan olarak ön plana çıkmasına neden olmuştur (Garfield ve Ahlgren, 1988). Hem okullarda öğrenim gören öğrencilerde (Green, 1983) hem de üniversite öğrencilerinde ve yetişkinlerde olasılıklı düşünme üzerine odaklanılmıştır (Tversky ve Kahneman, 1982). Ancak her seviyedeki öğrencilerin olasılıkla ilgili temel fikirlerin oluşmasında zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Bu zorlukların en az üç sebebi vardır (Garfield ve Ahlgren, 1988). Birincisi, çoğu öğrenci sonucu rasyonel sayı olan ve orantısız düşünme içeren olasılıkları yorumlamada, hesaplamada zorluk yaşamaktadır (Behr vd., 1983). İkincisi

olasılıkla ilgili kavramlar öğrenciler için karmaşık olarak algılanmaktadır (Kapadia, 1985). Üçüncüsü ise, çoğu öğrenci olasılığın soyut ve formal yapısından dolayı olasılığı sevmemektedir. Bu sebeplerden ötürü öğrenciler olasılık konusunda pek çok hata yapmakta ve bu hatalar da kavram yanlışlığına dönüşmektedir. Alanyazın incelendiğinde de öğrencilerin olasılık konusunda öğrenme zorlukları yaşadıkları (Çakmak ve Durmuş, 2015; Sezgin-Memnun, 2008; Sezgin-Memnun vd., 2010) ve kavram yanlışlıklarına (Çelik ve Güneş, 2007) sahip oldukları görülmektedir. Shaughnessy (1977) ve Fast (2001), olasılıkla ilgili bazı kavram yanlışlıklarının, öğrencilerin önceki teorik olasılık bilgisinden ve konunun doğasından kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Olasılık konusu, ülkemizde matematik dersi öğretim programlarında geniş yer tutmakta ve neredeyse her seviyede anlatılmaktadır. Bununla ilgili olarak Tablo 1’de olasılık konusunun hangi seviyedeki öğrencilere öğretildiği ve bu konuya ilişkin kazanımların neler olduğu ayrıntılı olarak verilmiştir.

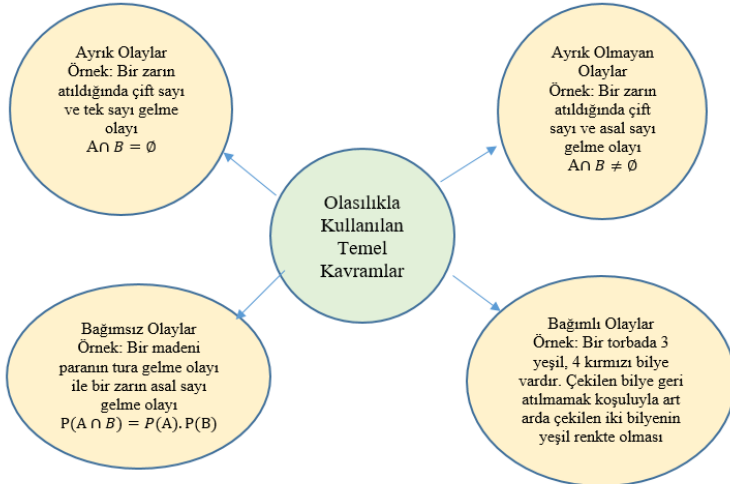
Tablo 1. Ortaokul, Lise ve Lisans Düzeyinde Olasılık Öğrenme Alanıyla İlgili Kazanımların İçeriği

Olasılık Öğrenme Alanına İlişkin Kazanımlar	Ortaokul (MEB, 2013a) <i>Bir olaya ait olası durumları belirler</i> <i>Daha fazla, eşit ve daha az olasılıklı olayları ayırt eder, örnek verir.</i> <i>Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının eş olasılıklı olduğunu ve bu değerlerin $1/n$ olduğunu açıklar.</i> <i>Olasılık değerinin 0-1 arasında olduğunu anlar ve kesin ve imkânsız olayları yorumlar.</i> <i>Basit olayların olma olasılığını hesaplar.</i>
Olasılık Öğrenme Alanına İlişkin Kazanımlar	Lise (MEB, 2013b) <i>Örnek uzay, deney, çıktı, bir olayın tümleyeni, ayrık ve ayrık olmayan olay kavramlarını açıklar.</i> <i>Tümleyen, ayrık ve ayrık olmayan olaylar ile ilgili olasılıkları hesaplar.</i> <i>Koşullu olasılığı örneklerle açıklar.</i> <i>Bağımlı ve bağımsız olayları örneklerle açıklar; gerçekleşme olasılıklarını hesaplar.</i> <i>Bileşik olayların olasılıklarını hesaplar.</i> <i>DeneySEL olasılık ile teorik olasılık arasındaki ilişkiyi örneklerle açıklar.</i> <i>Basit ve bileşik olayların olasılıklarını içeren, hayatın içinden gerçek/gerçekçi problem durumlarını çözer.</i>
İstatistik-Olasılık I-II Derslerinin Olasılık Öğrenme Alanıyla İlgili Kazanımları	Lisans (İlköğretim Matematik Öğretmenliği) <i>Olasılığın tanımı, Olasılığın Özellikleri</i> <i>Olasılıkta Temel Kavramlar</i> <i>Şartlı Olasılık ve Bağımsızlık</i> <i>Bayes Teoremi</i> <i>Beklenen Değer ve Özellikleri</i> <i>Kesikli Rassal Değişken, Olasılık Yığın Fonksiyonu ve Birikimli Dağılım Fonksiyonu</i> <i>Sürekli Rassal Değişken, Olasılık Yığın Fonksiyonu ve Birikimli Dağılım Fonksiyonu</i>

Momentler ve Moment Üreten Fonksiyon
Kesikli Rassal Değişkenlerin Dağılımları
Sürekli Rassal Değişkenlerin Dağılımları
Bileşik ve Marjinal Dağılımlar

Tablo 1’den görüldüğü üzere olasılıkla ilgili kavramların ortaokuldan lisansa kadar her kademede yer aldığı görülmektedir. Buna rağmen, diğer ülkelerde olduğu gibi Türkiye’de de olasılık konusu etkili bir şekilde öğretilmemektedir. Bu konunun etkili bir şekilde öğretilmemesinin en önemli sebeplerinden biri bu konuyla ilgili yaygın şekilde kavram yanlışlarının olmasıdır (Gürbüz ve Birgin, 2012). Literatürdeki pek çok çalışma bu konuyla ilgili yanlış anlamaların olduğunu göstermektedir. (Dooren vd., 2003; Fischbein ve Schnarch, 1997; Gal-Ezer ve Zur, 2004; Garfield ve Ahlgren, 1988; Gürbüz vd., 2010). Fischbein ve Schnarch (1997) olasılık konusuna ilişkin kavram yanlışlarını yaşa bağlı olarak incelemişlerdir. 5, 7, 9. 11. sınıf öğrencileri ile öğretmen adayları ile yürüttükleri çalışmada, yaşa bağlı olarak bazı kavram yanlışlarının daha da güçlendiğini ortaya çıkarmışlardır. Bu yanlışların önüne geçilebilmesi öğretmenlerin olasılık konusunda donanımlı olmaları (Bulut, 2001) ve derslerde olasılıkla ilgili kavramların üzerinde durmaları gerekmektedir. Ayrıca bu kavramlar arasında bağımlı-bağımsız olaylar ve ayrık-ayrık olmayan olaylar olasılıkta sıklıkla kullanılan kavramlar arasında yer almaktadır. Bu kavramlar, öğrenciler tarafından sıklıkla birbirlerinin yerine kullanılmakta ve bu kavramların tanımları öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılamamaktadır. Bağımlı-bağımsız olaylar ile ayrık-ayrık olmayan olayların daha iyi anlaşılması için Şekil 1’de bu kavramlarla ilgili örnekler yer verilmiştir.

Şekil 1. Olasılıkta Sıklıkla Kullanılan Kavramlar ve Bu Kavramlara İlişkin Örnekler



Spiegel ve Stephens (1999), ayrık olayları “İki ya da daha çok olaydan herhangi birinin ortaya çıkması diğerlerinin ortaya çıkmasını engelliyorsa bu olaylara ayrık olaylar

denir.” şeklinde tanımlamışlardır. Güzel ve Ünal (2013) ise ayrıık olayları, *aynı anda gerçekleşme olasılığı olmayan ve kesişimleri boş küme olan olaylar* olarak belirtmiştir.

Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2014) ‘e göre, ikinci olayın meydana gelmesinin birinci olaya bağılı olması durumunda bağımlı olay gerçekleşir. Bağımsız olaylar da A ve B gibi iki olay arasında, B olayının belli olması, A olayının gerçekleşme ihtimali üzerinde herhangi bir etkiye sahip değilse gerçekleşir (Çiltaş, 2015). Yani A olayının oluşması ya da oluşmaması, B olayının oluşma olasılığını etkilemez (Spiegel ve Stephens, 1999). Bu çalışmada öğretmen adaylarının bu dört kavrama ilişkin alan bilgileri incelenmiştir. Çünkü hizmet öncesi eğitim alan adayların olasılık konusundaki temel kavramlarda donanımlı olmaları, nitelikli birer öğretmen olabilmeleri için önem arz etmektedir. Dolayısıyla bu çalışmadan elde edilen sonuçların, adayların bu konudaki eksikliklerinin tespit edilerek gerekli tedbirlerin alınmasına katkı sağlayacaktır. Alan yazın incelendiğinde, bu konudaki çalışmaların genellikle öğrencilerle (Çakmak ve Durmuş, 2015; Sezgin-Memnun vd., 2010; Sırmacı ve Tuncer, 2013) yürütüldüğü ve öğretmen adaylarıyla sınırlı sayıda (Yıldız ve Baltacı, 2015) çalışmaya rastlandığı göze çarpmaktadır. Bu kapsamda, çalışmanın ilgili alandaki boşluğu bir ölçüde doldurabileceği düşünülmektedir.

2. YÖNTEM

Çalışmada nitel araştırma yaklaşımı esas alınmıştır. Bu kapsamda durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin tercih edilmesinin sebebi olarak; verilerin toplanmasında veri üçlemesinin (görüşme, öğretmen adaylarının dört soruya ilişkin yazılı açıklamaları, sınav dokümanları) yapılması ve öğretmen adaylarının olasılıkla ilgili kavramlara ilişkin alan bilgilerinin derinlemesine incelenmesi gösterilebilir. Çünkü durum çalışması, bir durumu, ilişkiyi, olayı ya da süreci, sınırlı sayıda örneklem ile her yönüyle inceleyen (Çepni, 2012) ve farklı veri toplama araçları yardımıyla sınırları belirli bir sistemin derinlemesine keşfedilmesini sağlayan bir yöntemdir (McMillian ve Schumacher, 2010)

2.1. Çalışma Grubu

Bu çalışmaya bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi’nin 3. sınıfında öğrenim görmekte olan toplam 40 öğretmen adayı seçilmiştir. Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda, adayların olasılıkla ilgili kavramları öğrenip öğrenemediklerinin tespit edilmesi için İstatistik ve Olasılık I-II dersini almış olmaları dikkate alınmıştır.

2.2. Verilerin Toplanması

Veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından, çalışmanın amacına uygun olarak dört soru hazırlanmıştır. Soruların içeriğinde ayrıık olay-ayrıık olmayan, bağımlı-bağımsız olayların tanımları, bu olaylara ilişkin örnekler oluşturma, bu olaylara ilişkin verilen örnekleri sınıflandırma ve bu olaylar arasındaki farklara ilişkindir. Çalışmanın geçerliği ve güvenilirliği için uzman görüşü alınmış ve iki adayla pilot uygulama yapılmıştır. Pilot

uygulama sonucunda soruların anlaşılır ve uygulanabilir olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca nitel bulguların değerlendirilmesinde, bireylerin düşüncelerini olduğu gibi yansıtmada etkili olduğu için katılımcı görüşlerine ve adayların yazılı açıklamalarından doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

2.3. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde nitel veri analizi tekniklerinden betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analizde veriler, önceden belirlenen kategorilere ve kodlara göre düzenlenir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu kapsamda, öğretmen adaylarının bağımlı-bağımsız olay, ayrık-ayrık olmayan olayların tanımlarına ilişkin verdikleri cevaplarda Dollard'ın (2011) kodları kullanılmıştır. Ayrıca bu kodlara Çelik ve Akşan'ın (2013) yanlış ve boş kodları eklenerek araştırmacı tarafından genişletilmiştir. Bu kodlar Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Öğretmen Adaylarının Olasılıkla İlgili Kavramların Tanımlarına İlişkin Verdikleri Cevaplara Ait Kodlar ve Kodların Anlamları

Tanımlara ilişkin verdikleri cevaplar	Çelik ve Akşan (2013)	Yanlış	Hiçbir doğru açıklama olmayan cevaplar
		Boş	Herhangi bir açıklama olmaması
		Güçlü	Tamamen doğru açıklama içeren cevaplar
	Dollard (2011)	Yeterli	Doğru açıklamaların fazla olduğu ancak açıklamalarda küçük yanlışların olduğu cevaplar
		Sınırlı	Doğru açıklamalar içeren ancak yanlış ve eksik açıklamaların da olduğu cevaplar
		Yetersiz	Çok az doğru açıklama içeren ancak büyük yanlışların da olduğu cevaplar

Öğretmen adaylarının verilen örneklerin hangi olaya ait olduğuna ilişkin verdikleri cevaplar ve bu cevapların gerekçelerinin analizinde Çelik ve Akşan'ın (2013) kodları kullanılmıştır. Bu kodlar da Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Öğretmen Adaylarının Verilen Örnekleri Sınıflandırması ve Bu Örnekleri Sınıflandırmalarına İlişkin Gerekçelere Ait Kodlar ve Kodların Anlamları

Örneklere ilişkin verdikleri cevaplar	Doğru	Örnekleri doğru sınıflandırması
	Yanlış	Örnekleri yanlış sınıflandırması
	Boş	Örnekleri sınıflandıramaması
Örneklere ilişkin verdikleri cevapların gerekçeleri	Tam ve ikna edici açıklama	Tam ve doğru açıklamaları içeren cevaplar
	Belirsiz veya yetersiz açıklama	Yetersiz veya tam olarak anlaşılamayan cevaplar

Yanlış açıklama	Yanlış veya ilişkisiz açıklamalar içeren cevaplar
Açıklama Yok	Herhangi bir açıklama olmaması

Kodlama güvenilirliği için araştırmacı tarafından, üç hafta süreyle yeniden kodlama yapılmış ve uyum yüzdesi Miles ve Huberman'a (1994) göre %100 hesaplanmıştır. Böylece kodlamada tam bir uyum sağlanmıştır.

3. BULGULAR

Bu bölümde öğretmen adaylarının ayırık olay-ayırık olmayan olaylar ile bağımlı-bağımsız olaylara ilişkin alan bilgilerinden elde edilen bulgular, bu olayların tanımları, olaylara ilişkin örnekler ve bu dört olay arasındaki farklar şeklinde ele alınmıştır. Ayrıca görüşme bulgularından ve adayların yazılı açıklamalarından doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Tablo 4. Öğretmen Adaylarının Ayırık ve Ayırık Olmayan Olayların Tanımlarına İlişkin Cevaplara Ait Frekans ve Yüzde Değerleri

Cevap kategorileri	Ayırık Olaylar		Ayırık Olmayan Olaylar	
	f	(%)	f	(%)
Güçlü	11	27.5	17	42.5
Yeterli	3	7.5	2	5
Sınırlı	1	2.5	4	10
Yetersiz	4	10	1	2.5
Yanlış	19	47.5	11	27.5
Boş	2	5	5	12.5
Toplam	40	100	40	100

Tablo 4'e göre, ayırık olayla ilgili öğretmen adaylarının %47,5'i yanlış cevap verirken, %5'i de cevap verememiştir. Yanlış cevap veren adayların cevapları incelendiğinde, bazı adaylar ayırık olay ile bağımsız olayı birbirine karıştırırken, bazıları da ayırık olay ile ayırık olmayan olayı birbirine karıştırmışlardır. Bununla ilgili olarak yanlış cevap veren dört adayın cevabı aşağıda verilmiştir.

Ayırık olayların tanımı: "Birbirinden bağımsız olaylardır. Zarın üst yüzüne 6 sayısının gelmesi ve bozuk para atıldığında tura gelmesi gibi... (Ö₂₁)"

Ayırık olayların tanımı: "Bir olayın diğer olayı etkilememe durumudur. İki ayrı olay olmalıdır. Para ve zar gibi... (Ö₂₉)"

Ayırık olayların tanımı: "İki farklı olayın aynı anda gerçekleştiği olaylardır (Ö₃₂, Ö₃₃)"

Bu açıklamalar incelendiğinde, Ö₂₁ ve Ö₂₉'un ayırık olay yerine bağımsız olayı tanımladıkları görülmektedir. Verdikleri örnekler de bağımsız olaylara ilişkin örneklerdir. Diğer taraftan Ö₃₂ ve Ö₃₃ 'ün açıklamaları da ayırık olay yerine ayırık olmayan olayların tanımıdır. Bu tanımlara dayalı olarak, her iki katılımcının verdikleri örnekler bağımsız olaylar olup kesişimleri boş küme değildir. Örneğin Ö₂₁ 'in örneğinde bir zar atıldığında

üst yüzüne 6 gelme olasılığı $\frac{1}{6}$, bir madeni para atıldığında tura gelme olasılığı $\frac{1}{2}$ olup bu olayların kesişimi $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ 'dir. Dolayısıyla bu olaylar ayrık olaylar olamazlar. Aynı şekilde $\bar{O}_{32}$ ve $\bar{O}_{33}$ 'ün tanımları da ayrık olmayan olayların tanımlarıdır.

Öğretmen adaylarının, ayrık olmayan olayların tanımıyla ilgili yazılı açıklamaları incelendiğinde, yanlış cevap veren katılımcı yüzdesinin ayrık olaya kıyasla daha düşük olduğu görülmektedir. Adayların %42,5'i güçlü kategorisinde cevap verirken, %17,5'i yeterli, sınırlı veya yetersiz kategorinde cevap vermişlerdir. Güçlü kategorisinde cevap veren adayların tanımı tamamen doğru olup hiçbir yanlış açıklama içermemektedir.

Bununla ilgili olarak aşağıda verilen $\bar{O}_{24}$ 'ün açıklaması bu durumu desteklemektedir.

“A ve B iki olay olsun. A ve B olayı aynı anda gerçekleşebiliyorsa bu olaylar ayrık olmayan olaylardır. Kesişimleri de boş kümeden farklıdır.”

Yanlış cevap veren adayların cevapları incelendiğinde ise, bazı adaylar bağımlı olayın tanımını yaparken, bazılarını da cevapla ilgisi olmayan mantıksız cevap vermişlerdir. Öğretmen adayının ilgisiz cevabını anlamak için bu adayla görüşme yapılmış ve bu açıklamasına ilişkin örnek verilmesi istenmiştir. Aşağıda katılımcı ve araştırmacı arasında geçen diyaloga yer verilmiştir.

Araştırmacı: Ayrık olmayan olayları tanımlayabilir misin?

Ö₃₄: Özellikleri ve değişkenleri aynı olan olaylara ayrık olmayan olaylar denir.

Araştırmacı: Bu tanımda ne demek istediğini biraz daha açar mısın? Örnek de verebilirsin.

Ö₃₄: Bir madeni para düşünelim. Yazı gelme olasılığı ile tura gelme olasılığını düşünelim. Bir para atıldığında yazı veya tura gelme olasılığına bakalım. İkisinin de olasılığı $\frac{1}{2}$ yani özelliği aynı ve ikisi de para. Değişken de aynı. Bunlar aynı anda gerçekleşemez.

Araştırmacı: Anladım.

Tablo 5. Öğretmen Adaylarının Bağımlı ve Bağımsız Olayların Tanımlarına İlişkin Verdikleri Cevaplara Ait Frekans ve Yüzde Değerleri

Cevap kategorileri	Bağımlı Olay		Bağımsız Olay	
	f	(%)	f	(%)
Güçlü	15	37.5	14	35
Yeterli	14	35	13	32.5
Sınırlı	3	7.5	2	5
Yetersiz	3	7.5	2	5
Yanlış	2	5	4	10
Boş	3	7.5	5	12.5
Toplam	40	100	40	100

Tablo 5 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yarısından fazlasının bağımlı ve bağımsız olayların ne olduğunu bildikleri görülmektedir. Adayların bağımlı olay için %72.5'i güçlü ve yeterli kategorisinde cevap verirken, bağımsız olay için %67.5'i güçlü ve yeterli kategorisinde cevap vermişlerdir. Bununla ilgili olarak iki adaydan alıntılara yer verilmiştir.

“Bir olayın sonucu, diğer olayın sonucunu etkiliyorsa bağımlı olay, bir olayın sonucu diğer olayın sonucunu etkilemiyorsa bu olaylar bağımsız olaylardır (Ö₆).”

“Bir olayın olması, başka bir olaya bağlıysa bu olaylar bağımlı olaylardır. Bir olayın başka bir olaya bağlı değilse bu olaylar bağımsız olaylardır (Ö₂₄).”

Van de Walle vd.' ne göre (2014), ikinci olayın meydana gelmesinin birinci olaya bağlı olması durumunda bağımlı olay gerçekleşir. Bağımsız olaylar da A ve B gibi iki olay arasında, B olayının belli olması, A olayının gerçekleşme ihtimali üzerinde herhangi bir etkiye sahip değilse gerçekleşir (Çiltaş, 2015). Yani A olayının oluşması ya da oluşmaması, B olayının oluşma olasılığını etkilemez (Spiegel ve Stephens, 1999). Bu tanımlar doğrultusunda katılımcıların doğru cevap verdikleri ve bu nedenle cevapları güçlü kategorisinde ele alınmıştır. Yanlış cevap veren adayların yazılı açıklamaları incelendiğinde, ilgisiz cevap verdikleri görülmektedir. Aşağıda verilen alıntılar bunu açıkça göstermektedir.

“Bir koşul veya şartı olan olaylar bağımlı olaylar, bir koşul veya şartı olmayan olaylar ise bağımsız olaylardır (Ö₃₈).”

“Olaylar birbirine ve bağlacı ile bağlanırsa bağımlı veya bağlacı ile bağlanırsa bağımsız olaylardır(Ö₃₉).”

Bu açıklamalardan anlaşılabacağı üzere, adayların bağımlı ve bağımsız olaylara ilişkin alan bilgilerinin yetersiz olduğu söylenebilir.

Tablo 6. Öğretmen Adaylarının Bağımsız ve Bağımlı Olaylarla İlgili Örnekleri Sınıflandırmalarına İlişkin Verdikleri Cevaplara Ait Frekans ve Yüzde Değerleri

	Örnekler	Kategoriler			Toplam
		Doğru f(%)	Yanlış f(%)	Boş f(%)	f(%)
Bağımsız Olaylara İlişkin Örnekler	Bir madeni paranın tura gelme olayı ile bir zarın asal sayı gelme olayı (BSO-1)	4 (10)	34(85)	2(5)	40(100)
	İki madeni paranın atılması durumunda üst yüze gelen yüzlerinin ikisinin de tura olma olayı (BSO-2)	24(60)	14(35)	2(5)	40(100)

Bağımlı Olayla İlişkin Örnekler	Bir torbada 1'den 10'a kadar numaralandırılmış 10 tane eş kart vardır. Çekilen kart geriye atılmamak şartıyla rastgele seçilen iki karttan birincinin 5 olması olayı ile ikincisinin 6 olması olayı (BLO-1)	23(57.5)	14(35)	3(7.5)	40(100)
	Bir torbada 1 mavi, 5 yeşil, 4 kırmızı bilye vardır. Çekilen bilye geri atılmamak koşuluyla ard arda çekilen iki bilyenin farklı renkte olma olayı (BLO-2)	23(57.5)	13(32.5)	4(10)	40(100)

Notlar:

BSO-1: Bağımsız olaylarla ilgili birinci örnek

BSO-2: Bağımsız olaylarla ilgili ikinci örnek

BLO-1: Bağımlı olaylarla ilgili birinci örnek

BLO-2: Bağımlı olaylarla ilgili ikinci örnek

Tablo 6 incelendiğinde, öğretmen adaylarının %90'ının bağımsız olayların olduğu örnekler arasında birinci örneği tespit etmede zorlandıkları, %40'ının da ikinci örneği tespit etmede zorlandıkları görülmüştür. Bu bulgulara dayalı olarak adaylar birinci örneğin bağımsız olaylara ait olduğunu tespit etmede daha çok zorlanmışlardır. Adayların yazılı açıklamaları incelendiğinde, yanlış cevap veren adaylar genellikle birinci örneğe ait olayları ayrık olaylar olarak ele almışlardır. İkinci örnekte ise öğretmen adaylarının çoğunluğu bağımsız olayları ya ayrık olmayan olaylar düşünmüşler ya da bağımlı olaylar ele almışlardır. Oysa bir madeni paranın atılmasının diğeri üzerinde hiçbir etkisi yoktur. Aynı şey iki zar için de geçerlidir. Bir zarın atılması ile elde edilen sonucun diğeri zarın atılması durumunda elde edilen sonuç üzerinde hiçbir etkisi yoktur (Van de Walle vd., 2014).

Bağımlı olaylarla ilgili örnekler incelendiğinde ise, adayların yarısından fazlasının bağımlı olaylara ilişkin örnekleri tanıdıkları görülmüştür. Yanlış cevap veren adaylardan bazıları bağımlı ve bağımsız olayları birbirine karıştırırken, bazıları da bağımlı olayları, ayrık olmayan olaylar olarak düşünmüşlerdir. Bu sonuçlara dayalı olarak bazı adayların bu kavramlara ilişkin yanlışlara sahip oldukları söylenebilir. Öğretmen adaylarının bağımsız ve bağımlı olaylarla ilgili örneklerle verdikleri cevapların altında yatan gerekçeler ise Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7. Öğretmen Adaylarının Bağımlı ve Bağımsız Olaylarla İlgili Örneklerle Verdikleri Cevapların Gerekçelerine Ait Frekans ve Yüzde Değerleri

Bağımsız ve bağımlı olaylarla ilgili örneklerle ilişkin kodlar	Kategoriler			
	Tam ve ikna edici açıklama	Yetersiz veya belirsiz açıklama	Yanlış açıklama	Açıklama yok
	f(%)	f(%)	f(%)	f(%)
BSO-1	4(10)	GY	21(52,5)	15(37,5)
BSO-2	11(27,5)	1(2,5)	4(10)	24(60)
BLO-1	10 (25)	GY	8(20)	22(55)
BLO-2	12(30)	GY	3(7,5)	25(62,5)

Notlar:

GY; İlgili kodda görüş bildirilmemiştir.

Tablo 7 incelendiğinde, öğretmen adaylarının %10'unun birinci örnek ile ilgili, %27,5'inin de ikinci örnek için tam ve ikna edici açıklama yaptıkları görülmektedir. Bu katılımcıların cevapları ayrıntılı incelendiğinde, birinci ve ikinci örneğin neden bağımsız olaylar olduklarını tanımlayarak kullanarak açıklamaya çalışmışlardır. Bu sebeple bu adayların açıklamaları tam ve ikna edici açıklama kategorisinde değerlendirilmiştir. Bununla ilgili olarak Ö₁ 'in alıntısına yer verilmiştir.

“Birinci örnek bağımsız olaylardır. Çünkü tura gelme olasılığı zarın asal sayı gelme olasılığını etkilemez, birbirine bağlı değildir... İkinci örnekte bağımsız olaylardır. İki madeni para atılması durumunda birinin tura gelmesi, diğerinin tura gelmesine bağlı değildir... (Ö₁) ”

Yanlış cevap veren adayların açıklamaları incelendiğinde ise, birinci ve ikinci örnekteki bağımsız olayları, ayrı olay olarak nitelendirdikleri için öne sürdükleri gerekçeler de hatalıdır. Bununla ilgili olarak, aşağıda verilen iki adayın açıklaması bu durumu en iyi şekilde temsil etmektedir.

“Ayrık olaylardır. Çünkü kesişimleri yok, farklı kümelerdir. (Ö₄) ”

“Ayrık olaylardır. Birbirinden farklı iki olaydır. (Ö₃₆) ”

Bağımlı olaylarla ilgili örneklerle verdikleri gerekçeler incelendiğinde ise, bağımsız olaylara kıyasla tam ve ikna edici kategorisinde cevap veren adayların yüzdesinin daha yüksek olduğu görülmektedir. Ancak genel olarak değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının yarıdan fazlasının bağımlı olaylarla ilgili örneklerin neden bağımlı olaylar oldukları hakkında mantıksal gerekçeyi ifade edemedikleri tespit edilmiştir. Yanlış cevap veren adayların açıklamalarına bakıldığında, benzer şekilde olayları birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Bununla ilgili olarak Ö₁₇'nin BLO-1 örneğine yönelik yanlış açıklamasına aşağıda aynen yer verilmiştir.

“Ayrık olaylardır. Çünkü aynı anda gerçekleşemez”

Öğretmen adayının bu açıklamasına dayalı olarak bağımlı olaylar ile ayrı olayları birbirine karıştırdığı görülmektedir. BLO-1 örneğinde seçilen kartın 5 olması olayı ile ikincisinin 6 olması olayı gerçekleşebilecek olaylar olup, bu olaylar birbirini

etkilemektedir. Çekilen kart yerine atılmadığı için birinci olasılık $\frac{1}{10}$ olup, torbadaki kart azalacağından dolayı 6 gelme olasılığı da $\frac{1}{9}$ olacaktır. $\bar{O}_{29}$ da bağımsız olaylar ile bağımlı olayları birbirine karıştırarak BLO-1 örneğini bağımsız olaylar olarak nitelendirmiş ve gerekçe olarak da “*geri atmadığımız için bağımsızdır*” şeklinde ifade etmiştir. Oysaki bu açıklamanın aksine çekilen kartlar yerine atılmadığı için iki olayın olma olasılığı birbirine etki etmektedir. Diğer taraftan BLO-2 örneğini bağımlı olaylar olarak doğru cevap veren $\bar{O}_3$, bu olayların neden bağımlı olaylar oldukları sorulduğunda gerekçesini doğru ifade edememiştir. Katılımcı, ayrık olmayan olayların tanımını vererek “*Aynı durum içinde gerçekleşen olaylar olduğu için bağımlıdır*.” şeklinde gerekçe ileri sürmüştür. Bu açıklamaya bağlı olarak adayın bağımlı olayların tanımını kavramsal olarak bilmediği ve ezbere dayalı cevap verdiği söylenebilir.

Tablo 8. Öğretmen Adaylarının Ayrık ve Ayrık Olmayan Olaylarla İlgili Örnekleri Tanımalarına İlişkin Verdikleri Cevaplara Ait Frekans ve Yüzde Değerleri

	Örnekler	Kategoriler			Toplam
		Doğru f(%)	Yanlış f(%)	Boş f(%)	f(%)
AO'ya İlişkin Örnekler	Bir zarın atıldığında zarın çift sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı (AO)	11(%27,5)	27(67,5)	2(5)	40(100)
AOO'ya İlişkin Örnekler	Bir zarın atıldığında zarın asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı (AOO)	16(40)	19(47,5)	5(12,5)	40(100)

Notlar:

AO, Ayrık olaylarla ilgili örnek

AOO, Ayrık olmayan olaylarla ilgili örnek

Tablo 8'deki bulgulara göre, öğretmen adaylarının yarısından fazlası ayrık olay ve ayrık olmayan olaylarla ilgili örnekleri tanınamamışlardır. Ayrık olay ve ayrık olmayan olaylarla ilgili örnekler karşılaştırıldığında, ayrık olaya kıyasla ayrık olmayan olaylara ilişkin örneği daha fazla adayın doğru bildiği görülmektedir. Yanlış cevap veren adayların çoğu ayrık olan ve olmayan olaylar ile bağımlı ve bağımsız olayları birbirine karıştırmışlardır. Aşağıda verilen $\bar{O}_{37}$ 'nin açıklaması bu durumu desteklemektedir.

“Bir zarın atıldığında zarın çift sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı bağımsız olaylar iken, bir zarın atıldığında zarın asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı bağımlı olaylardır ($\bar{O}_{17}$).”

Bu örneklerle verdikleri cevaplara ilişkin gerekçeleriyle ilgili elde edilen bulgular Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9. Öğretmen Adaylarının Ayırık Olay ve Ayırık Olmayan Olaylarla İlgili Örneklerle Verdikleri Cevapların Gerekçelerine Ait Frekans ve Yüzde Değerleri

Ayırık-ayırık olmayan olaylarla ilgili örneklerle ilişkin kodlar	Kategoriler			
	Tam ve ikna edici açıklama	Yetersiz veya belirsiz açıklama	Yanlış açıklama	Açıklama yok
	f(%)	f(%)	f(%)	f(%)
AO	4(10)	3(7,5)	11(27,5)	22(55)
AOO	5(12,5)	4(10)	11(27,5)	20(50)

Notlar:

AO, Ayırık olaylarla ilgili örnek

AOO, Ayırık olmayan olaylarla ilgili örnek

Tablo 9 incelendiğinde, öğretmen adaylarının çok az bir kısmının ayırık olay ve ayırık olmayan olaylarla ilgili örneklerle ilişkin gerekçelerinde tam ve ikna edici açıklama yaptıkları görülmektedir. Bu açıklama yapanlar arasında üç aday, doğru gerekçe ileri sürmesine rağmen örnekleri yanlış olay olarak sınıflandırmışlardır. Bununla ilgili olarak, üç adayın gerekçesi aşağıda verilmiştir.

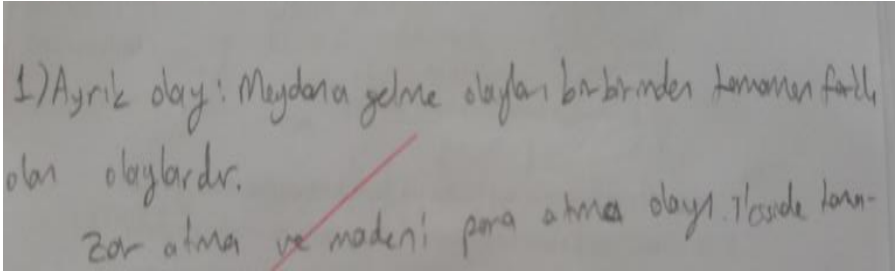
“Bir zar atıldığında zarın asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı bağımsız olaylardır. Çünkü kesişim ortak noktası vardır (Ö₄)”

“Bir zar atıldığında zarın çift sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı ayırık olmayan olaylardır. Çünkü iki olay aynı anda gerçekleşmez. Ya tek sayı gelir ya da çift sayı gelir. Bir zar atıldığında zarın asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı ayırık olaylardır. İki olay aynı anda gerçekleşebilir. Kesişimleri vardır. (Ö₁₃). ”

“Bir zar atıldığında zarın çift sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı bağımsız olaylardır. Çünkü iki olayın da kesişimleri yoktur. Çift sayı gelme olayı 2, 4, 6 iken; tek sayı gelme olayı 1, 3, 5’tir. Dolayısıyla ortak sayıları yoktur. Aynı anda gerçekleşemez. Bir zar atıldığında zarın asal sayı gelme olayı ile tek sayı gelme olayı bağımlı olaylardır. Çünkü kesişimleri vardır. Hem tek hem de asal olan sayılar 3, 5 gibi (Ö₃₆).”

Bu açıklamalara dayalı olarak, Ö₄’ün ayırık olmayan olay ile bağımsız olayı, Ö₁₃’ün ayırık olay ile ayırık olmayan olayı ve Ö₃₆’nın da ayırık olay ile bağımsız olayı, ayırık olmayan olay ile bağımlı olayı karıştırdıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarının gerekçelerinin doğru olduğu dikkate alınırsa, adayların bu kavramlarla ilgili kavram yanlışlarına sahip oldukları söylenebilir. Örneğin Ö₃₆, ayırık olayları bağımsız olaylar tanımlamıştır. Yani katılımcı, ayırık olay olarak bağımsız olayı bilmektedir. Katılımcının Şekil 2’deki sınavla ilgili dokümanı incelendiğinde, bu açıklamayı desteklemektedir.

Şekil 2. Ö₃₆'nın Ayrık Olayla İlgili Tanımı



Tablo 10. Ayrık Olay, Ayrık Olmayan Olay, Bağımlı Olay, Bağımsız Olay Kavramları Arasındaki Farklara İlişkin Bulgular

Kategoriler			
Tam ve ikna edici açıklama	Yetersiz veya belirsiz açıklama	Yanlış açıklama	Açıklama yok
f(%)	f(%)	f(%)	f(%)
2(5)	18(45)	6 (15)	14(35)

Tablo 10'daki bulgulara göre, adayların nerdeyse tamamı bu dört olay arasındaki farkı açıklayamamışlardır. Adayların açıklamaları incelendiğinde, adayların çoğu ya bu olayları birbirine karıştırmışlar ya da eksik açıklama yapmışlardır. Yetersiz veya belirsiz açıklama yapan adaylardan birinin açıklamasına aynen yerilmiştir.

“Ayrık olay ve ayrık iki olayda iki farklı uzay vardır. Yani iki farklı deney yapmak gerekir. Bağımsız olaylar birbirinden bağımsız, bağımlı olaylar da birbirine bağlı olaylardır (Ö₄)”

Yanlış cevap veren adaylar ise, tanımlarda ve örneklerde olduğu gibi bu dört olayı birbirine karıştırmışlardır. Bununla ilgili olarak Ö₃₅'in cevabı aynen verilmiştir.

“Ayrık olay ve ayrık olmayan olaylarda iki ayrı olay vardır. Örneğin, para ve zar gibi. Bağımlı olaylarda da iki olay olup bu olaylar birbirine bağlıdır. Bağımsız olayda ise bu iki olay birbirinden bağımsızdır (Ö₃₅)”

4. SONUÇ ve DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının çoğunun, olasılık konusunda bazı temel kavramları (ayrık olay-ayrık olmayan, bağımlı-bağımsız olaylar) bilmedikleri tespit edilmiştir. Bu sonuç, Ata (2013) ve Işık vd. (2011)'in çalışma sonuçlarıyla örtüşmektedir. Yanlış cevap veren adayların genelde verdikleri örnekler ve sınav dokümanları da bu olayları birbirinin yerine kullandıklarını açıkça göstermektedir. Bu sonuçlara dayalı olarak, adayların büyük bir çoğunluğunun, olasılık konusundaki bu kavramları anlamlı öğrenemedikleri ve bu olaylara ilişkin kavramsal bilgilerinin yeterli olmadığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının, olasılıktaki bu kavramlar arasındaki farklara ilişkin açıklamaları incelendiğinde, yaptıkları açıklamaların hemen hemen tamamının yanlış olduğu göze çarpmaktadır. Sadece iki aday tam ve ikna edici açıklama yapabilmıştır. Adayların büyük çoğunluğu, bu olaylara ilişkin alan bilgileri yeterli olmadığı için, olaylar arasındaki farkları ifade etmede zorluk çekmişlerdir. Örneğin ayırık- ayırık olmayan olayların farkını açıklarken bazı adaylar, bu olaylar için farklı iki deney ya da iki uzay olması gerektiğini dile getirmişlerdir. İki farklı olay olarak tanımlayan adayların çoğu da bu olayları para ve zar olarak belirterek deney yerine olay kavramını kullanmışlardır. Oysaki ayırık olaylar; arakesitleri boş olan olaylardır. Yani ayırık olayı açıklamak için illa iki farklı deneye değil, kesişimleri boş olan iki olaya ihtiyaç vardır. Bu olaylar, bir tek deney sonucunda elde edilebilen olaylar da olabilir. Ancak adaylar yapmış oldukları açıklamalarda, ayırık olay kavramını farklı deneyler olarak düşünmüşlerdir. Örneğin bir zarın atılması deneyinde iki farklı olay olarak zarın 2'ten küçük gelmesi ve zarın 4'ten büyük gelmesi olayları ayırık olay olarak değerlendirilebilir. Ancak adayların ayırık olayı tanımlamada yapmış olduğu açıklamalarda, iki farklı olay yerine iki farklı deneyi kullanmaları, bağımsız olay kavramını çağrıştırmaktadır. Matematiksel olarak da, ayırık olay ile bağımsız olayların olasılıklarının hesaplanması farklılık göstermektedir. Örneğin bağımsız olayların kesişiminde, bu olayların çarpımı alınırken, ayırık olayda ise boş küme alınır. Bu bulgulardan bu dört olayın adaylar tarafından tam olarak ayırt edilemediği söylenebilir.

Alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin olasılık konusunda birçok temel kavramı (Deney, Olay, Eş Olasılık Terim, Ayırık-Ayrık Olmayan Olay, Bağımlı-Bağımsız Olay) anlamakta zorluk yaşadıkları ve bunlarla ilgili kavram yanlışlarına sahip oldukları tespit edilmiştir (Fischbein vd., 1991; Jun ve Pereira-Mendoza, 2002). Bu kavramlar arasında yer alan ayırık olay-ayırık olmayan olaylar ile bağımlı-bağımsız olaylarda, öğretmen adaylarının zorluk yaşaması, mezun olduklarında kendi derslerinde de bu yanlış anlamalarını aktarmalarına neden olabilir.

Öğretim sürecinde öğretmenin rolü dikkate alınırsa, öğretmenlerin alan bilgisine sahip olmaları önem arz etmektedir. Matematik dersi öğretim programında da öğretmenlerin sayılar, geometri, ölçme, istatistik ve olasılık kavramlarına ilişkin alan bilgilerini etkili bir şekilde kullanabilmelerine vurgu yapılmıştır (MEB, 2013a). Gökkurt (2014) öğretmenlerin alan bilgilerinin öğretim sürecini etkilediklerini, etkin bir öğretim yapabilmek için öğretmenlerin konu alanında uzman olmaları gerektiğini belirtmiştir. Even (1990)'a göre, konu alan bilgisi eksik olan öğretmenler kendi kavram yanlışlarını ve yanlış anlamalarını öğrencilerine de aktarabilirler. Bu kapsamda, öğretmen adaylarının bu noktada eksiklerinin olması, gelecekte ders verecekleri öğrencilerin olasılıkla ilgili öğrenmelerini olumsuz etkileyecektir. Dolayısıyla bu durumun önüne geçebilmek için adayların bu konudaki kavram yanlışlarının bilincinde olmaları gerektiği söylenebilir. Bu şekilde kendilerinde olan yanlışları fark edebilirler. Bu doğrultuda adayların olasılıkla ilgili kavram yanlışlarından haberdar olmaları ve sahip oldukları kavram yanlışlarını giderebilmeleri için öğretim üyeleri tarafından uygun öğrenme ortamları oluşturulmalıdır. Bunu gerçekleştirmek için de öğretmen yetiştirme programlarında kavram yanlışları kapsamında derslerin koyulması ya da Özel Öğretim yöntemleri I-II gibi alan eğitimi derslerinde kavramların üzerinde durulması gerektiği söylenebilir. Ayrıca öğretmenler tarafından etkin yöntem ve teknikler kullanılabilir. Kavram haritası ya da kavram karikatürü bu yanlışları gidermede etkin yöntemlerden biri olabilir. Çünkü

Novak ve Gowin (1984), kavram yanlışlarını ortaya çıkarmak ve gidermek için kullanılan tekniklerden biri olduğunu ifade etmiştir. Anderson-Inman ve Ditson, (1999) da, kavram haritalarının kalıcı öğrenmeyi sağlamada, öğrencilerin kompleks yapıları bir bütün olarak algılamasında, kavramların anlamlarını oluşturmalarına fırsat verme gibi pek çok özelliğinden bahsetmiştir. Bu çalışmada, olasılık kavramlarından sadece dört kavram üzerine odaklanılmıştır. Benzer çalışmalar, olasılıkla yer alan diğer kavramlar üzerine yapılabilir. Olasılık kavramlarında yaşanan güçlüklerin ve kavram yanlışlarının nedenlerinin derinlemesine analiz edilebilmesi için gözlem tekniği kullanılarak adayların sınıf içindeki davranışları incelenebilir. Öğretmen adaylarının bu konudaki alan bilgilerinin gelişimine yönelik nitel veya nicel araştırmalar yapılabilir. Ayrıca öğretim sürecinin bizzat içerisinde yer alan öğretmenlerin olasılık konusundaki kavramlara ilişkin alan bilgileri incelenerek bu çalışmanın sonuçlarıyla karşılaştırılabilir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2008). *Liselerde matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel alfa akademi.
- Anderson-Inman, L., & Ditson, L. (1999). Computer-based concept mapping: A tool for negotiating meaning. *Learning & Leading with Technology*, 26(8), 6-13.
- Appleton, K. (2003). How do beginning primary school teachers cope with science? Toward an understanding of science teaching practice. *Research in Science Education*, 33, 1-25.
- Ata, A. (2013). *Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgisi düzeylerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Ball, D. L., & McDiarmid, G.W. (1990). The subject matter preparation of teachers. In R.Houston (Ed.), *Handbook for reseach on teacher education* (pp.437-449). Newyork: Macmillan.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh (Ed.), *Acquisition of mathematical concepts and processess* (pp. 91-226). New York: Academic Press.
- Borovcnik, M., & Peard, R. (1996). Probability. In A.J. Bishop (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp.239-287). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bulut, S. (1994). *The effects of different teaching methods gender on probability achievement and attitudes toward probability*. Doktora Tezi. Ankara: Ortadoğu Teknik Üniversitesi.
- Bulut, S. (2001). Investigation of performances of prospective mathematics teachers on probability. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 33-39.

- Bulut, S., Ekici, C., & İnan-İşeri, A. (1999). Bazı olasılık kavramlarının öğretimi için çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 129-136.
- Çakmak, Z. T., & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuların belirlenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(2), 27-58
- Çelik, D., & Güneş, G. (2007). 7.8 ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 173, 361-375.
- Çelik, D., & Akşan, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin anlamaları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 7(2), 166-190.
- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (6. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çiltaş, A. (2015). *KPSS öğretmenlik ala bilgisi istatistik ve olasılık test kitabı (konu özetli ve çözümlü)* (1. Baskı). Erzurum: Ertual Akademi.
- Dollard, C. (2011). Preservice elementary teachers and the fundamentals of probability. *Statistics Education Research Journal*, 10(2), 27-47.
- Dooren, W. V., Bock, D. D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). The Illusion of Linearity: expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 53(2), 113-138.
- Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics*, 21(6), 521-544.
- Fast, G. (2001). The stability of analogically reconstructed probability knowledge among secondary mathematics students. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1(2), 193-210.
- Fischbein, E., Nello, M.S., & Marino, M.S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions, *Journal of Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Franklin, J. (2005). Probability theory: the logic of science. *Mathematical Intelligencer*, 27(2), 83-85.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in schools: challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). New York, NY: Springer.
- Gal-Ezer, J., & Zur, E. (2004). The efficiency of algorithms-misconceptions. *Computers & Education*, 42, 215-226.

- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 44-63.
- Gigerenzer, G., Swijtink, Z., Porter, T., Daston, L., Beatty, J., & Krüger, L. (1989). *The empire of chance: How probability changed science and everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Green, D. R. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. In D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett, & G. M. Constable (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (pp. 766-783), Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.
- Gürbüz, R. (2007). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 259-270.
- Gürbüz, R., Çatlıoğlu, H., Birgin, O., & Erdem, E. (2010). An investigation of fifth grade students' conceptual development of probability concepts based on activity based instruction: a quasi-experimental study. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(2), 1053-1068.
- Gürbüz, R., & Birgin, O. (2012). The effect of computer-assisted teaching on remedying misconceptions: the case of the subject "probability". *Computers & Education*, 58, 931-941.
- Güzel, N., & Ünal, H. (2013). Olmak ya da Olmamak: Olasılık; İşte Bütün Mesele. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır, & A. Delice (Edt.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (s. 709-720). Ankara: Pegem Akademi.
- Işık C., Kaplan A., & Zehir, K. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının olasılık kavramlarını açıklama ve örnekleme becerilerinin incelenmesi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(1), 33-51.
- Jones, G. (2005). Introduction. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning* (pp. 1-12). New York: Springer.
- Jones, D. L., & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4-27.
- Jun, L., & Pereira-Mendoza, L. (2002, October). Misconceptions in probability. *Paper presented at the Proceedings of the sixth international conference on teaching statistics, Developing a statistically literate society*.
- Kapadia, R. (1985). A brief survey of research on probabilistic notions. In A. Bell, B. Low and J. Killpatrick (Eds), *Theory, research and practice in mathematical education*. (pp. 261-265). Nottingham, UK: Shell Centre for Mathematical Education.

- Kazak, S. (2013). Öğrencilerin olasılık konularındaki kavram yanlışları ve öğrenme zorlukları. M.F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (s.121-150). Ankara: Pegem Akademi.
- Koyuncu-Nazlıççek, N. (1998). *Improving problem solving abilities of students on probability by using computer assisted instruction*. Master Thesis. İstanbul: Bogaziçi University.
- Mcmillan, H. J., & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (Second Edition). California: SAGE Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013a). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013b). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Ministerio de Educación y Ciencia, [MEC]. (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria* [Royal Decree establishing the minimum content for Primary Education] Madrid: Author.
- Munisamy, S., & Doraisamy, L. (1998). Levels of understanding of probability concepts among secondary school pupils. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 39-45, DOI: 10.1080/0020739980290104
- National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Novak, J. D., & Gowin, D. B. (1984). *Learning how to learn*. New York: Cambridge University Press.
- O' Connell, A. A. (1999). Understanding the nature of errors in probability problem solving, *Educational Research and Evaluation*, 5(1), 1-21.
- Sezgin-Memnun, D. (2008). Sekizinci sınıfta permütasyon ve olasılık konularının aktif öğrenme ile öğretiminin uygulama düzeyi öğrenci başarısına etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 403-426.
- Sezgin-Memnun, D., Altun, M., & Yılmaz, A. (2010). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlama düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(1), 11-29.
- Sharma, S. (2006). How do Pasifika students reason about probability? Some findings from Fiji. *Waikato Journal of Education*, 12, 87-101.

- Shaughnessy, J. M. (1977). Misconceptions of probability: An experiment with a small-group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies in Mathematics*, 8(3), 295-316.
- Shulman L. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. NY: Macmillian Publishing Company.
- Sırmacı, N., & Tuncer, T. (2013). The effect of metacognition strategies applied in 7th grade mathematics course “permutation and probability” subject on student’s achievement, metacognitive skills, attitudes and permanence. *Universal Journal of Education and General Studies*, 2(3), 71-78.
- Spiegel, M. R., & Stephens, L. J. (1999). *Schaum’s outline of theory and problems of statistics* (3rd Edition). Schaum’s outline series. New York: McGraw-Hill.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). New York: Springer.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 80-95.
- Toluk, Z. (1994). *A study on the secondary school teachers views on the importance of mathematical knowledge and when they acquired this knowledge*. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1982). Judgments of and by representativeness. In D. Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: heuristics and biases* (pp. 84-100). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, A., & Baltacı, S. (2015). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem kurma etkinlikleri ile olasılığa yönelik bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 201-213.