



An Investigation the Pedagogical Content Knowledge of Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' about the Concept of Cylinder*

Meltem KOÇAK^{a**}, Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR^b, Yasin SOYLU^a

^aAtatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, Erzurum/Türkiye

^bBartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Bartın/Türkiye



Article Info

DOI: 10.14812/cuefd.273832

Keywords:

Geometric shapes,
Cylinder,
Pre-service teacher,
Pedagogical content knowledge

Abstract

In this study, it was aimed to investigate the pedagogical content knowledge of pre-service elementary mathematics teachers' about the concept of cylinder in the subject of geometric objects in accordance with the sub-components of subject knowledge, knowledge of teaching strategy, knowledge of understanding students and measurement and evaluation knowledge. The case study method based on the qualitative approach was used in the study. In this context, while determining the participants of the study, the purposeful sampling method was taken as a basis and seven pre-service teachers were included in the study. The data of the study were collected using the semi-structured interview. The content analysis and descriptive analysis techniques were used together in the analysis of the obtained data. As a result of the analysis, it was observed that the pedagogical content knowledge of the pre-service teachers about the concept of cylinder was not at the desired level and especially the subject knowledge and measurement and evaluation knowledge were insufficient. Furthermore, it was concluded that the pre-service teachers' knowledge of understanding students was more adequate when compared to the knowledge of teaching strategies.

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Silindir Kavramıyla İlgili Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi

Makale Bilgisi

DOI: 10.14812/cuefd.273832

Anahtar Kelimeler:

Geometrik cisimler,
Silindir,
Öğretmen adayı,
Pedagojik alan bilgisi.

Öz

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusunda yer alan silindir kavramıyla ilgili sahip oldukları pedagojik alan bilgilerini; konu alan bilgisi, öğretim strateji bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi ve ölçme değerlendirme bilgisi alt bileşenleri doğrultusunda araştırılması amaçlanmıştır. Çalışmada, nitel yaklaşıma dayalı durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Bu kapsamda çalışmanın katılımcıları belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemi esas alınmış ve yedi öğretmen adayı çalışmaya dâhil edilmiştir. Çalışmanın verileri yarı-yapılandırılmış mülakat yardımıyla toplanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde, içerik analizi ve betimsel analiz teknikleri birlikte kullanılmıştır. Analiz sonucunda öğretmen adaylarının silindir kavramına yönelik pedagojik alan bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı özellikle de konu alan bilgileri ve ölçme ve değerlendirme bilgilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının öğretim strateji bilgilerine nazaran öğrenciyi anlama bilgilerinin daha yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

*This study was presented as an oral presentation at the 13th Mathematics Symposium (2014, Karabük).

**Author: meltem.kocak@atauni.edu.tr

Introduction

Geometry, which is an important branch of mathematics used in daily life, significantly contributes to students' better understanding the world they live in and developing their critical thinking and problem-solving skills (Pesen, 2003, p. 330). Furthermore, geometry is an important learning area of mathematics and has an important place in secondary school mathematics (Gürbüz & Durmuş, 2009). The aim of geometry teaching is to enable students to explain the environment and universe they live in and to be able to use geometry in the problem-solving process (Terzi, 2010). However, it has been unfortunately observed in many studies that students have difficulty in understanding geometry and that the geometry achievement is not at the desired level (Gürefe & Kan, 2013 cited in Gonzales et al. 2009; Kılıç, 2003; Mitchelmore, 1997; Prescott, Mitchelmore, & White, 2002; Pusey, 2003; Ubuz, 1998). When it is examined in this respect, especially the subject of geometric objects in geometry is shown as one of the most challenging subjects for students in our country and in other countries (Accascina & Rogora, 2006; Avgören, 2011; Battista & Clements, 1996; Ben-Chaim, 1989; Gökdal, 2004; Olkun, 2001; Olkun & Sinoplu, 2008).

In fact, geometric objects and the objects created with them are a part of our daily life (Baykul, 2014, p.423), and when it is considered, it seems there is no place where we do not encounter geometric objects (Yemen-Karpuzcu & Işıksal-Bostan, 2013).

Teachers have important tasks in determining and overcoming the difficulties that students have in geometric objects, helping and guiding students in the learning process (Ersoy & Ardahan, 2003). Because teachers can be successful in understanding the difficulties faced by students and in generating solutions to overcome these difficulties if the natural development and internal structure of geometry are well understood by teachers (Durmuş, Toluk & Olkun, 2002). In other words, the knowledge, skills and competencies of the teacher come to the forefront here. Accordingly, teachers should have knowledge about how they can teach the lesson, how to transfer it to students, and how to get to the student's level beyond being able to have a command of the field. This knowledge is expressed by the concept of Pedagogical Content Knowledge (PCK) in today's literature (Batur & Balcı, 2013). Shulman (1986) has stated that pedagogical content knowledge has two key components. One of these components is the knowledge of students' understandings (knowledge of understanding students), and the other one is the knowledge of instructional strategies (knowledge of instructional presentations). The knowledge of students' understandings includes students' prior knowledge about the subject, the mistakes made by students, the learning difficulties and understanding the underlying reasons for them. The knowledge of instructional strategies includes the methods and techniques that correspond to the question of how you teach. Most of the studies examining the pedagogical content knowledge of pre-service mathematics teacher have shown that pre-service teachers cannot conceptually explain the given situations although they generally know what the rules and methods are and how to implement them (Toluk-Uçar, 2011), there is a difference between the knowledge they have in theory and their practices (Aylar, 2017; Gökkurt, Koçak & Soylu, 2014; Koçak, Gökkurt & Soylu, 2015) and the instructional statements put forward by them to be able to eliminate student mistakes are not enough (Gökkurt, Şahin, Soylu, & Soylu, 2013). Furthermore, in the studies carried out, it has been stated that pre-service teachers cannot implement the knowledge that they have in theory in practice and that there is a difference between their theoretical knowledge and practices (Aylar, 2017).

In the studies carried out, attention has been paid to subject-matter knowledge and the assessment and evaluation knowledge, which are the other subcomponents of PCK (Baştürk & Dönmez, 2011; Çakmak, Konyalıoğlu & Işık, 2014), and it has been emphasized that the subject of geometric objects should be examined within the context of the other sub-

components of PCK (content knowledge, curriculum knowledge, assessment and evaluation knowledge, etc.) (Gökkurt, Şahin, Soylu & Doğan, 2015). These studies have led to giving importance to the PCK of pre-service mathematics teachers and to examining this issue in detail.

When the relevant literature is examined, it is observed that the studies on prism (Gökkurt & Soylu, 2016a; Tekin-Sitrava & Işıksal-Bostan, 2013, 2014, 2016) and cone (Gökkurt & Soylu 2016b) have been mostly included with respect to geometric objects. Accordingly, in this study, it was aimed to investigate the pedagogical content knowledge that primary pre-service mathematics teachers have about the concept of cylinder, which is included in the subject of geometric objects, in line with the subcomponents of subject-matter knowledge, knowledge of instructional strategy, knowledge of understanding student and assessment and evaluation knowledge.

Importance of the Study

The concept of cylinder is defined as "the surface formed by a constant movement of the lines, that are parallel to a given line in space, in a direction that is not parallel to a given plane curve along this plane curve". In this context, it has been stated that the cylinder is an unlimited surface in the most general sense, and is a closed and hollow object surrounded by a limited surface with bases in particular (Yemen Karpuzcu & Işıksal Bostan, 2013). In the light of these statements, it can be said that the base of the cylinder may be any curve (ellipse, polygon, circular region). However, in the study of (Gökkurt, 2014), it was stated that the definitions of the cylinder made by most of the teachers are limited to the right circular definition. Indeed, it is important to make the general definition of the concept of cylinder in terms of associating it with the definitions of other geometric objects and also in terms of associating the volume and surface area of the cylinder relation with other geometric objects (Altun, 2015, p.401; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2014). For this reason, the concept of cylinder is a concept that is too comprehensive to be considered as a special prism (Yemen Karpuzcu & Işıksal Bostan, 2013) and plays an active role in mathematics and geometry education. In this context, it can be said that it is important to determine pre-service teachers' pedagogical content knowledge about cylinder and to identify the shortcomings in this regard in terms of contributing to the organization of teacher training programs. Within the scope of the study, it is also thought that pre-service teachers will question their knowledge about other geometric objects, especially cylinders, and accordingly, this will contribute to pre-service teachers' development of pedagogical content knowledge.

Method

The case study method based on qualitative approach was used in this study. A case study is one of the most common methods used for qualified research (Stake, 2010). The case study is a research method that allows the researcher to focus on the case in depth from real case perspective by keeping the whole (Yin, 2014). In this study, the case study method was preferred because pre-service teachers' pedagogical content knowledge about the concept of cylinder, one of the geometric objects, was examined by focusing in depth.

Participants

The purposeful sampling method was used while determining the participants of the study. Accordingly, the participants consisted of seven pre-service mathematics teachers studying in the final year of the Elementary Mathematics Teaching Program of a university's Faculty of Education in Turkey. These pre-service teachers studying in the final year of the Elementary Mathematics Teaching Program have completed their courses related to field (Geometry, Plane Geometry-I etc.) and mathematics teaching (Special Teaching Methods I-II, Assessment and Evaluation, Computer Assisted Mathematics Teaching, Mathematics

Teaching Seminar etc.) and are an appropriate group in terms of achieving the purpose of the study because they are continuing their school experience courses.

The codes in the forms of $T_1, T_2, \dots, T_7$ were given to pre-service teachers who were included in the study, in accordance with the ethical rules.

Data Collection Tool

As a data collection tool in the study, the Pedagogical Content Knowledge Test (PCKT) consisting of nine open-ended questions (Appendix-2) was firstly prepared by two researchers to determine primary pre-service mathematics teachers' PCK levels related to the concept of cylinder. Secondary school course books, other supplementary additional sources, and similar studies obtained as a result of the literature review (Baştürk& Dönmez, 2011; Gökbulut, 2010; Gökkurt et al., 2015) were used while generating this test. Furthermore, the objectives and achievements related to the concept of cylinder that are included in the secondary school mathematics curriculum of the Ministry of National Education [MEB] (2013) were also taken into account in the test development process. The questions in the PCKT that was prepared by considering all these points were reduced in line with the grounds such as having similar objectives, not fully reflecting the purpose of the present study, and being very general or specific in accordance with the expert opinions. The revised PCKT was then presented to three teachers working in the Ministry of National Education, and the test was finalized by correcting the points that were missing or needed to be corrected.

The data of the study were collected by a semi-structured interview technique. During the interview, the voice recorder was used by receiving the permissions of the participants. However, written statements were asked from pre-service teachers in drawing questions about cylinders and in the question which pre-service teachers were asked to solve by problem posing. The interviews lasted for about 30-50 minutes.

Data Analysis

The descriptive and content analysis techniques were used in the study. In the descriptive analysis, it is aimed to present the findings obtained to the reader in an organized and interpreted way. In this process, direct quotations are frequently given to reflect the opinions of interviewed or observed individuals in a striking way (Yıldırım & Şimşek, 2011). In the present study, the descriptive analysis technique was used because direct quotations were often included and the findings of the study were presented within the cause and effect relationship. Furthermore, the descriptive analysis technique was used since ready codes were used for the data by benefiting from Pesen (2003). However, the summarized and interpreted data in the descriptive analysis are subjected to deeper processing in the content analysis, and the concepts and themes that cannot be realized with a descriptive approach can be explored as a result of this analysis (Yıldırım & Şimşek, 2011). Therefore, the content analysis and descriptive analysis techniques were used together in the analysis of the qualitative data obtained. In this context, the data obtained as required by the content analysis were classified under the specified codes and themes and made meaningful for the reader.

Validity and Reliability of the Study

The validity and reliability, which are used as the two most common criteria in studies, are of great importance for the credibility of the research results. Therefore, every researcher is expected to take measures for the validity and reliability of data collection tools they use and to report them to the reader (Yıldırım & Şimşek, 2011). Any data loss that would occur was prevented by using voice recorders during one-to-one interviews with pre-service teachers in order to increase the reliability of the study. Teachers and mathematics educators were asked

for their opinions to ensure the content validity of the questions included in the interview, and the questions were revised in line with these opinions. A way to increase reliability in qualitative studies is to convey each stage of the study and the paths followed in a detailed way (Cansız Aktaş, 2014, p.340). An attempt to increase the reliability of the study was made by presenting each stage of this study as detailed and clear as possible and by storing the data and records of the study. While analyzing the data of the study, an attempt to increase the reliability of the study was also made by generating appropriate codes for the answers of pre-service teachers by an expert and a researcher.

Furthermore, the consistency of the expert opinions with the codes generated while the researcher was analyzing the obtained data was compared, and the consistency percentage was found to be 83% using the goodness of fit Miles and Huberman (1994). The researchers came together and discussed the remaining 17% difference and reached a consensus on it.

Findings and Interpretation

In this part, the findings related to the pedagogical content knowledge of primary pre-service mathematics teachers participating in the study about the concept of cylinder are presented in line with four components examined.

Findings and interpretation regarding pre-service teachers' content knowledge about the concept of cylinder

During the interview conducted to examine pre-service teachers' content knowledge about the concept of cylinder, a total of three questions, the first and third questions of them had two options, were posed to pre-service teachers (Appendix B). The categories and codes regarding pre-service teachers' statements for these questions are presented below.

Table 1.

The Categories and Codes Related to Pre-service Teachers' Instructional Statements for the Definition and Basic Properties of the Cylinder

Categories	Codes	Participants
Drawing the closed form of the cylinder	Drawing a right circular cylinder	T _{1,2,3,4,5,6,7}
The reasons of being a cylinder	Being circular region of the upper and lower bases	T _{1,3,6,5,7}
	Being circle of the upper and lower bases	T ₄
	Being a part joints the upper and lower circular region	T ₃
	Being base and lateral area	T ₆
	Rollable	T _{1,7}
	Being a height.	T _{4,6}
	Being of the body's' rectangle.	T _{1,4}
	Being three-dimensional	T _{5,7}
	Volume cover	T _{5,6}
	Being such a concept.	T ₂
	Being a solid object.	T _{5,6,7}
Daily life examples related to cylinder	Pipe	T _{2, 3, 4}
	An unopened pencil.	T _{3,5}
	Paste box.	T ₇

	Money box.	T_6
	Triangle cheese.	T_5
Basic elements of cylinder.	Height	$T_{1, 2,3,4,6,7}$
	Radius	$T_{1,3,4,7}$
	Lateral edge	T_6
	Parallel equal circular regions.	T_7

When Table 1 is examined, it is observed that all of the pre-service teachers preferred to use the right circular cylinder in the case of drawing the closed form of the cylinder. When pre-service teachers were asked why the shapes they drew were a cylinder, it was observed that they made statements in the forms that the lower and upper base is a circle, it is a circular region, it is a three-dimensional shape, it is a shape that cannot be shown on the plane, it is a closed object, it occupies a certain volume, it has a height, etc.

The statement of pre-service teacher T_5 who explained why the right circular cylinder drawn by him/her was a cylinder in this way is presented below.

“It should be R^3 , it should be a rigid body, it is a cylinder because it is a closed area the upper and lower bases of which are a circular region.”

When the statement of the pre-service teacher was examined, it was observed that he/she described the preconditions required for a shape to be a cylinder by superficial and general expressions and did not make a statement only on the cylinder. It is observed that the statements of *“It should be R^3 , it should be a rigid body”* made by the pre-service teacher seem to be valid for all three-dimensional objects such as sphere, prism, cone. In this context, the pre-service teacher was asked to give examples of cylinders from daily life for a more in-depth analysis of the pre-service teacher's content knowledge about the definition and properties of cylinder. The statement made by pre-service teacher T_5 in this regard is exactly presented below.

“...In other words, cylinders are generally circular shapes with closed lower and upper bases. But let me say that lower and upper parts can also be triangular. The cylinder is generally named according to the shape of the base it takes. For example, the base of a triangular cylinder is a triangle. We cut cheese, and it takes the shape of a cylinder in the shape of a triangle. Or we can cut it in the circle, rectangle, square form, etc., in other words, all of these can be a cylinder. Because it's named according to the area of the base it will take ...”

When the statement of the pre-service teacher was examined, it was observed that, unlike his first statement, he stated that the cylinder was not just composed of a right circular cylinder and that the cylinder could be named according to the shape of its bases. This statement of the pre-service teacher seems to be a more appropriate answer to the question of what the properties required for a shape to be a cylinder are. In this context, it was observed that the pre-service teacher knew that the cylinder is not just composed of a right circular cylinder; nevertheless, he could not fully explain the criteria required for a shape to be a cylinder.

In addition to this, in line with the statements made by some pre-service teachers who made superficial statements regarding the criteria required for a shape to be a cylinder, it was observed that they had various misinformation. The statement made by T_4 among these pre-service teachers is presented below.

“...the lower and upper bases of a shape should be particularly composed of a circle in order for me to call it a cylinder...”

When the statement of the pre-service teacher was examined, it was observed that he used the term circle for the bases of the cylinder. In addition to this, it was observed that the pre-service teacher used and interpreted the term circle instead of the term circular region in all statements he/she made about the bases of the cylinder. The fact that the pre-service teacher always used the term circle instead of the term circular region also attracted the attention of the researcher, and the researcher repeated again and again whether it was a circle or not. However, the pre-service teacher always emphasized that it was a circle. In this context, it can be said that the pre-service teacher has a wrong knowledge about the distinction between the circle and circular region or about the cylinder.

Besides all these, the statement of pre-service teacher T₂, who could not put forward a logical reason about why the shape drawn by him/her was a cylinder and made a statement by heart, is exactly presented below.

“such a concept has been formed, in other words, because of my prior knowledge, the teachers taught us like this, I drew this because there is such a shape in my concept image.”

When the statement of the pre-service teacher was examined, it was observed that he/she could not make any statement about the logic or structure of the cylinder and he/she stated that he/she drew the shape of a right circular cylinder because it was taught to him/her. In this context, it can be said that the pre-service teacher's content knowledge about the closed form of a cylinder and the properties of cylinder is quite incomplete and insufficient.

Moreover, when the examples related to the concept of cylinder from daily life given by the pre-service teachers were examined, it was observed that all pre-service teachers put forward the examples included in the course books or workbooks. Therefore, the examples related to the cylinder from daily life given by the pre-service teachers could not be considered as rich examples, and they were found to be inadequate in this regard.

On the other hand, it was observed that pre-service teachers usually focused on the concepts of radius and height while expressing the basic elements of the cylinder, besides, they made statements that are not the basic elements of the cylinder in the form of lateral edge and mutual identical circular regions. In this context, when it is considered that the basic elements of cylinder are “base (lower base, upper base), side face, radius, height” (Tahan, 2013), it can be said that pre-service teachers' instructional statements about the basic elements of the cylinder are missing and that their content knowledge is insufficient.

The examples of the pre-service teachers' drawings for the 2nd question asked about the development of the cylinder were examined, and the categories and codes created in relation to these drawings are presented in Table 2.

Table 2.
The Categories and Codes Related to Pre-service Teachers' Instructional Statements for the Development of the Cylinder

Categories	Codes	Participants
Surface development of the cylinder	Drawing circular region of the upper and lower base.	T _{1,2,5,6,7}
	Not drawing of the upper and lower bases.	T _{3,4}
	Drawing a shape similar to a cylinder.	T ₃

Showing the lack of different surface development of the cylinder.	$T_{1,2,6,7,5}$
Showing fault of different surface development of the cylinder	$T_{3,4}$
Drawing disproportionality of circular region and side edges.	$T_{2,7}$

When Table 2 is examined, it is observed that four pre-service teachers did not have difficulty in drawing the surface development of the cylinder, two pre-service teachers did not draw the bases of the cylinder, one pre-service teacher drew a shape similar to cylinder for its development, and two pre-service teachers disproportionately drew the perimeter and side edge lengths of the circular region.

The example of drawing of pre-service teacher T_2 in this regard is presented below.

2. Please, draw the surface development of the cylinder.

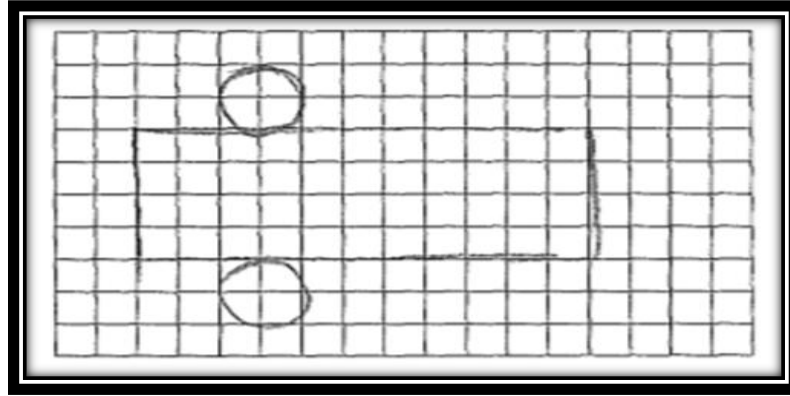


Figure 1. The example of the disproportionate drawing made by pre-service teacher T_2 for the surface development of the cylinder

When the example of the drawing in relation to the surface development of the cylinder made by the pre-service teacher was examined, it was observed that he/she drew the circular regions forming the upper and lower bases disproportionately with the lateral edges. Based on this, it can be said that the pre-service teacher did not take into account that the circumference of the lower and upper circular regions is equal to the length of the long edge of the rectangle.

When the pre-service teachers' statements about the second question are examined, the statements of pre-service teachers T_3 and T_4 , who could not correctly draw the surface development of the cylinder, are exactly presented below.

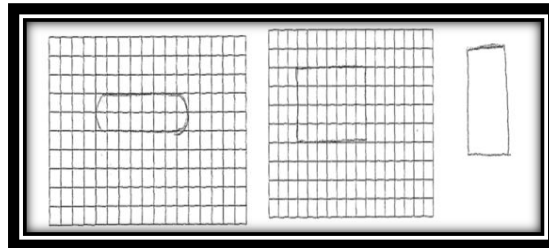


Figure 2. The incorrect examples of the drawing made by pre-service teachers T_3 and T_4 for the surface development of the cylinder

It is observed in Figure 2 that pre-service teachers could not make a correct drawing for the surface development of the cylinder and had wrong knowledge. Among these pre-service teachers, T₃ made the following statement about the development he drew.

“Teacher, we would draw the opened form of the rectangular prism, is it something like that? ... I guess I do not know it. In general, I do not know much about the development.”

When this statement of pre-service teacher T₃ was examined, it was observed that he/she stated that he/she generally had problems about the development of all geometric objects. It is worrisome that a pre-service teacher in the final year of mathematics teaching department cannot draw the surface development of such a commonly known geometric object because it is considered that these pre-service teachers have completed all field courses and have been prepared to be appointed to schools as a teacher.

When the pre-service teachers' statements in relation to the second question were examined, it was observed that they mostly showed the surface development of the cylinder correctly. To be able to obtain more in-depth information in this regard, a question about showing a different surface development of the cylinder the surface development of which was drawn by them was posed to the pre-service teachers, and almost all pre-service teachers stated that *“we could slide the circular regions on the long edge of the rectangle”*. At this point, the fact that no pre-service teacher put forward that the circular regions could be on the short edge was considered a remarkable matter. Thus, it was observed that these pre-service teachers focused on a single development and that their content knowledge about this subject was limited to a single surface development. The categories and codes related to the 3rd question, which was prepared for pre-service teachers' problem-posing and problem-solving skills concerning the surface area and volume of the cylinder the surface development of which was drawn by them, are presented in Table 3.

Table 3.

The Categories and Codes Related to Pre-service Teachers' Instructional Statements for the Third Question Concerning the Surface Area and Volume of the Cylinder

Categories	Codes	Participants
Posing and solving of the problem related to surface area.	Posing the problem correctly and solving the problem correctly.	T ₅
	Posing the problem correctly but not solving the problem correctly.	T ₇
	Posing the problem correctly but solving the problem incorrectly.	T _{1,2}
	Posing the problem incorrectly and solving the problem.	T _{6,4}
	Not posing the problem.	T ₃
Posing and solving of the problem related to volume.	Posing the problem correctly and solving the problem correctly.	T _{1,3,5}
	Posing the problem correctly but not solving the problem correctly.	T ₇
	Posing the problem correctly but solving the problem incorrectly.	T _{2,6}
	Posing the problem incorrectly and solving the problem.	T ₄

When Table 3 is examined, it is observed that only four pre-service teachers are successful in problem posing requiring finding the surface area of the cylinder. When the processes of

solving problems posed by pre-service teachers were considered, it was observed that only one pre-service teacher could correctly solve the problem posed by him/her. When Table 3 was examined again, it was observed that six pre-service teachers were successful in problem posing requiring finding the volume of the cylinder and that only three of these pre-service teachers could correctly solve the problem posed by them. In this regard, the problems posed by T₄, one of three pre-service teachers who incorrectly posed the problem requiring finding both the surface area and volume of the cylinder, and their solutions are presented below.

Yüzey Alanına İlişkin Problem ve Çözümü

180 cm² alana sahip bir kutunun içine borular yerleştiriyoruz. Bu boruların taban yarıçapı 2 cm ve yüksekliği 5 cm'dir. Boruları kutunun içine yerleştirirken boruların bir yüzünü keserek açılmış olarak yerleştiriyor. Bu şekilde kutunun içine kaç tane boru yerleştirebiliriz? ($\pi = 3$)

Bir borunun yüzey alanı = Taban alanı x yükseklik

$$= 2.22 \times 5$$

$$= 10 \times 5$$

$$= 60$$

$180 : 60 = 3$ boru yerleştirir.

The Problem Related to the Surface Area and Its Solution

We place pipes in a box with an area of 180 cm². These pipes have a base radius of 2 cm and a height of 5 cm. While these pipes are placed in the box, a side of the pipes is cut and placed as opened. How many pipes can we place in the box in this way?

The Problem Related to Finding Volume and Its Solution

How many pipes with a base radius of 2 cm and a height of 5 cm can we place in a cube-shaped box, one edge of which has a length of 10 cm?

Hacim bulmaya İlişkin Problem ve Çözümü

Bir ayrıtının uzunluğu 10 cm olan küp şeklindeki bir kutunun içine taban yarıçapı 2 cm, yüksekliği 5 cm olan borulardan kaç tane yerleştirebiliriz? ($\pi = 3$)

Küpün hacmi = a³

$$= 10^3$$

$$= 1000 \text{ cm}^3$$

$\frac{1000}{60} = 16,6$ tane

Silindirin hacmi = Taban alanı x yükseklik

$$= 2.22 \times 5$$

$$= 60 \text{ cm}^3$$

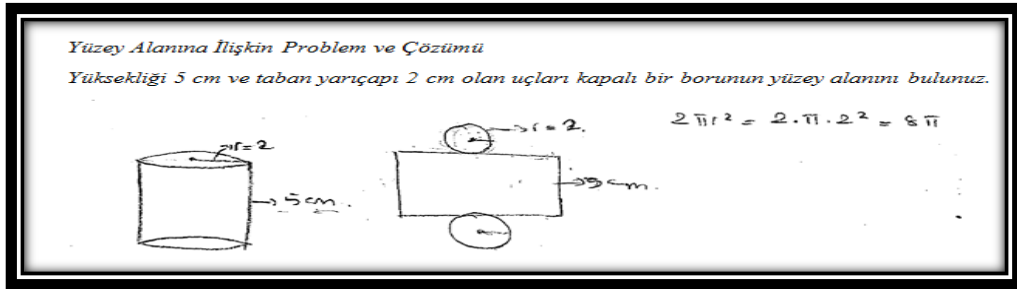
Figure 3. The examples of the problems requiring finding the surface area and volume of the cylinder and these problems' solutions of pre-service teacher T₄

When the pre-service teacher's written statement is examined, it is observed that the problem related to the concept of surface area is not meaningful and correct. It was observed that the volume problem posed by the pre-service teacher was a correct problem, but he/she achieved an incorrect result by dividing the volume of the cube into the volume of the cylinder while placing cylindrical pipes in the cube-shaped box. It is observed that the pre-service teacher was not aware that he/she used different geometric objects and used one of the commonly used solution methods (dividing large volume by small volume) in such problems through overgeneralization. This solution method would be correct if both objects were a cube in the problem posed by him/her. However, since the object placed in the cube was a cylinder, there will be space in the cube and eight cylinders can be placed in it. Therefore, the pre-service teacher found the solution wrong because he/she neglected this situation and could not get a full value. If the pre-service teacher embodied this problem posed by him/her with the help of mathematical modelling and preferred to solve it in that way, he/she would probably be able to solve the problem correctly.

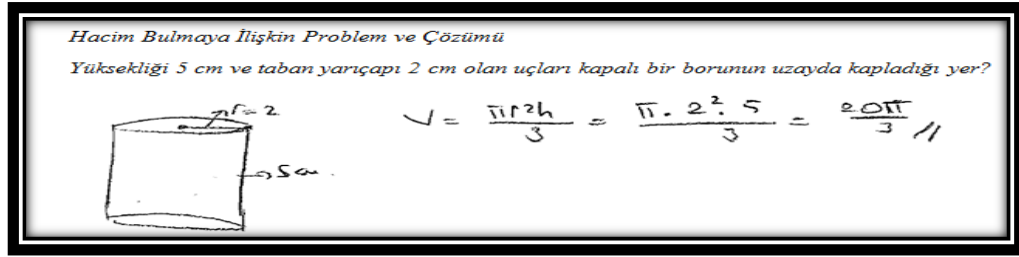
The statement of the pre-service teacher in relation to the problems he/she posed is presented below.

"Now, the surface area means base circumference multiplied by height. (...)I became confused about finding the volume while saying area. The box is not three-dimensional when it is opened, I think it takes up as much space as the area. It is similar in volume, this time the pipes will be placed without opening the box. I proceeded by giving the area of the box, now I will give its volume. Do I find the volume of the box by giving its dimensions?"

When this statement of the pre-service teacher is examined, it is observed that he/she has problems with the distinction between the concepts of volume and surface area and with the definitions of these concepts. Accordingly, it can be said that the pre-service teacher could not pose the correct problem in relation to the surface area due to his/her lack of content knowledge and could not interpret the solution of the problem he/she posed concerning the concept of volume correctly. Similar to pre-service teacher T₄, the statement made by pre-service teacher T₂, one of the pre-service teachers who could not meaningfully learn the concepts of surface area and volume and adopted performing formula-weighted operations, is exactly presented below.



Find the surface area of a closed-ended pipe with a height of 5 cm and a base radius of 2 cm.



Find the space occupied by a closed-ended pipe with a height of 5 cm and a base radius of 2 cm.

Figure 4 The examples of the problems requiring finding the surface area and volume of the cylinder and these problems' solutions of pre-service teacher T₂

When Figure 4 is examined, it is observed that the pre-service teacher posed a problem that has no relation to daily life, that does not allow students to perform reasoning, and that can be easily found directly with the surface area and volume formula. It was observed that the pre-service teacher performed a teaching by heart by preferring to use the formula directly in the solution of this problem that exactly required the use of direct information. However, the pre-service teacher could pose problems emphasizing the meanings of the concepts of volume and surface area rather than using a formula by heart, and he/she could also develop solutions by emphasizing the meanings of the concepts and formulae. Because when the solutions of the problems posed by the pre-service teacher were examined, the importance of meaningful learning of formulae appeared once again. In this context, when the pre-service teacher's solution related to the surface area was examined, it was observed that he/she used the area formula of two circular regions instead of the cylinder's surface area formula and found the wrong result. Similarly, it was observed that he/she used the volume formula of the cone instead of the cylinder's volume formula and found the wrong result.

In this context, it was observed that there was only one pre-service teacher who posed a problem associated with daily life for the surface area and volume of the cylinder and who could solve the problems posed by him/her in a meaningful and accurate way. In accordance with all these results, it can be said that pre-service teachers are at a better level on volume compared to the concept of surface area in problem posing and problem-solving for the surface area and volume of the cylinder. In this context, the statement of pre-service teacher T₃, who could correctly pose and solve the problem requiring finding the volume of the cylinder, about the surface area is as follows.

"What does the surface area mean? Hmm. That is to say, is the surface area the area of all surfaces we see? You know, its lower, upper base, something like that. I wonder whether 2 bases give the surface area? Teacher, I do not know it."

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that he/she is confused about the concept of surface area and could not make sense of the surface area. Therefore, the fact that the pre-service teacher was not able to pose and solve the problem related to a concept, the meaning and logic of it are not known by him/her, can be shown as an ordinary situation. In this context, it can be said that pre-service teachers have not sufficient content and strategy knowledge about the concept of the volume and especially the surface area of the cylinder, their knowledge about this subject cannot go beyond memorization.

Findings and interpretation regarding pre-service teachers' knowledge of understanding students about the concept of cylinder

During the interview conducted to examine pre-service teachers' knowledge of understanding students about the concept of cylinder, two questions were posed to pre-service teachers (Appendix B). Some wrong answers of students were given in these questions, these answers of pre-service teachers were analyzed, and their knowledge of understanding students with respect to being able to see the mistakes and to understand why these mistakes are made was examined. The categories and codes regarding pre-service teachers' statements for these questions are presented below.

Table 4.

The Categories and Codes Related to Pre-service Teachers' Instructional Statements for Their Knowledge of Understanding Students

Categories	Codes	Participants
Student's mistake related to the cylinder volume formula.	Confusing with sphere volume formula.	T _{1,2,3,4,7}
	Confusing with cone volume formula.	T ₅
	Showing incorrectly of the volume symbol.	T ₄
	Not seeing the mistake.	T ₆
The reason of student's mistake.	Confusing with the sphere volume formula and the cylinder volume formula.	T ₁
	Not internalizing of the volume formula.	T ₅
	Not being understood of the cylinder subject.	T _{2,3,7}
	The similarities of sphere and cylinder shapes.	T ₄
	Being abstract of symbols.	T ₄

When Table 4 was examined, it was observed that five pre-service teachers correctly determined the mistake made by the student and stated that the student used the volume formula of the sphere instead of the cylinder's volume in the solution. In addition to this, it was observed that T₄, one of the pre-service teachers who made such a statement, also emphasized that the student incorrectly used the volume symbol. The statement of this pre-service teacher is presented below.

"Here, the student did not do it correctly. First of all, the student does not know the volume formula. Then, he called H while trying to find the volume. He does not know with what he should symbolize the volume. And, he considered this cylinder like a sphere. Because, if I remember it right, he wrote the volume formula of the sphere. Here, the student confused sphere with the cylinder."

Following this statement of the pre-service teacher, his/her statement about why a student may have made such a mistake is exactly presented below.

"He was confused with the symbols; he may confuse at the beginning, this can be taken normally because symbolization is a little more abstract for him. However, now I can think like this in the volume formula. The shapes slightly resemble each other; you know, the cylinder and sphere. Because the base of the cylinder is a circular region, the sphere is actually round, but maybe the shapes are similar in the child's imaginary world. I mean, maybe what he knows as cylinder could actually be a sphere. In other words, he may have confused the shapes; this may be due to the similarity of shapes."

When the pre-service teacher's statement was examined, it was observed that he/she stated that the cylinder and sphere are similar and the student may have been confused with the shapes. It was also observed that the pre-service teacher stated that the reason why students used the volume symbol incorrectly might have been due to the abstractness of the

symbols. This statement of the pre-service teacher is not sufficient in terms of finding out the student's mistake and making a diagnosis.

Furthermore, there were a pre-service teacher (T_6) who could not see what the student's mistake was and a pre-service teacher (T_5) who misstated what the mistake was. The statement of pre-service teacher T_5 , who misidentified the mistake made by the student, about this is presented below.

“This student has been quite confused. I mean, normally the volume of the cylinder is $\pi r^2 h$, but here, he said $\frac{4}{3} \pi r^3$. He has made quite a lot of mistakes. He confused the formulae. But, what this formula is for? I remember it for the cone.”

When the pre-service teacher's statement was examined, it was observed that he/she stated that the student might have confused the formula given in question with the formula of the cone. When this statement of the pre-service teacher is examined, it is observed that he/she actually made the mistake that he/she thought it was made by the student and, that he/she confused the formulae. When pre-service teacher T_5 was asked for his/her opinions about why the student might have made such a mistake, he/she made the following statement.

“So, the reason for this mistake is that he memorized the formula. I mean he has not been able to internalize it too much. I mean, he has not been able to gain it, he saw the figures there. He tried to write it in its place in the formula and find it. Therefore, this mistake was made. Normally, this student should know the area of the circular region and say that it increases as much as it increases in every upward step to be able to solve this question.”

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that he/she stated that the student might have made such a mistake because of the memorization of the formulae and could not learn the formulae meaningfully. In this context, it was observed that the pre-service teacher emphasized the meaning of the general volume formula. However, when the statements of the pre-service teacher are examined, it is observed that he/she also confused the volume formulae of the sphere and the cone and made a similar mistake with the student. Therefore, it can be said that this pre-service teacher has not been effective and internalized his/her content knowledge in theory in implementing them in practice. When the pre-service teachers' findings regarding the given question are examined, it can be said that they mostly made more accurate determinations on what the mistake was compared to their statements about why the student made the mistake. The categories and codes related to pre-service teachers' statements about what the difficulties and misconceptions about the subject of cylinder that students may mostly encounter could be presented in Table 5.

Table 5.

The Categories and Codes Related to Pre-service Teachers' Instructional Statements for Their Knowledge of Understanding Students

Categories	Codes	Participants
The mostly encountering difficulties or misconceptions of students' in learning of the concept of cylinder.	Basic elements and structural properties of the cylinder.	$T_{1,2}$
	Not imagining of the three-dimensional shape.	$T_{2,7}$
	Confusing with volume, surface area, lateral area concepts	$T_{1,3,4,6,7}$

or theirs' formulae.

The development of the cylinder.	T _{3,5}
Confusing with cylinder and cone.	T ₅

When Table 5 was examined, it was observed that pre-service teachers put forward that the difficulties that students may mostly encounter in learning the concept of cylinder could be the volume, surface area, lateral area concepts and formulae. It was also observed that pre-service teachers stated that students could have learning difficulties in the development of cylinder and imagining it three-dimensionally and emphasized that they may confuse cylinder and cone and have misconceptions related to basic elements and structural properties of the cylinder. Moreover, it was also observed that the pre-service teachers argued that students may have problems especially when they have learning difficulties and misconceptions. The statement of pre-service teacher T₃ in this regard is exactly presented below.

“Teacher, I do not think that students will confuse the cylinder in shape. For example, when you show a shape, they can easily call it a cylinder. But I think they may have problems in the concepts of volume and surface area like me. Especially in terms of volume; teacher, there is something concerning discharging something into another, I mean how much space is left, they may fall into error in such matters. I do not know, whether or not there are such difficult questions in primary education. What could be another misconception? For example, they may have difficulty in the development. For example, I do not know, it seemed strange to me after development, when I was in secondary school or high school. Not only for the cylinder, but for example, a triangular became a prism, its development is something else, I mean, I feel incompetent. I think students will likely have difficulty. Because I was not the only one who had this difficulty, I mean, I remember from my friends that there were people who had some difficulties.”

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that pre-service teacher T₃ considered himself/herself inadequate, especially in the volume, surface area and development of the cylinder, therefore, he/she emphasized that it was a strong possibility that students would experience similar difficulties. It was observed that the pre-service teachers touched on the points in which they had difficulties such as surface area, volume and lateral area in terms of understanding students' mistakes, misconceptions and difficulties related to the concept of cylinder and making comments, but they made similar and general statements about why they thought so. In this context, it can be said that the pre-service teachers made a more successful impression in finding out the student's mistake and determining the cause of the mistake compared to their statements on what caused the mistake. Nevertheless, it was observed that there were also pre-service teachers who remained incapable of realizing the student's mistake and determining its causes, therefore, had insufficient knowledge of understanding students.

Findings and interpretation regarding pre-service teachers' knowledge of instructional strategy about the concept of cylinder

In the interview conducted to examine the pre-service teachers' knowledge of instructional strategy about the concept of cylinder, four questions were posed to pre-service teachers (Appendix B). In this context, firstly the mistakes of students were shown to the pre-service teachers, and they were asked what they could ask students to understand the mistake made by the student and what kinds of techniques and strategies they would use to

correct the mistake. The categories and codes regarding pre-service teachers' statements for this question are presented below.

Table 6.

The Categories and Codes Related to Pre-service Teachers' Knowledge of Instructional Strategy

Categories	Codes	Participants
Possible question / questions to student in order to understand student's mistake.	Asking volume (sphere, cylinder or general volume); area (circular region) formulae.	T _{1, 2, 3, 6}
	Asking questions related to visual recognition of cylinder and sphere.	T _{2, 4, 7}
	Asking questions by comparing sphere and cylinder materials.	T ₅
	Asking basic properties of the cylinder	T ₇
Methods and techniques for overcoming of the student mistake.	Teaching through conversion	T _{1, 4}
	Teaching through question-answer	T ₂
	Teaching through analysis	T _{3, 7}
	Teaching through analogy	T ₅
	Teaching through experiment	T ₆

When Table 6 is examined, it is observed that the pre-service teachers often referred to the volume formulae of sphere and cylinder, the area of a circular region, basic properties of the cylinder, and the questions about visual recognition of objects to understand the mistake made by the student. Furthermore, a pre-service teacher mentioned that he/she would perform an application by using concrete materials to understand the student's mistake, and the statement of this pre-service teacher is exactly presented below.

"I guess we would try. For example, it can be a material. We could compare it. So, for example, what should normally be achieved there? If I had a material or an object, I would compare two of them (sphere and cylinder). For example, I would put water into them, how much space it takes up, have you done it correctly, I would tell him to remember the formula if he did it wrong because it is a little bit related to the formula."

When the pre-service teacher's statement is examined, it can be said that he/she made a very contradictory statement because the pre-service teacher firstly stated that he would benefit from the materials to understand the student's mistake and then asked him to remember the formula. In this context, it can be said that the pre-service teacher did not apply the method he adopted at the beginning and adopted a logic based on memorization.

On the other hand, it is observed that pre-service teachers mostly adopted the teaching method through conversion and the teaching methods through analysis with respect to correcting and overcoming the student's mistake. In the interviews conducted, pre-service teachers stated that they would not directly say the correct answer in the face of such a student's mistake; otherwise, the student would not have permanent learning, and they would ensure that the student would realize the mistake by himself based on the student's prior knowledge. Regarding these statements, while some pre-service teachers made superficial statements in the form of *"I would make student find out the mistake, I would ensure him to find it by himself, I would ensure him to realize his mistake by asking questions"*,

some of them made detailed statements. The statement of T_3 among these pre-service teachers is presented below.

"If I saw it first, I would ask what the volume of the sphere is. Then, he would probably say, if he says that it is $\frac{4}{3}\pi r^3$, I would ask why he used the same formula for the cylinder so that I could understand where he made a mistake. I mean, where he simulated the sphere and cylinder that he used it. Or maybe it's the only formula he knows. In other words, the child might have written it just to give an answer. Or he might not have studied. What else would I ask? For example, I could ask how the volume is found in general. I mean, I would say what the general volume formula for rigid bodies is. I would ask such a question to get the answer of TA.h. He would say, for instance, I would say okay, I would ask where its base is, I would ask him to show. He would probably show the circular region. So, I would ask how the area of the circular region is found. I would take it as a basis. That's the height here, I would ensure him to find the truth by himself."

When the statement of pre-service teacher T_3 is examined, it is observed that he/she was not in favour of directly giving the formula, he/she tried to identify the source of why the student made such a mistake. In this context, it is observed that he/she stated that he/she would find the formula given by step-by-step together with students. In this context, the answer of the pre-service teacher was included in the teaching method through analysis because, in the teaching method through analysis, a subject or a concept is explained step by step by dividing it into parts (Pesen, 2003). Furthermore, the statement of pre-service teacher T_6 , who stated that the measures to be taken regarding the correction of the student mistake would be different in each class and each level of learning, but he/she adopted an exploratory teaching method instead of directly giving the formula, is presented below.

"For instance, as I have just said, instead of directly giving the formula, we would take r^2 in one of them, we would take r^3 in the other, we would multiply by $\frac{4}{3}$ in one of them, we would multiply by $\frac{1}{3}$ in one of them. We do this to make the student comprehend where the formula comes from. Or we can give something that he could indirectly measure the volume of the cylinder and could control when he makes a mistake. For instance, I think we can divide 1 litre of water into glasses and ensure them to find the volume of these glasses. And this way, we can fully make them comprehend that the volume is base area. Height instead of memorizing."

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that the pre-service teacher was in favour of applying the information he/she gave in theory also in practice and made statements about it. In this context, the statement of this pre-service teacher was included in the teaching through experiment code because, in the method of teaching through experiment, students mainly learn by performing experiments, in other words, by transforming theory into practice (Pesen, 2003). Furthermore, this pre-service teacher stated in his/her another statement that he/she could perform different interventions to understand the mistakes of students in given situations by taking into account the student's level. In this context, the statement of the pre-service teacher may be an appropriate statement in terms of the knowledge of instructional strategy because it is accepted that the student's level has a significant effect on the teacher's teaching and method.

It was observed that pre-service teachers usually preferred to ask the volume formula of the sphere, that is considered to be confused by them, for the mistake made by the student, and also they preferred to ask questions such as the area of the circular region, general volume formula, what geometric object the given shape is, that have important roles in the volume formula of the cylinder. When the pre-service teachers were asked about the methods and techniques to correct students' mistakes, it was observed that they mostly

adopted teaching method through conversion and the teaching methods through analysis. When more in-depth questions were asked to the pre-service teachers accordingly, it was observed that they still could not give up memorization logic. The categories and codes generated based on the pre-service teachers' statements in relation to their knowledge of instructional strategy related to the teaching the logic of the cylinder's surface area formula are presented in Table 7.

Table 7.

The Categories and Codes Related to the Teaching of the Cylinder's Surface Area Formula

Categories	Codes	Participants
Teaching of the cylinder's surface area formula	Finding the formula incorrectly with the use of the development of the cylinder.	$T_{2,6,7}$
	Finding the formula correctly with the use of the development of cylinder	$T_{1,5}$
	Making use of <i>2 base area+lateral area</i> formula.	T_4
	Not making a statement	T_3

When Table 7 was examined, it was observed that five pre-service teachers expressed that they would benefit from the development of the cylinder in teaching the cylinder's surface area formula. When the statements of the pre-service teachers, who stated that they would benefit from the development of the cylinder in teaching the logic of the given cylinder's surface area formula, were examined, it was observed that two pre-service teachers correctly achieved the formula and three other pre-service teachers achieved incorrect results. The statement of T_2 , one of the pre-service teachers who achieved incorrect results, is presented below.

"This student certainly knows the perimeter of the sphere before finding the perimeter of the cylinder. He also knows the perimeter of the rectangle. I would first develop the cylinder. Then, I would ask what the perimeter of the rectangle is. Is it $2(a+b)$? Based on it, I would make them find the perimeter of the rectangle. I would then say that there are two circles, what is asked here, the surface area formula is asked here. What is the area of the circle, it is $2\pi r$. Surface area,...now, I have not been able to comprehend it. But we will do it by developing."

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that he/she emphasized that he/she would teach the cylinder's surface area formula by using the development of cylinder, but he/she could not achieve the result as he/she mentioned due to his/her lack of content knowledge. In this context, it can be said that the pre-service teacher should first correct his/her lack of content knowledge to be able to teach the surface area formula effectively. It was observed that the other two pre-service teachers who achieved an incorrect result also had similar shortcomings. Moreover, similar to pre-service teacher T_2 , a few more teachers also made a mistake by using the term circle instead of the circular region for the bases of the cylinder.

When the pre-service teachers' statements in relation to teaching the logic of the given surface area formula were examined, it was observed that one of the pre-service teachers made no statement and that one of them stated that he/she would teach the logic of the

given formula with the help of another formula. In line with all these statements, it was observed that most of the pre-service teachers preferred the right path for the teaching of the logic of cylinder's surface area formula, but they adopted the methods based on the traditional approach both in terms of reaching the result and their knowledge of instructional strategy. The categories and codes regarding pre-service teachers' statements in relation to teaching the definition and properties of the cylinder, teaching the volume of the cylinder and teaching the surface area of the cylinder are presented in Table 8.

Table 8.

The Categories and Codes Related to Teaching the Subject of Cylinder

Categories	Codes	Participants
Teaching the definition and properties of the cylinder concept.	Giving examples from daily life	T _{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
	Using concrete materials	T _{3, 4, 5, 6, 7}
	Emphasizing the basic elements of the cylinder	T _{2, 3, 4, 5}
	Giving the definition of the cylinder.	T ₃
Teaching the surface area of the cylinder	Using the development of cylinder	T _{1, 2, 5, 6}
	Emphasizing the logical meaning of the concept of surface area.	T _{1, 2, 4, 6}
	Using the expository teaching strategies.	T ₇
	Not making a statement.	T ₃
Teaching the volume of cylinder.	Using concrete materials.	T _{1, 2, 4, 6}
	Making the students memorize the volume formula directly.	T ₂
	Explaining of the concept of volume.	T _{1, 3, 4, 6, 7}
	Teaching by comparing with the concepts of volume and area.	T ₃
	Making use of the general volume formula.	T _{3, 4, 5}
	Checking prior knowledge.	T _{3, 4}

When Table 8 was examined, it was observed that all of the pre-service teachers adopted a method based on from the known to the unknown in teaching the definition and properties of the concept of cylinder, and in this context, they particularly agreed on giving examples from daily life. On the other hand, it was observed that pre-service teachers made instructional statements such as using concrete materials, emphasizing the basic elements of the cylinder. A pre-service teacher, who followed a path from the known to the unknown by giving examples from daily life in this way, preferred to use concrete materials and highlighted the basic elements of the cylinder, emphasized that the definition of the cylinder should be given verbally and its properties should be explained through these definitions. In this context, the statement of pre-service teacher T₃ is presented below.

“Teacher, I would probably bring rigid bodies to the class while teaching this lesson. I would bring materials like a cylinder, etc. I would even bring the material that we use in daily life. But I may also prepare it by myself and bring it because I think it will further arouse the attention of students in this way. Personally, I would be very interested in what a teacher prepares. Therefore, I would be engaged in it by myself, and I will make a cylinder. For example, I would make its lower and upper bases in different colours. Besides, as I have difficulty in understanding and I will see every student as myself, I think I will further focus on this subject. I suppose I would first explain the elements of the cylinder while defining the cylinder. Here we call radius, here we call height, etc. students know the radius, I think that students should probably have learned the circle and circular region before the cylinder. For

this reason, I do not think children will have much difficulty in elements. Nevertheless, I will show, demonstrate them. Then, I would make them say its verbal description; teacher, actually I do not like exploring with respect to definition, those kinds of things. I do not know, maybe, it will be a classic method, I would make students write them. At first, I would show the elements, then, I would make them write by telling that this is the definition of cylinder with a radius, height and two circular regions on the bases.”

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that he/she highly placed importance on concrete materials and examples from daily life, but ultimately, he/she could not give up conventional teaching. It was also observed that the pre-service teacher emphasized that he/she disliked making students discover a property related to any concept and he/she would not prefer such a way. However, when the statement of this pre-service teacher in relation to the methods and techniques he/she would use to correct the student's mistake is examined, it is observed that he/she adopted the discovery learning strategy. In this context, it can be said that the pre-service teacher made contradictory statements. When Table 8 was examined, it was observed that four pre-service teachers stated that they would use the development of the cylinder, four pre-service teachers stated that they would emphasize the meaning of the concept of surface area, one pre-service teacher stated that he/she would directly give the formula based on the concept of area, and one pre-service teacher made no statement, while teaching the surface area of the cylinder. When the pre-service teachers' statements were examined in this context, it was observed that pre-service teachers T₁, T₂ and T₆ made enough instructional statements in teaching the surface area of the cylinder, and pre-service teacher T₇ focused on directly giving the formula and preferred the expository teaching method. The statement of this pre-service teacher is exactly presented below.

“I would use the expository teaching approach while teaching the surface area. The discovery learning technique may take too long time, in fact, they are secondary school children. I would give its property, I have introduced the cylinder to the student, I would explain it and give its formula. I would solve some examples related to it. I mean, I would use expository teaching for meaningful learning.”

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that he/she adopted a traditional teaching method. In this context, it is observed that the pre-service teacher aimed to introduce the properties of the cylinder, to give the surface area formula and then to strengthen it with the help of examples. This statement of the pre-service teacher may be due to the lack of content knowledge because, in the pre-service teacher's statement about the logic of the cylinder's surface area formula, he/she could not achieve the formula correctly although he/she stated that the formula could be obtained from the development of the cylinder. For this reason, he/she may have been focused on directly giving the formula while teaching the subject of the surface area of the cylinder. Moreover, it was observed that this statement of the pre-service teacher about the teaching of the surface area of the cylinder was very different from his/her statement about the teaching of the definition and properties of the cylinder. Accordingly, it can be said that the pre-service teacher adopted a different teaching method for all the sub-topics related to the cylinder.

When the methods, techniques and strategies that the pre-service teachers would use while teaching the volume of cylinders were examined, it was observed that they usually emphasized the meaning of the concept of volume and were in favour of using concrete materials. Besides, it was observed that there were also pre-service teachers who supported teaching the volume by checking students' prior knowledge or performing teaching by comparing the concepts of volume and area with each other. On the other hand, it was also observed that there were also pre-service teachers who argued that the general volume

formula should be used while teaching the volume formula and pre-service teachers who stated that the formula should be given directly. In this context, the statement of pre-service teacher T_2 , who supported that the formula should be given directly while teaching the volume formula although he/she stated that concrete material should be used while teaching the volume, is exactly presented below.

"We cannot develop this while teaching the volume of the cylinder, we will make it again in the form of a cylinder. We would say that (by folding the paper in the form of a roller) it is solid. How much space does it take up? The child would already say that, teacher, the cylinder takes up the whole place where it exists. Because it is solid, it has to be solid to find the volume. What would I do then ... I would directly give the formula."

When the pre-service teacher's statement is examined, it can be said that he/she made a correct statement about the concept of volume in the general sense. However, it would be more effective to perform teaching with a really filled cylinder instead of folding the paper in the form of a roller and telling students that it is solid. In addition to this, it is observed in the continuation of his/her statement that the pre-service teacher actually tried to express the space occupied by the cylinder (occupied volume) by asking students "How much space does it take up?" However, here, to ask the question "How much area does it take up?" instead of "How much space does it take up?" may cause students to confuse the concepts of area and volume, misunderstand the difference between them or have misconceptions.

Furthermore, the fact that the pre-service teacher said at the end of his/her statement that he/she would directly give the formula shows that the approach used by him/her to teach the volume formula was based on the traditional approach and that he/she could not correctly use the mathematical language at the effective and desired level. The categories and codes created based on the pre-service teachers' statements about the measures that they could take to eliminate the learning difficulties and misconceptions of students regarding the subject of the cylinder are presented in Table 9.

Table 9.

The Categories and Codes Related to Measures to Be Taken to Eliminate Students' Learning Difficulties and Misconceptions

Categories	Codes	Participants
Possible precautions in order to overcome the students' Learning Difficulties and Misconceptions	Emphasizing the basic concepts related to the cylinder.	$T_{1,4,7}$
	Using concrete materials	$T_{2,3,6,7}$
	Making the student participate in the course actively.	$T_{1,2,3}$
	Making a design in order to be able to be seen the development of the cylinder constantly.	T_5
	Making the student comprehend the logic of the formulae.	T_6

When Table 9 was examined, it was observed that the pre-service teachers usually paid attention to using concrete materials, to making students actively participate in the course and to emphasizing the basic elements of the cylinder for the elimination of students' learning difficulties and misconceptions about the cylinder. Besides, it was observed that pre-service teacher T_6 , who thought that students would have learning difficulties in the subject of formulae, emphasized that students should be made comprehend the logic of the formulae.

Furthermore, it was observed that pre-service teacher T₅ emphasized that there was a need for an application through which the opened form of the cylinder would be in front of the eyes for students to overcome the learning difficulties or misconceptions that they may have about the development of cylinder. The more detailed statement of pre-service teacher T₅ in this regard is presented below.

“The first thing I would ask from the student is to draw the opened form of the cylinder into his notebook. However, it is a question mark in the minds whether or not all of them would do it. I mean, after I teach it in the class, I would want it to be present in his notebook, in his room, in other words, as a geometric figure anywhere. I mean I would ask it to be always kept in sight, I also think it may attract attention in this way.”

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that he/she wanted to ensure that students would know it by sight with the opened form of the cylinder because it is obvious that the strategy adopted by the pre-service teacher would lead students to a logic based on memorization. For, with such a strategy, the student will learn by heart without questioning why that development belongs to the cylinder. In this context, it can be said that the pre-service teacher's strategy knowledge in this subject is not effective.

In the light of all these results, when the pre-service teachers' knowledge of instructional strategies is evaluated, it can be said that the pre-service teachers' knowledge of instructional strategies is partially sufficient regarding the elimination of student mistakes and overcoming the misconceptions and learning difficulties of students. However, it can be said that they have serious shortcomings in their knowledge of instructional strategies related to the teaching of surface area and volume formulae and the definition of the cylinder. Moreover, although the pre-service teachers stated that they adopted the discovery learning strategy; when their statements are examined, it can be said that they usually adopt the traditional approach and that their knowledge of instructional strategies is not at the desired level.

Findings and interpretation regarding the pre-service teachers' assessment and evaluation knowledge about the concept of cylinder

During the interview conducted to examine the pre-service teachers' assessment and evaluation knowledge about the concept of cylinder, two questions were posed to pre-service teachers (Appendix B). In this context, the categories and codes regarding the pre-service teachers' statements for these questions are presented below.

Table 10.

The Categories and Codes Related to the Pre-Service Teachers' Assessment and Evaluation Knowledge

Categories	Codes	Participants
Possible assessment and evaluation instruments in the teaching of cylinder subjects.	Written exams	T _{2, 3, 4, 5, 6, 7}
	Concept maps	T ₃
	Performance assignments	T ₂
	Oral exams	T ₂
	Rubric usage	T ₅
How do you know whether students understand the subject of the cylinder or not?	Asking emphasizing questions related to differences between cylinder and other geometric shapes.	T ₂
	The quality and correctness of the examples given by the students.	T _{3, 6}
	Asking gap-filling questions.	T ₄

Asking true-false questions.	T ₄
Asking questions related to formulae.	T _{4, 6}
Asking open-ended questions.	T _{1, 2, 3, 5, 6, 7}
The student's willingness to answer.	T ₅

When Table 10 was examined, it was observed that most of the pre-service teacher could not give up traditional methods as assessment and evaluation instruments and usually preferred written exams. While the majority of the pre-service teachers preferred to ask open-ended questions in their written exams, it was observed that there were also pre-service teachers who used the test technique, gap-filling and true-false techniques. Moreover, the pre-service teachers emphasized that Bloom (1956)'s cognitive domain steps should usually be taken into account while holding a written exam. Except this, the statement of pre-service teacher T₄, who made a different comment regarding the use of cognitive domain steps in exams, is presented below.

"Perhaps, I do not think I will prepare a question by considering the knowledge step or application step while preparing it. But even without considering these steps, it actually goes there when we prepare the question. For instance, if I ask those gap-filling questions to find out whether they understand the concepts, it is already the knowledge step. I have not prepared the question to have a knowledge step, the knowledge step comes out while preparing the question. What we already use in mathematics is the application step because we usually perform operations through the given information. There may be analysis questions, there may be questions that require thinking. Not only application-oriented but also, for example, problem-style questions include analysis, but I think synthesis is high level. I do not think there will be synthesis for written exams."

When the pre-service teacher's statement is examined, it is observed that he/she stated that he/she did not prepare questions especially considering the cognitive steps, but the questions are automatically suited to these steps. This approach of the pre-service teacher is not correct because it is a difficult possibility that randomly prepared questions are suited to cognitive knowledge steps and appeal to all levels of students at all times. For this reason, it cannot be said that the pre-service teacher's assessment and evaluation knowledge is sufficient. When Table 10 was examined again, it was also observed that the pre-service teachers usually applied the question-and-answer method to be able to determine whether students had understood the subject of the cylinder. It was observed that the pre-service teachers particularly focused on the questions about situations that they thought students would have the most problems with the cylinder while choosing the questions they would ask. On the other hand, unlike other pre-service teachers, it was observed that one of the pre-service teachers stated that whether the subject is understood can be determined based on student's willingness to participate in the lesson. However, this approach can be risky in that the student may seem very eager to learn just to attract attention although he does not understand in some cases.

In summary, when the pre-service teachers' statements summarized in Table 10 were examined, it was observed that their assessment and evaluation knowledge was appropriate according to the instructional strategies they adopted and that they adopted a process-oriented evaluation rather than result-oriented. However, as in other types of knowledge (knowledge of instructional strategy, knowledge of understanding student), it was observed that their assessment and evaluation knowledge remained only in theory and that they usually adopted the logic of exam in cases of assessment and evaluation. The fact that the pre-service

teachers have adopted such logic may result from today's education system. In this context, it can be shortly said that pre-service teachers' assessment and evaluation knowledge is limited to holding an exam.

Conclusions, Discussion and Suggestions

In this study, the pre-service teachers' PCK on the subject of the cylinder was examined in line with four components, including content knowledge, knowledge of understanding students, knowledge of instructional strategies and assessment and evaluation knowledge. It was observed that the pre-service teachers' content knowledge about drawing the closed form of the cylinder and explaining the properties of the cylinder was limited to a right circular cylinder. In this context, all pre-service teachers preferred to draw right circular cylinder for the question of "draw a cylinder" and mentioned the properties of the right circular cylinder. Similarly, Gökkurt and Soylu (2016b) determined in their study that most of the teachers drew a right circular cone instead of a cone. Only one pre-service teacher in the study also mentioned that the bases of the cylinder might differ from the circular region while making a statement later on. Furthermore, the pre-service teachers again made quite general statements through the right circular cylinder while they were making statements about what the basic elements of the cylinder are. In this context, it was observed that there was no pre-service teacher who could completely express the basic elements of the cylinder. With respect to it, Tsamir, Tirosh and Levenson (2008) stated that while describing the basic elements or properties of an object, the properties of that object that are not its basic elements should also be stated. However, when the obtained findings were examined, it was observed that no pre-service teacher made such a statement. Accordingly, it was observed that the pre-service teachers made inadequate statements about drawing the closed form and development of the cylinder and indicating the basic properties and elements of the cylinder. When the literature was examined, it was also concluded in similar studies that teachers and pre-service teachers were unable to make detailed statements about drawing the shapes and development of geometric objects and explaining the properties and basic elements of geometric objects (Gökbulut, 2010; Gökkurt, 2014; Gökkurt, Şahin, Erdem, Başbüyük & Soylu, 2015). This may be due to the fact that the definitions of geometric objects such as cylinder and cone that are included in many course books are explained by special definitions (right circular cylinder, right circular cone, etc.) instead of general definitions (Yemen-Karpuzcu & Işıksal-Bostan, 2013, p.277).

When the examples from daily life related to cylinder given by the pre-service teachers were examined, it was observed that they usually focused on the examples included in the course books and workbooks. Accordingly, it can be said that the pre-service teachers remained inadequate to give rich examples. Furthermore, it was observed that the drawings of the pre-service teachers related to the development of cylinder were usually uniform and that they could not make an alternative example of development. This result shares similarity with the results of the studies in the literature (Çakmak, Konyalıoğlu & Işık, 2014; Gökbulut, 2010; Gökkurt & Soylu, 2016a; Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008). In the light of all these findings, it was concluded that the pre-service teachers' content knowledge about the definition and properties of the cylinder was not at a sufficient level. However, pre-service teachers, who will become mathematics teachers in the future, should know in depth the concepts they will teach in mathematics and have the good content knowledge to give good education because teachers should know and understand mathematics in depth to perform mathematics teaching effectively (Aygün, Baran-Bulut, & İpek, 2013). If teachers' content knowledge is not sufficient, it is stated that they will transfer their imperfect knowledge to their students, they may fail to change students' learning difficulties, mistakes or misconceptions, and they will not be able to use written sources critically (Bukova-Güzel, Uğurel, Özgür & Kula, 2010; Hashweh, 1987; Käpylä, Heikkinen, & Asunta, 2009).

As a result of the findings obtained in line with the pre-service teachers' knowledge of instructional strategies and knowledge of understanding students, it was concluded that the pre-service teachers' knowledge of understanding students was more adequate than their strategy knowledge. In this regard, it was observed that most of the pre-service teachers could correctly understand the student's mistake for the given questions. However, the strategies used to overcome this mistake made by the student were inadequate. A similar result is also available in the study of Gökkurt (2014). Furthermore, it was observed that the pre-service teachers' strategy knowledge about the definition and properties of the cylinder was more adequate than their knowledge of instructional strategies about the surface area and volume of the cylinder. In this context, it was observed that pre-service teachers especially emphasized the points of using concrete materials and making students explore the formulae, but it was concluded that they could not give up traditional methods when more specific questions were posed. Furthermore, although pre-service teachers stated that they particularly adopted the discovery learning strategy to be able to overcome the misconceptions and learning difficulties that students had about cylinders, it was observed that they preferred traditional methods when more in-depth questions were asked. This result is in parallel with the results of the study carried out by Bardak and Karamustafaoğlu (2016) with pre-service science teachers.

When the findings related to assessment and evaluation knowledge were examined, it was concluded that the pre-service teachers' assessment and evaluation knowledge was not at the desired level because it was observed that pre-service teachers did not give up traditional methods and completely focused on holding an exam although they seemed to have adopted different methods. It is stated by many researchers that traditional assessment and evaluation approaches, which are also known as paper-and-pencil tests, are not sufficient for the evaluation of students (Butler & McMunn, 2006). In this context, in recent years, it is observed that evaluation has a great importance when it is considered that the decisions to be made about students, teachers, curriculum and schools within the education system should be valid and reliable (Mihladiç, 2007). In this context, in the study, the pre-service teachers were expected to use the portfolio, structured grid, project, group or peer assessment and self-assessment techniques, which are alternative assessment and evaluation techniques adopted by the mathematics curriculum because, in addition to traditional assessment and evaluation techniques, alternative assessment and evaluation techniques that take into account the individual differences of students and allow for multi-perspective evaluation have also been included in the revised primary education curriculum (Dokumacı Sütçü & Bulut, 2015). In this context, it was concluded that pre-service teachers had inadequate assessment and evaluation knowledge. For an effective assessment and evaluation in education, the teacher should know what to teach, how to teach and what the learning outcomes are in a clear and detailed manner (Baki, 2014, p.356). The fact that pre-service teachers' assessment and evaluation knowledge is not at the desired level in this regard may be due to the fact that they are not as experienced and knowledgeable as a teacher in relation to the subject of cylinder they will teach.

Based on all these results, it is observed that pre-service teachers' PCK of the concept of cylinder, which is one of the geometric objects, is not at the desired level in line with four components (subject-matter knowledge, knowledge of instructional strategies, knowledge of understanding students, assessment and evaluation knowledge). In this context, it can be suggested to carry out studies on the development of pre-service teachers' PCK especially of geometric objects and to evaluate and implement the ideas of experts in mathematics education.

Türkçe Sürümü

Giriş

Matematiğin günlük hayatta kullanılan önemli bir kolu olan geometri, öğrencilerin yaşadığı dünyayı daha yakından tanımalarına, eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmelerine önemli katkı sağlar (Pesen, 2003, s. 330). Ayrıca geometri, matematiğin önemli bir öğrenme alanıdır ve ortaokul matematiğinde de önemli bir yer tutar (Gürbüz & Durmuş, 2009). Geometri öğretiminde asıl amaç, öğrencinin yaşadığı çevreyi, evreni açıklaması ve problem çözme sürecinde geometriyi kullanabilmesidir (Terzi, 2010). Ancak maalesef, yapılan birçok çalışmada, öğrencilerin geometriyi anlamakta zorluk çektikleri ve geometri başarısının istenilen düzeyde olmadığı görülmüştür (Gonzales vd.2009’dan aktaran Güreffe & Kan, 2013; Kılıç, 2003; Mitchelmore, 1997; Prescott, Mitchelmore, & White, 2002; Pusey, 2003; Ubuz, 1998). Bu doğrultuda, geometride özellikle geometrik cisimler konusu ülkemizde ve diğer ülkelerde öğrencilerin en çok zorlandıkları konulardan biri olarak gösterilmektedir (Accascina & Rogora, 2006; Avgören, 2011; Battista & Clements, 1996; Ben-Chaim, 1989; Gökdağ, 2004; Olkun, 2001; Olkun & Sinoplu, 2008). Oysa geometrik cisimler ve bunlarla oluşturulan cisimler günlük hayatımızın bir parçasıdır (Baykul, 2014, s.423) ve baktığımızda geometrik cisimlerle karşılaşmadığımız yer yok gibidir (Yemen-Karpuzcu & Işıksal-Bostan, 2013).

Öğrencilerin geometrik cisimler konusunda yaşadıkları zorlukların tespit edilmesi ve giderilmesi, öğrenme sürecinde öğrenciye yardımcı olunması ve rehberlik edilmesi konusunda öğretmenlere önemli görevler düşmektedir (Ersoy & Ardahan, 2003). Çünkü geometrinin doğal gelişimi ve içyapısı, öğretmenler tarafından iyi anlaşılırsa, öğretmenler, öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları anlamada ve bu zorlukların giderilmesinde çözüm üretmede başarılı olabilirler (Durmuş, Toluk & Olkun, 2002). Yani burada öğretmenin bilgi, beceri ve yeterlikleri ön plana çıkmaktadır. Bu doğrultuda, öğretmenin alanına hâkim olabilmesinin ötesinde dersini nasıl öğretebileceği, öğrencilere nasıl aktarabileceği, öğrenci seviyesine nasıl inebileceği konusunda da bilgi sahibi olması gerekmektedir. Bu bilgi ise günümüz alan yazınında Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) kavramı ile ifade edilmektedir (Batur & Balcı, 2013). Shulman (1986), pedagojik alan bilgisinin iki anahtar bileşeni olduğunu ifade etmiştir. Bu bileşenlerden biri öğrencilerin anlamalarını bilme bilgisi (öğrencileri anlama bilgisi), diğeri ise öğretim stratejileri (öğretim sunumları bilgisi) bilgisidir. Öğrencileri anlamalarını bilme bilgisi, öğrencilerin konuyla ilgili ön bilgilerini, öğrencilerin yapmış oldukları hataları, öğrenme güçlüklerini ve bunların arkasında yatan nedenleri anlamayı içerir. Öğretim stratejileri bilgisi ise nasıl öğretirsiniz sorusuna karşılık gelen yöntem ve teknikleri içerir. Matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgilerinin incelendiği çoğu çalışma, öğretmen adaylarının genelde kural ve yöntemlerin ne olduğunu ve nasıl uygulanacağını bilmelerine rağmen, verilen durumları kavramsal olarak açıklayamadıklarını (Toluk-Uçar, 2011), teoride sahip oldukları bilgiler ile uygulamalarının farklı olduğunu (Aylar, 2017; Gökçurt, Koçak & Soylu, 2014; Koçak, Gökçurt & Soylu, 2015) ve öğrenci hatalarını giderebilmek için ileri sürdükleri öğretimsel açıklamalarının yeterli olmadığını göstermiştir (Gökçurt, Şahin, Soylu, & Soylu, 2013). Ayrıca yapılan çalışmalar, öğretmen adaylarının teoride sahip oldukları bilgileri pratikte uygulayamadıklarını ve teorik bilgileri ile uygulamaları arasında fark olduğunu ortaya çıkarmıştır (Aylar, 2017).

Yapılan çalışmalarda PAB’in diğer alt bileşenleri olan konu alan bilgisiyle ölçme-değerlendirme bilgisine dikkat çekilmiş (Baştürk & Dönmez, 2011; Çakmak, Konyalıoğlu & Işık, 2014), geometrik cisimler konusunda PAB’in diğer alt bileşenleri (alan bilgisi, öğretim program bilgisi, ölçme-değerlendirme bilgisi vb.) bağlamında incelenmesi gerektiği vurgulanmıştır

(Gökkurt, Şahin, Soylu & Doğan, 2015). Bu çalışmalar matematik öğretmeni adaylarının PAB’larına önem verilmesine ve bu konunun etraflıca irdelenmesine sebep olmuştur.

İlgili alanyazın incelendiğinde, geometrik cisimlerle ilgili daha çok prizma(Gökkurt & Soylu, 2016a; Tekin-Sitrava & Işıksal-Bostan, 2013, 2014, 2016) ve koni ile ilgili (Gökkurt & Soylu 2016b) çalışmalara yer verildiği görülmektedir. Bu doğrultuda çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusunda yer alan silindir kavramıyla ilgili sahip oldukları pedagojik alan bilgileri; konu alan bilgisi, öğretim strateji bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi ve ölçme değerlendirme bilgisi alt bileşenleri doğrultusunda incelenmiştir.

Araştırmanın Önemi

Silindir kavramı “uzayda verilen bir doğruya paralel olan doğruların, verilen bir düzlemsel eğri boyunca, bu eğri düzlemine paralel olmayan bir doğrultudaki sabit hareketinden oluşan yüzey” olarak tanımlanmaktadır. Bu kapsamda silindirin en genel anlamda sınırsız bir yüzey olduğu ve özelde ise tabanları olan sınırlı bir yüzeyle çevrilmiş, kapalı ve içi boş bir cisim olduğu ifade edilmiştir (Yemen Karpuzcu & Işıksal Bostan, 2013). Bu açıklamalar ışığında, silindirin tabanının herhangi bir eğri (elips, çokgen, daire) olabileceği söylenebilir. Ancak Gökkurt (2014) çalışmasında öğretmenlerin çoğunun yaptıkları silindir tanımlarının dik dairesel silindir tanımıyla sınırlı kaldığını ifade etmiştir. Nitekim silindir kavramının genel anlamda tanımının yapılması hem diğer geometrik cisimlerin tanımları ile ilişkilendirilmesi açısından hem de silindirin hacim ve yüzey alanı bağıntısının diğer geometrik cisimler ile ilişkilendirilmesi açısından önem arz etmektedir(Altun, 2015, s.401;Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2014). Bu nedenle silindir kavramı, özel bir prizma olarak ele alınamayacak kadar kapsamlı bir kavram olup (Yemen Karpuzcu & Işıksal Bostan, 2013) matematik ve geometri eğitiminde etkin bir rol üstlenmektedir. Bu kapsamda çalışmada, öğretmen adaylarının silindir konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin belirlenmesinin ve bu konudaki eksiklerinin tespit edilmesinin öğretmen yetiştirme programlarının düzenlenmesine katkı sağlaması açısından önemli olduğu söylenebilir. Ayrıca çalışma kapsamında, öğretmen adaylarının başta silindir olmak üzere diğer geometrik cisimlere yönelikte bilgilerini sorgulayacakları ve bu doğrultuda öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerindeki gelişimlerine de katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Bu çalışmada, nitel yaklaşıma dayalı durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, nitelikli bir araştırma için kullanılan en yaygın yöntemlerden biridir (Stake, 2010). Durum çalışması bütünü elde tutarak, gerçek durum perspektifinden araştırmacının duruma derinlemesine odaklanmasına izin veren bir araştırma yöntemidir (Yin, 2014). Bu çalışmada da, öğretmen adaylarının geometrik cisimlerden biri olan silindir kavramına ilişkin sahip oldukları pedagojik alan bilgileri, derinlemesine odaklanarak incelendiğinden dolayı durum çalışması yöntemi tercih edilmiştir.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını belirlerken amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu doğrultuda katılımcılar Türkiye’de bir üniversitenin Eğitim Fakültesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı’nın son sınıfında öğrenim gören yedi matematik öğretmeni adayı tarafından oluşturulmuştur. İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının son senesinde olan bu adaylar alan (Geometri, Düzlem Geometri-I vb.) ve matematik öğretimi ile ilgili derslerini (Özel Öğretim Yöntemleri I-II, Ölçme ve Değerlendirme, Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi, Matematik Öğretimi Semineri vb.) tamamlamış olup okul deneyimi derslerine devam etmekte olduklarından dolayı çalışmanın amacına ulaşması bakımından uygun bir gruptur.

Çalışmaya dâhil edilen öğretmen adaylarına etik kurallar gereği Ö₁, Ö₂, ... , Ö₇ şeklinde kodlar verilmiştir.

Veri Toplama Aracı

Araştırmada veri toplama aracı olarak ilk önce ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının silindir kavramıyla ilgili PAB düzeylerini belirlemek için iki araştırmacı tarafından dokuz açık uçlu sorudan oluşan Pedagojik Alan Bilgi Testi (PABT) (Ek A) hazırlanmıştır. Bu test oluşturulurken, ortaokul ders kitaplarından, diğer yardımcı ek kaynaklardan, literatür taraması sonucu ulaşılan benzer çalışmalardan (Baştürk & Dönmez, 2011; Gökbulut, 2010; Gökçurt, vd. 2015) faydalanılmıştır. Ayrıca testi geliştirme sürecinde Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013) ortaokul matematik öğretim programında yer alan silindir kavramıyla ilgili amaç ve kazanımlar da dikkate alınmıştır. Bütün bu noktalar dikkate alınarak hazırlanan PABT’de yer alan sorular, uzman görüşleri doğrultusunda benzer amaçları içermesi, mevcut çalışmanın amacını tam yansıtmaması, çok genel ya da spesifik olması gibi gerekçeler doğrultusunda azaltılmıştır. Revize edilen PABT, daha sonra MEB’de çalışan üç öğretmene sunulmuş sorularda eksik kalan veya düzeltilmesi gereken noktalar düzeltilerek teste son şekli verilmiştir.

Çalışmanın verileri yarı yapılandırılmış mülakat tekniği ile toplanmıştır. Mülakat esnasında katılımcıların izni alınarak ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Ancak silindire ilişkin çizim sorularında ve öğretmen adaylarından problem kurarak çözmeleri istenen soruda öğretmen adaylarından yazılı açıklama istenmiştir. Mülakatlar yaklaşık 30-50 dakika sürmüştür.

Verilerin Analizi

Çalışmada betimsel ve içerik analizi teknikleri kullanılmıştır. Betimsel analizde, elde edilen bulguların düzenlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde okuyucuya sunulması amaçlanmaktadır. Bu süreçte, mülakat yapılan ya da gözlemlenen bireylerin görüşlerini dikkat çekici bir şekilde yansıtmak için doğrudan alıntılara sık sık yer verilir (Yıldırım & Şimşek, 2011). Mevcut çalışmada da, doğrudan alıntılara sık sık yer verildiği ve araştırmanın bulgularını neden sonuç ilişkisi içerisinde sunulduğu için betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Ayrıca bazı veriler için Pesen (2003)’deki bazı öğretim yöntemleri (analiz yoluyla öğretim yöntemi, çevirmeler yoluyla öğretim yöntemi vb.) kod olarak kullanıldığı için betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Ancak betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler, içerik analizinde daha derin bir işleme tabi tutulur ve betimsel bir yaklaşımla fark edilemeyen kavram ve temalar bu analiz sonucu keşfedilebilir (Yıldırım & Şimşek, 2011). Bu nedenle elde edilen nitel verilerin analizinde içerik analizi ve betimsel analiz teknikleri birlikte kullanılmıştır. Bu kapsamda, içerik analizinin gerektirdiği şekilde elde edilen veriler, belirlenen kodlar ve temalar altında sınıflandırılarak okuyucu için anlamlı hale getirilmiştir.

Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Araştırmalarda en yaygın iki ölçüt olarak kullanılan geçerlik ve güvenirlilik, araştırma sonuçlarının inandırıcılığı açısından büyük önem taşımaktadır. Dolayısıyla her araştırmacıdan, kullandığı veri toplama araçlarının geçerliliği ve güvenirliliği ile ilgili önlemler alması ve okuyucuya rapor etmesi beklenir (Yıldırım & Şimşek, 2011).

Çalışmanın güvenirliliğini artırmak amacı ile öğretmen adayları ile yapılan bireysel mülakatlar esnasında ses kayıt cihazları kullanılarak, oluşacak olan herhangi bir veri kaybı önlenmiştir. Mülakatta yer verilen soruların kapsam geçerliliğinin sağlanması amacı ile öğretmenlerin ve matematik eğitimcilerinin görüşleri alınmış ve bu görüşler doğrultusunda sorular revize edilmiştir. Nitel araştırmalarda güvenirliliği artırmanın bir yolu araştırmanın her aşamasını ve izlenen yolları ayrıntılı bir şekilde aktarılmasıdır (Cansız Aktaş, 2014, s.340). Bu araştırmanın her aşaması da olabildiğince ayrıntılı ve açık bir şekilde sunulmuş ve araştırmanın

verileri, kayıtları saklanarak araştırmanın güvenilirliği artırılmaya çalışılmıştır. Araştırmanın verileri analiz edilirken, yine bir uzman ve araştırmacı tarafından öğretmen adaylarının cevaplarına uygun kodlar oluşturularak araştırmanın güvenilirliği artırılmaya çalışılmıştır.

Ayrıca araştırmacı, elde ettiği verileri analiz ederken oluşturduğu kodlar ile ilgili uzman görüşlerinin tutarlılığı karşılaştırılmış ve Miles ve Huberman (1994)'ın uyuma hesabı kullanılarak tutarlılık yüzdesi %83 olarak bulunmuştur. Geriye kalan %17'lik farklılık araştırmacıların bir araya gelerek tartışmaları sonucunda tam bir uzlaşmaya varılmıştır.

Bulgular ve Yorum

Bu bölümde, araştırmaya katılan ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının silindir kavramında sahip oldukları pedagojik alan bilgileri ile ilgili bulgular incelenen dört bileşen doğrultusunda sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili alan bilgilerine yönelik bulgular ve yorumlar

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili alan bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapılan mülakatta öğretmen adaylarına, birinci ve üçüncü soru iki şıklı olmak üzere toplam üç soru şeklinde yöneltilmiştir(Ek A). Aşağıda öğretmen adaylarının bu sorulara yönelik açıklamalarına ilişkin kategoriler ve kodlar sunulmuştur.

Tablo 1.

Öğretmen Adaylarının Silindirin Tanımına ve Temel Özelliklerine Yönelik Öğretim Açıklamalarına Ait Kategoriler ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar
Silindirin Kapalı Formunu Çizme	Dik dairesel silindir çizme	Ö _{1,2,3,4,5,6,7}
Silindir Olmasının Nedenleri	Üst ve alt tabanının daire olması	Ö _{1,3,6,5,7}
	Üst ve alt tabanının çember olması	Ö ₄
	Üst ve alt daireyi birleştiren bir kısmın olması	Ö ₃
	Taban ve yanal alanın olması	Ö ₆
	Yuvarlanabilir olması	Ö _{1,7}
	Bir yüksekliğinin olması	Ö _{4,6}
	Gövdesinin dikdörtgen olması	Ö _{1,4}
	Üç boyutlu olması	Ö _{5,7}
	Bir hacim kaplaması	Ö _{5,6}
	Öyle bir kavram oluşmuş	Ö ₂
	Katı bir cisim olması	Ö _{5,6,7}
Silindir ile İlgili Günlük Yaşamdan Örnekler	Boru	Ö _{2, 3,4}
	Ucu açılmamış bir kalem	Ö _{3,5}
	Salça kutusu	Ö ₇
	Kumbara	Ö ₆
	Üçgen peynir	Ö ₅
Silindirin Temel Elemanları	Yükseklik	Ö _{1, 2,3,4,6,7}
	Yarıçap	Ö _{1,3,4,7}
	Yanal ayrit	Ö ₆
	Karşılıklı eşit daireler	Ö ₇

Tablo 1 incelendiğinde, öğretmen adaylarının tamamının silindirin kapalı formunu çizme durumunda, dik dairesel silindir çizmeyi tercih ettiği görülmektedir. Öğretmen adaylarına çizdikleri şekillerin neden bir silindir olduğu sorulduğunda ise alt ve üst tabanının çember olması, daire olması, üç boyutlu bir şekil olması, düzlemde gösterilemeyen bir şekil olması, kapalı bir cisim olması, belli bir hacim kaplaması, yüksekliğin olması vs. şeklinde açıklamalar yaptıkları görülmüştür.

Çizdiği dik dairesel silindirin, neden silindir olduğunu bu şekilde açıklayan öğretmen adaylarından Ö₅'in, yaptığı açıklamaya aşağıda yer verilmiştir.

“R³ te olmalı, katı bir cisim olmalı, üst taban alt tabanı daire olan kapalı bir alan olduğu için silindirdir.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, bir şeklin silindir olabilmesi için gereken ön şartları yüzeysel ve genel ifadelerle tanımladığı, sadece silindire özgü açıklamalarda bulunmadığı görülmüştür. Öğretmen adayının açıklamasında belirttiği *“R³ te olmalı, katı bir cisim olmalı”* ifadelerinin, küre, prizma, koni gibi bütün üç boyutlu cisimler için geçerli olabilecek nitelikte olduğu görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayının silindirin tanımı ve özellikleri ile ilgili alan bilgisinin daha derinlemesine incelenmesi için öğretmen adayından günlük hayattan silindir örnekleri vermesi istenmiştir. Bununla ilgili olarak Ö₅ öğretmen adayının yaptığı açıklama aşağıda aynen verilmiştir.

“...Yani silindir alt ve üst tabanı kapalı ve genelde daire olan şekillerdir. Ama şöyle bir şey söyleyeyim alt ve üst kısımlar üçgende olabilir. Silindir genel olarak aldığı tabanın şekline göre isimlendiriliyor. Mesela üçgen silindir tabanı üçgendir. Bir peyniri keseriz üçgen şeklinde bu bir silindir şeklini alır. Ya da bir çember şeklinde kesebiliriz, dörtgen, kare vs. yani bunların hepsi bir silindir olabilir. Çünkü alacağı tabanın alanına göre isimlendiriyor...”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, ilk başta yaptığı açıklamanın aksine, silindirin sadece dik dairesel silindirden ibaret olmadığını belirttiği, silindirin tabanlarının şekline göre isim alabildiğini ifade ettiği görülmüştür. Öğretmen adayının bu açıklaması, bir şeklin silindir olabilmesi için gereken özelliklerin ne olduğu sorusuna daha uygun bir cevap olarak gözükmemektedir. Bu kapsamda öğretmen adayının silindirin sadece dik dairesel silindirden ibaret olmadığını bildiği ancak yine de bir cismin silindir olabilmesi için gereken ölçütleri tam anlamıyla açıklayamadığı görülmüştür.

Bunun yanı sıra bir şeklin silindir olması ile ilgili yüzeysel açıklamalar yapan bazı öğretmen adaylarının yapmış olduğu açıklamalar doğrultusunda çeşitli bilgi yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Bu öğretmen adaylarından, Ö₄'e ait açıklamaya aşağıda yer verilmiştir.

“...benim bir şekle silindir diyebilmem için özellikle alt ve üst tabanı bir çemberden oluşması gerekiyor...”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, silindirin tabanları için çember ifadesini kullandığı görülmüştür. Buna ek olarak öğretmen adayının silindirin tabanları ile ilgili yaptığı bütün açıklamalarında daire yerine çember ifadesini kullandığı ve yorumladığı görülmüştür. Öğretmen adayının açıklamalarında sürekli daire yerine çember ifadesini kullanması araştırmacının da dikkatini çekmiş ve defalarca çember mi diye yinelemiştir. Ancak öğretmen adayı her defasında çember olduğuna vurgu yapmıştır. Bu kapsamda öğretmen adayının çember ve dairenin ayrımıyla ilgili ya da silindir ile ilgili bir bilgi yanlışlığına sahip olduğu söylenebilir.

Bütün bunların yanı sıra çizdiği şeklin neden silindir olduğu ile ilgili mantıklı bir gerekçe ileri süremeyen ve ezber bir açıklama yapan Ö₂ öğretmen adayına ait açıklamaya aşağıda aynen yer verilmiştir.

“öyle bir kavram oluşmuş yani benim ön bilgilerimden dolayı, öğretmenler bize böyle öğretti benim kavram imajımda böyle bir şekil olduğu için bunu çizdim.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde silindirin mantığına veya yapısına ilişkin hiçbir açıklamada bulunamadığı ve kendisine öyle öğretildiği için dik dairesel silindir şeklini çizdiğini belirttiği görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayının silindirin kapalı formuyla ve silindirin özellikleri ile ilgili alan bilgisinin oldukça eksik ve yetersiz olduğu söylenebilir.

Ayrıca öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili günlük hayattan verdikleri örnekler incelendiğinde, bütün öğretmen adaylarının ders kitabında veya çalışma kitaplarında yer alan örnekleri öne sürdükleri görülmüştür. Bu nedenle, öğretmen adaylarının silindir ile ilgili günlük hayattan verdikleri örnekler yeterli olarak değerlendirilmemiş, bu konuda sınırlı örnek bilgisine sahip oldukları ortaya çıkmıştır.

Öte yandan öğretmen adaylarının silindirin temel elemanlarını ifade ederken çoğunlukla yarıçap ve yükseklik kavramına yoğunlaştıkları bunun yanı sıra yanıl ve karşılıklı eş daireler şeklinde silindirin temel elemanı olmayan açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Bu kapsamda silindirin temel elemanlarının“taban (alt taban, üst taban), yan yüz, yarıçap, yükseklik” (Tahan, 2013) olduğu dikkate alınırsa öğretmen adaylarının silindirin temel elemanlarına ilişkin öğretimsel açıklamalarının eksik olduğu ve alan bilgilerinin yetersiz olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarının silindirin açınımına ilişkin sorulan 2. soruya yönelik çizim örnekleri incelenerek bu çizimler ile ilgili oluşturulan kategori ve kodlar Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2.

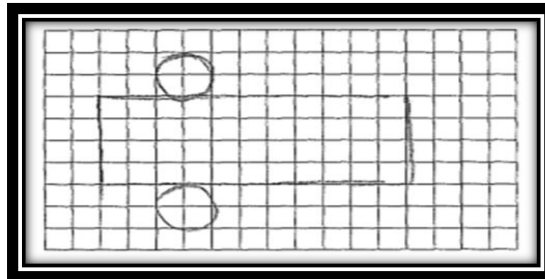
Öğretmen Adaylarının Silindirin Açınımına Yönelik Öğretim Açıklamalarına Ait Kategoriler ve Kodlar

Kategori	Kodlar	Katılımcılar
Silindirin Yüzey Açınımı	Alt ve üst tabanı dairesel bölge çizme	Ö _{1,2,5,6,7}
	Alt ve üst tabanı çizmeme	Ö _{3,4}
	Silindire benzer bir şekil çizme	Ö ₃
	Silindirin farklı yüzey açınımını eksik gösterme.	Ö _{1,2,6,7,5}
	Silindirin farklı yüzey açınımını yanlış gösterme.	Ö _{3,4}
	Daireler ile yan kenarları orantısız çizme	Ö _{2,7}

Tablo 2 incelendiğinde, dört öğretmen adayının silindirin yüzey açınımını çizerken zorlanmadıkları, iki öğretmen adayının silindirin tabanlarını çizmedikleri, bir öğretmen adayının açık hali için silindire benzer bir şekil çizdiği ve iki öğretmen adayının ise dairenin çevresi ile yan kenar uzunluklarını orantısız çizdiği görülmektedir.

Bununla ilgili olarak Ö₂ öğretmen adayına ait çizim örneği aşağıda verilmiştir.

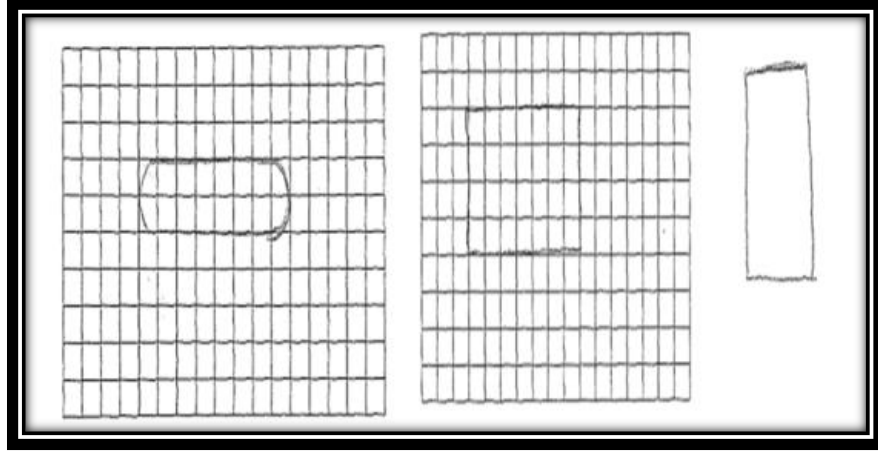
2. Silindirin yüzey açınımını yapınız?



Şekil 1. Ö₂ öğretmen adayının silindirin yüzey açınımını için çizdiği orantısız çizim örneği

Öğretmen adayının silindirin yüzey açınıma ilişkin çizim örneği incelendiğinde alt ve üst tabanı oluşturan daireleri yan ayrıtlar ile orantısız çizdiği görülmektedir. Buradan öğretmen adayının, alt ve üst dairelerin çevresinin dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğuna eşit olduğunu dikkate almadığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının ikinci soru ile ilgili açıklamaları incelendiğinde, silindirin yüzey açınımlarını doğru çizemeyen öğretmen adaylarından $\ddot{O}_3$ ve $\ddot{O}_4$ 'e ait açıklamalara aşağıda aynen yer verilmiştir.



Şekil 2. $\ddot{O}_3$ ve $\ddot{O}_4$ öğretmen adaylarının silindirin yüzey açınımları için çizdiği yanlış çizim örnekleri

Şekil 2'de öğretmen adaylarının silindirin yüzey açınımları için doğru çizim yapamadıkları ve bilgi yanlışlarına sahip oldukları görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından $\ddot{O}_3$ 'ün çizdiği açınım ile ilgili aşağıdaki açıklamada bulunmuştur.

“Hocam şey mi bu dikdörtgenler prizmasının açık şeklini çiziyorduk, öyle bir şey mi? ... Ben bunu sanırım bilmiyorum yani. Zaten genelde de pek bilmem açılımlarını”

$\ddot{O}_3$ öğretmen adayının bu açıklaması incelendiğinde genel olarak bütün geometrik cisimlerin açınımları konusunda sıkıntı yaşadığını belirttiği görülmektedir. Matematik öğretmenliği bölümünün son sınıfında olan bir öğretmen adayının bu şekilde yaygın olarak bilinen bir geometrik cismin yüzey açınımlarını yapamaması endişe vericidir. Çünkü bu öğretmen adayının, bütün alan dersleri tamamlanmış olup bir öğretmen olarak atanmaya hazır olduğu kabul edilmektedir.

Öğretmen adaylarının ikinci soru ile ilgili açıklamaları incelendiğinde, silindirin yüzey açınımlarını çoğunlukla doğru gösterdikleri görülmüştür. Bununla ilgili olarak daha derinlemesine bilgi edinebilmek amacıyla, öğretmen adaylarına yüzey açınımlarını çizdikleri silindirlerin farklı bir yüzey açınımlarını gösterme konusunda bir soru yöneltilmiş ve öğretmen adaylarının neredeyse tamamı *“daireleri dikdörtgenin uzun kenarı üzerinde kaydırabiliriz”* şeklinde açıklama yapmışlardır. Bu noktada hiçbir öğretmen adayının, dairelerin kısa kenar üzerinde de olabileceğini ileri sürmemesi dikkat çekici bir nokta olarak değerlendirilmiştir. Bu sayede, öğretmen adaylarının tek bir açınım üzerinde odaklandıkları ve bu konudaki alan bilgilerinin tek bir yüzey açınımla sınırlı olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının açınımlarını yaptıkları silindirin yüzey alanı ve hacmiyle ilgili olarak problem kurma ve çözüme becerilerine yönelik hazırlanan 3. soruya ilişkin kategori ve kodlar Tablo 3'te sunulmuştur.

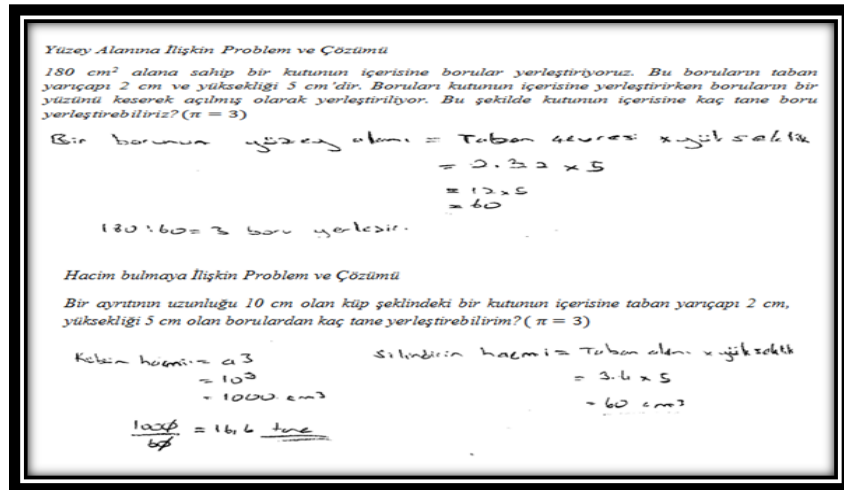
Tablo 3.

Öğretmen Adaylarının Silindirin Yüzey Alanı ve Hacmine Yönelik Hazırlanan Üçüncü Soruya İlişkin Öğretim Açıklamalarına Ait Kategoriler ve Kodlar

Kategori	Kodlar	Katılımcılar
Yüzey alanıyla ilgili problem kurma ve çözme	Problemi doğru kurar ve kurduğu problemi doğru çözer.	Ö ₅
	Problemi doğru kurar ve kurduğu problemi çözemez.	Ö ₇
	Problemi doğru kurar ve kurduğu problemi yanlış çözer.	Ö _{1,2}
	Problemi yanlış kurar ve kurduğu problemi çözer.	Ö _{6,4}
	Problemi kuramaz.	Ö ₃
Hacimle ilgili problem kurma ve çözme	Problemi doğru kurar ve kurduğu problemi doğru çözer.	Ö _{1,3,5}
	Problemi doğru kurar ve kurduğu problemi çözemez.	Ö ₇
	Problemi doğru kurar ve kurduğu problemi yanlış çözer.	Ö _{2,6}
	Problem yanlış kurar ve kurduğu problemi çözer.	Ö ₄

Tablo 3 incelendiğinde, öğretmen adaylarının silindirin yüzey alanını bulmayı gerektiren problem kurma konusunda, sadece dört öğretmen adayının başarılı olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının kurdukları problemleri çözme süreçleri dikkate alındığında ise, sadece bir öğretmen adayının kurduğu problemi doğru çözebildiği görülmüştür. Yine Tablo 3 incelendiğinde, öğretmen adaylarının silindirin hacmini bulmayı gerektirecek problem kurmada altı öğretmen adayının başarılı olduğu ve bu öğretmen adaylarından sadece üç tanesinin kurduğu problemi doğru çözebildiği görülmüştür.

Bununla ilgili olarak, silindirin hem yüzey alanını bulmayı gerektirecek hem de hacmini bulmayı gerektirecek problemi yanlış kuran üç öğretmen adayından Ö₄'ün kurduğu problemler ve çözümlerine aşağıda yer verilmiştir.



Şekil 3. Ö₄ öğretmen adayının silindirin yüzey alanı ve hacmini bulmayı gerektiren kurduğu problem örnekleri ve bu problemlerin çözümleri

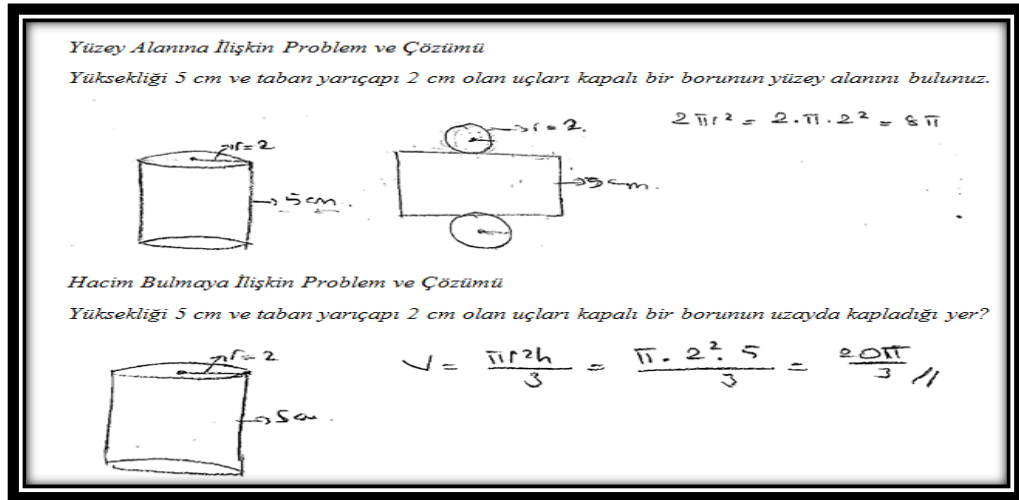
Öğretmen adayının yazılı açıklaması incelendiğinde, yüzey alanı kavramı ile ilgili probleminin anlamlı ve doğru olmadığı görülmektedir. Öğretmen adayının kurduğu hacim

probleminin ise doğru bir problem olduğu ancak küp şeklindeki kutunun içerisine silindirin şeklinde borular yerleştirirken küpün hacmini silindirin hacmine bölerek yanlış sonuç elde ettiği görülmüştür. Öğretmen adayının farklı geometrik cisimler kullandığının farkında olmadığı ve aşırı genelleme yaparak bu tür problemlerde çoğunlukla kullanılan çözüm yöntemlerinden (büyük hacmi küçük hacme bölme) birini kullandığı görülmektedir. Kurduğu problemde her iki cisim de küp olsaydı bu çözüm yöntemi doğru olurdu. Ancak küpün içerisine yerleştirilen cisim silindir olduğundan küpün içerisinde boşluk kalacak ve sekiz adet silindir yerleştirilebilecektir. Dolayısıyla öğretmen adayı bu durumu ihmal ettiği için çözümü yanlış bularak tam bir değer elde edememiştir. Öğretmen adayı kurduğu bu problemi matematiksel modelleme yardımıyla somutlaştırıp o şekilde çözmeyi tercih etseydi muhtemelen problemin çözümünü doğru bir şekilde yapabilecekti.

Öğretmen adayının kurduğu bu problemlere ilişkin açıklaması aşağıda verilmiştir.

“Şimdi yüzey alanı, taban çevresi çarpı yükseklik demektir. (...) alan derken hacim mi bulacağım diye kafam karıştı. Kutuyu açınca üç boyutlu olmuyor alan kadar yer kaplar diye düşünüyorum. Hacimde aynı şekilde bu seferde boruları kutuyu açmadan yerleştirecek. Kutunun alanını vererek geçmiştin şimdi hacmini vereyim. Kutunun da boyutlarını verip hacmini mi buldursam?”

Öğretmen adayının bu açıklaması incelendiğinde, hacim ve yüzey alanı kavramlarının ayrımıyla ilgili ve bu kavramların tanımlarıyla ilgili problem yaşadığı görülmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adayının alan bilgisindeki eksiklikten dolayı yüzey alanı ile ilgili doğru problem kuramadığı ve hacim kavramı ile ilgili kurduğu problemin çözümünü doğru yorumlayamadığı söylenebilir. Ö₄ öğretmen adayı ile benzer olarak yüzey alanı ve hacim kavramlarını anlamlı öğrenememiş ve formül ağırlıklı işlemler yapmayı benimseyen öğretmen adaylarından Ö₂'e ait açıklamaya aşağıda aynen yer verilmiştir.



Şekil 4. Ö₂ Öğretmen adayının silindirin yüzey alanı ve hacmini bulmayı gerektiren kurduğu problem örnekleri ve bu problemlerin çözümleri

Şekil 4 incelendiğinde öğretmen adayının günlük hayatla hiçbir ilişkisi olmayan, öğrencilere muhakeme yapma fırsatı tanımayan, doğrudan yüzey alanı ve hacim formülü ile kolayca bulunabilecek bir problem kurduğu görülmektedir. Öğretmen adayının tamamen bilgiyi doğrudan kullanmayı gerektiren bu problemin çözümünde de, doğrudan formül kullanmayı tercih ederek ezber bir öğretim yaptığı görülmüştür. Oysa öğretmen adayı, ezber bir şekilde formül kullanmaktan ziyade hacim ve yüzey alanı kavramlarının anlamlarına vurgu yapıcı nitelikte problemler kurabilir ve yine kavramların ve formüllerin anlamlarına vurgu yaparak

çözüm geliştirebilirdi. Çünkü öğretmen adayının kurduğu problemlerin çözümleri incelendiğinde formüllerin anlamlı öğrenilmesinin önemi bir kez daha ortaya çıkmıştır. Bu kapsamda öğretmen adayının yüzey alanı ile ilgili çözümü incelendiğinde silindirin yüzey alanı formülünün yerine iki tane dairesel bölgenin alan formülünü kullandığı ve yanlış sonuç bulduğu görülmüştür. Benzer şekilde silindirin hacim formülü yerine ise koninin hacim formülünü kullandığı ve yanlış sonuç bulduğu görülmüştür.

Bu kapsamda hem silindirin yüzey alanı hem de hacmi için günlük hayatla ilişkili problem kuran ve kurduğu problemleri anlamlı ve doğru bir şekilde çözümleyen sadece bir öğretmen adayının olduğu görülmüştür. Bütün bu bulgular doğrultusunda öğretmen adaylarının silindirin yüzey alanı ve hacmine yönelik problem kurmada ve çözmede, yüzey alanı kavramına nazaran, hacim konusunda daha iyi düzeyde oldukları söylenebilir. Bu kapsamda silindirin hacmini bulmayı gerektiren problemi doğru bir şekilde kurabilen ve çözebilen Ö₃ öğretmen adayının yüzey alanı ile ilgili açıklaması şu şekildedir.

“Yüzey alan ne demek? Hımmm. Yani yüzey alan gördüğümüz bütün yüzeylerin alanı mı? Hani üstünün altının falan. 2 taban alan yüzey alanı mı verir acaba? Ben bilmiyorum hocambunu ya”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde yüzey alan kavramına yönelik bir karmaşa yaşadığı ve yüzey alanının ne olduğunu anlamlandıramadığı görülmektedir. Dolayısıyla öğretmen adayının, anlamını ve mantığını bilmediğini bir kavramla ilgili problem kuramaması ve çözmemesi olağan bir durum olarak gösterilebilir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının silindirin hacmi ve özellikle yüzey alanı kavramı konusunda alan ve strateji bilgilerinin yeterli olmamakla beraber bu konudaki bilgilerinin ezberden öteye geçemedikleri söylenebilir.

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili öğrenciyi anlama bilgilerine yönelik bulgular ve yorumlar

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili öğrenciyi anlama bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapılan mülakatta öğretmen adaylarına iki soru yöneltilmiştir (Ek A). Bu sorularda öğrencilerin bazı hatalı cevapları verilmiş ve öğretmen adaylarının bu cevapları analiz edilerek hataları görebilme ve bu hataların neden yapıldığını anlayabilme konularındaki öğrenciyi anlama bilgileri incelenmiştir. Aşağıda öğretmen adaylarının bu sorulara yönelik açıklamalarına ilişkin kategoriler ve kodlar sunulmuştur.

Tablo 4.

Öğretmen Adaylarının Öğrenciyi Anlama Bilgilerine Yönelik Öğretim Açıklamalarına Ait Kategoriler ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar
Silindirin hacim formülü ile ilgili öğrenci hatası	Kürenin hacim formülü ile karıştırma	Ö _{1,2,3,4,7}
	Koninin hacim formülü ile karıştırma	Ö ₅
	Hacim sembolünü yanlış gösterme	Ö ₄
	Hatayı görememe	Ö ₆
Öğrenci hatasının nedeni	Kürenin hacim formülü ile silindirin hacim formülünün karıştırılması	Ö ₁
	Hacim formülünün içselleştirilmemesi	Ö ₅
	Silindir konusunun anlaşılabilmesi	Ö _{2,3,7}
	Kürenin ve silindirin benzerliği	Ö ₄
	Sembollerin soyut olması	Ö ₄

Tablo 4 incelendiğinde, beş öğretmen adayının, öğrencinin yaptığı hatayı doğru tespit ederek öğrencinin çözümünde silindirin hacmi yerine kürenin hacim formülünü kullandığını ifade ettikleri görülmüştür. Bu şekilde açıklama yapan öğretmen adaylarından Ö₄'ün buna ek

olarak öğrencinin hacim sembolünü de yanlış kullandığına vurgu yaptığı görülmüştür. Bu öğretmen adayına ait açıklamaya aşağıda yer verilmiştir.

“Öğrenci burada doğru yapmamış. Şimdi ilk olarak öğrenci hacim formülünü bilmiyor. Ondan sonra da hacmini bulmaya çalışırken de H demiş. Hacmi ne ile sembolize etmesi gerektiğini de bilmiyor. Ve bu silindiri küre gibi düşünmüş. Çünkü kürenin hacim formülünü yazmış yanlış hatırlamıyorsam. Burada öğrenci küre ile silindiri karıştırmış.”

Öğretmen adayının bu açıklaması üzerine, öğrencinin neden böyle bir hata yapmış olabileceğine ilişkin açıklaması aşağıda aynen verilmiştir

“Sembollerini karıştırmış, ilk zamanlarda karıştırılabilir, o normal olarak karşılanabilir. Sembol olayı biraz daha soyut olduğu için. Ama hacim formülünde şimdi şöyle düşünebilirim. Şekiller biraz birbirini andırıyor gibi hani silindir ile küre. Çünkü silindirinde tabanı daire olduğu için küre top şeklinde aslında ama belki çocuğun hayal dünyasında o şekiller birbirine benziyordur. Yani belki silindir diye bildiği şey aslında bir küre olmuş olabilir. Yani şekilleri birbirine karıştırmış olabilir bunun sebebi de şekillerin az da olsa birbirine benzemesi olabilir.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, öğrencinin silindir ve kürenin benzer olduğunu ve şekilsel olarak karıştırılabileceğini ifade ettiği görülmüştür. Ayrıca öğretmen adayının, öğrencilerin hacim sembolünü yanlış kullanmasının nedenini de sembollerin soyutluğundan kaynaklı olabileceğini belirttiği görülmüştür. Öğretmen adayının bu açıklamasının öğrenci hatasının keşfedilmesi ve tanı koyulması açısından yeterli değildir. Bunun yanı sıra öğrencinin yaptığı hatanın ne olduğunu göremeyen bir (Ö₆) öğretmen adayının ve hatanın ne olduğunu yanlış ifade eden bir (Ö₅) öğretmen adayının olduğu görülmüştür. Öğrencinin yaptığı hatayı yanlış tespit eden Ö₅ öğretmen adayının bununla ilgili açıklamasına aşağıda yer verilmiştir.

“Bu bayağı bir karıştırmış. Yani normalde silindirin hacmi $\pi r^2 h$ burada $\frac{4}{3} \pi r^3$ demiş. Bu baya bir hata yapmış. Formülleri karıştırmış. Ama bu neyin formülüydü. Koni diye hatırlıyorum.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, öğrencinin soruda verilen formülü koninin formülü ile karıştırmış olabileceğini belirttiği görülmüştür. Öğretmen adayının bu açıklaması incelendiğinde aslında öğrencinin yaptığını düşündüğü hatayı kendinin de yaptığı ve formülleri karıştırdığı görülmektedir. Ö₅ öğretmen adayına öğrencinin neden böyle bir hata yapmış olabileceğiyle ilgili düşünceleri sorulduğunda ise aşağıda verilen açıklamayı yapmıştır.

“Yani bu hatayı yapmasının sebebi formül ezberlemiş olması. Yani pek içselleştirememiş. Yani kendisine kazandırıp orada rakamları görmüş. Formülde yerine yazıp bulmaya çalışmış. O yüzden bu hata yapılmış. Normalde bu öğrencinin bu soruyu yapabilmesi için dairenin alanını bilip yukarı doğru her çıkıldığında onun kadar arttığını söylemesi gerekiyor.”

Öğretmen adayının yaptığı açıklama incelendiğinde, öğrencinin formülleri ezberlemiş olduğundan kaynaklı olarak böyle bir hata yapmış olabileceğini ve formülleri anlamlı öğrenemediğini belirttiği görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayının genel hacim formülünün anlamına vurgu yaptığı görülmüştür. Ancak öğretmen adayının açıklamaları incelendiğinde kendisinin de küre ile koninin hacim formüllerini karıştırdığı ve öğrenciyle benzer bir hataya düştüğü görülmektedir. Dolayısıyla bu öğretmen adayının teorik var olan alan bilgisini pratikte uygulayamadığı ve kürenin formülünü içselleştiremediği söylenebilir.

Öğretmen adaylarının verilen soru ile ilgili bulguları incelendiğinde çoğunlukla öğrencinin yaptığı hatanın neden yapılmış olduğu ile ilgili açıklamalarına nazaran yapılan hatanın ne olduğu ile ilgili daha doğru tespitleri olduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının silindir konusu ile ilgili öğrencilerin en çok karşılaşılabilecekleri zorluklar ve kavram yanlışlarının ne olabileceği konusunda yaptıkları açıklamalara ilişkin kategori ve kodlar Tablo 5’te gösterilmiştir.

Tablo 5.

Öğretmen Adaylarının Öğrenciyi Anlama Bilgilerine Yönelik Öğretim Açıklamalarına Ait Kategoriler ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar
Öğrencilerin silindir kavramını öğrenirken en çok karşılaşılabilecekleri zorluklar veya kavram yanılgıları	Silindirin yapısal özellikleri ve temel elemanları	Ö _{1,2}
	Üç boyutlu cismi hayal edememe	Ö _{2,7}
	Hacim, yüzey alan, yanal alan kavramlarını veya formüllerini karıştırma	Ö _{1,3, 4, 6, 7}
	Silindirin açınımı	Ö _{3,5}
	Silindir ile koniyi karıştırma	Ö ₅

Tablo 5 incelendiğinde, öğretmen adaylarının silindir kavramının öğreniminde öğrencilerin en çok karşılaşılabilecekleri zorlukların hacim, yüzey alan, yanal alan kavramları ve formülleri olabileceğini ileri sürdükleri görülmüştür. Ayrıca öğretmen adayları öğrencilerin silindirin açınımı ve üç boyutlu olarak hayal edilmesi konularında da öğrenme güçlükleri çekebileceklerini ifade ettikleri, silindirin ve koninin karıştırılması ve silindirin temel elemanları ve yapısal özellikleri ile ilgili kavram yanılgıları yaşayabileceklerini vurguladıkları görülmüştür. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının özellikle kendilerinin öğrenme güçlüğü yaşadığı veya kavram yanılgısına sahip oldukları noktalarda, öğrencilerinde sorun yaşayabileceklerini ileri sürdükleri görülmüştür. Bununla ilgili olarak Ö₃ öğretmen adayının açıklamasına aşağıda aynen yer verilmiştir.

“Hocam ben öğrencilerin silindiri şekil olarak karıştıracaklarını zannetmiyorum. Mesela bir şekli gösterdiğin zaman çok rahat silindir diyebilirler. Ama bence hacimde ve benim gibi yüzey alan kavramında çok sıkıntıları olabilir. Özellikle, hacimde hocam bir şeyi bir şeye boşaltma vardı, ne kadar boşluk kalır falan yani o tarz şeylerde yanılgıya düşebilirler. Bilmiyorum, ilköğretimde o kadar zor sorular falan var mı, yok mu onu da bilmiyorum ama. Başka kavram yanılgısı ne olabilir ki. Mesela açılımında sıkıntı yaşayabilirler. Mesela açtıktan sonra bilmiyorum bana bir tuhaf gelirdi ortaokuldayken ya da lisedeyken. Sadece silindir için değil mesela üçgen prizma olurdu, açılımı başka bir şey yani böyle kendimi eksik hissediyorum. Muhtemelen öğrenciler de zorlanır diye düşünüyorum. Çünkü sadece ben değildim yani bu zorluğu yaşayan, ben arkadaşlarımdan da hatırlıyorum çevremden biraz sıkıntı yaşayanlar oluyordu yani.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, Ö₃ öğretmen adayının kendini özellikle silindirin hacmi, yüzey alanı ve açınımı konularında yetersiz gördüğü dolayısıyla öğrencilerin de benzer güçlükler yaşamalarının kuvvetli bir ihtimal olduğunu vurguladığı görülmektedir.

Öğretmen adaylarının silindir kavramına ilişkin öğrenci hatalarını, kavram yanılgılarını ve öğrenme güçlüklerini anlayabilme ve yorum yapabilme açısından özellikle yüzey alan, hacim, yanal alan gibi kendilerinin zorlandıkları noktalara temas ettikleri ancak neden bu şekilde düşündükleri konusunda benzer ve genel açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adaylarının, öğrencinin hatasını keşfetmede ve hatanın nedenlerini belirlemede, hatanın neden kaynaklı olabileceğine yönelik yaptıkları açıklamalarından daha başarılı bir profil çizdikleri söylenebilir. Buna karşın hem öğrencinin hatasını fark etme hem de

nedenlerini belirleme konusunda yetersiz kalan dolayısıyla öğrenciyi anlama bilgisi yetersiz olan öğretmen adaylarının da olduğu görülmüştür.

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili öğretim strateji bilgilerine yönelik bulgular ve yorumlar

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili öğretim strateji bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapılan mülakatta öğretmen adaylarına dört soru yöneltilmiştir (EkA). Bu kapsamda ilk olarak öğretmen adaylarına öğrencilerin yaptığı hata gösterilerek, öğrencinin yaptığı hatayı anlayabilmek için öğrenciye ne sorabilecekleri ve hatanın giderilmesi için ne gibi yöntem teknik ve stratejiler kullanabilecekleri sorulmuştur. Tablo 6’da, öğretmen adaylarının bu soruya yönelik açıklamalarına ilişkin kategoriler ve kodlar sunulmuştur.

Tablo 6.

Öğretmen Adaylarının Öğretim Strateji Bilgilerine Yönelik Kategoriler ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar
Öğrenci hatasını anlamak için öğrenciye sorulabilecek soru/sorular	Hacim (küre, silindir veya genel hacim); Alan (daire) formüllerini sorma Silindir ve kürenin görsel şekline ilişkin sorular sorma Küre ve silindir materyallerinden kıyaslama yaparak sorular sorma Silindirin temel özelliklerini sorma	Ö _{1,2,3,6} Ö _{2,4,7} Ö ₅ Ö ₇
Öğrenci hatasının giderilmesine yönelik yöntem ve teknikler	Çevirmeler Yoluyla Öğretim Soru-Cevap Yoluyla Öğretim Analiz Yoluyla Öğretim Benzetim Yoluyla Öğretim Deney Yoluyla Öğretim	Ö _{1,4} Ö ₂ Ö _{3,7} Ö ₅ Ö ₆

Tablo 6 incelendiğinde, öğretmen adaylarının öğrencinin yaptığı hatayı anlayabilmek için çoğunlukla küre ve silindirin hacim formüllerini, dairenin alan formülünü, silindirin temel özelliklerini ve görsel olarak cisimleri tanıma üzerine yöneltilen sorulardan bahsettikleri görülmektedir. Ayrıca bir öğretmen adayı öğrencinin hatasını anlayabilmek için somut materyallerden faydalanarak bir uygulama yapacağını bahsetmiş olup öğretmen adayının açıklaması aşağıda aynen verilmiştir.

“Denderdik herhalde. Mesela bir materyal olabilir. Onu kıyaslayabilirdik. Yani orada mesela normalde ne çıkması gerekiyor. Elimde bir materyal olsaydı ya da bir cisim olsaydı alırdım ikisini(küre ile silindiri) karşılaştırdım. Mesela su koyardım ikisine de ne kadar yer kaplıyor doğru yaptın mı, yanlış yaptıysa da formülü hatırlamasını söyledim. Formülle alakalı çünkü birazda.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde oldukça çelişkili bir açıklamada bulunduğu söylenebilir. Çünkü öğretmen adayı önce öğrencinin hatasını anlayabilmek için materyallerden faydalanacağını belirtip daha sonra öğrenciden formülü hatırlamasını istiyor. Bu kapsamda öğretmen adayının ilk başta benimsediği yöntemi uygulamadığı ve ezber bir yaklaşım benimsediği söylenebilir.

Öte yandan öğretmen adaylarının öğrencinin hatalı cevabının düzeltilmesine ve giderilmesine ilişkin çoğunlukla çevirmeler yoluyla öğretim yöntemi ve analiz yoluyla öğretim yöntemlerini benimsedikleri görülmektedir. Öğretmen adayları, yapılan mülakatlarda, böyle bir öğrenci hatası karşısında doğrudan doğru cevabı söylemeyeceklerini, aksi takdirde öğrencide kalıcı öğrenme olmayacağını, öğrencinin ön bilgilerinden hareketle öğrencinin hatasını kendisinin farkına varmasını sağlayacaklarını belirtmişlerdir. Bu açıklamalarla ilgili

bazı öğretmen adayları “Öğrencinin keşfetmesini sağladım, kendisinin bulmasını sağladım, soru sorarak hatasının kendisinin farkına varmasını sağladım” şeklinde yüzeysel açıklamalar” yaparken, bazıları da ayrıntılı açıklama yapmışlardır. Bu öğretmen adaylarından Ö₃’e ait açıklamaya aşağıda yer verilmiştir.

“Ben ilk bunu görsem kürenin hacmi nedir? derdim. Ondan sonra söylerdi muhtemelen eğer $\frac{4}{3}\pi r^3$ derse, neden silindirde de aynı şeyi kullandın derdim ki nerede hata yaptığını anlayabileyim. Yani küre ile silindiri nerede benzeştirmiş ki bunu kullanmış. Ya da belki tek bildiği formül oda olabilir. Yani çıkmıştır çocuk sırf cevap vermiş olmak için yazmış da olabilir. Ya da çalışmamış da olabilir. Başka ne sorardım. Mesela genel olarak hacim nasıl bulunur diye sorabilirdim. Yani katı cisimler de genel hacim formülü nedir? derdim. TA.h cevabını almak için böyle bir soru sorabilirdim. Söylerdi mesela, tamam derdim şimdi bunun tabanı neresi derdim göstermesini isterdim silindirde. Muhtemelen daireyi gösterirdi. Peki, dairenin alanı nasıl bulunur derdim. Oradan yola çıkardım. İşte yüksekliği de bu şekilde doğrusunu da kendisinin bulmasını sağladım.”

Ö₃ öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde doğrudan formül verme taraftarı olmadığı ve öğrencinin neden böyle bir hata yaptığının kaynağını tespit etmeye çalıştığı görülmektedir. Bu kapsamda aşama aşama verilen formülü öğrencilerle beraber bulacağını ifade ettiği görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayının cevabı analiz yoluyla öğretim yöntemine dâhil edilmiştir. Çünkü analiz yoluyla öğretim yönteminde, bir konuyu ya da kavramı kısımlara ayırarak adım adım açıklama yapma söz konusudur (Pesen, 2003). Bunun yanı sıra verilen öğrenci hatasının düzeltilmesine ilişkin alınabilecek tedbirlerin her sınıfta ve her öğrenme düzeyinde farklı olacağını belirten ancak kendisinin doğrudan formül vermek yerine keşfettirici bir öğretim yapmayı benimsediğini ifade eden Ö₆ öğretmen adayına ait açıklamaya aşağıda yer verilmiştir.

“Mesela demin söylediğim gibi direk formülü vermek yerine birinde r^2 alırs birinde r^3 alırs, birinde $\frac{4}{3}$ ile çarpars birinde $\frac{1}{3}$ ile çarpars. Bunu çocuğun formülün nereden geldiğini kavratmak için yapars. Ya da dolaylı yoldan silindirin hacmini ölçebileceği yanlış yaptığı zaman kontrol edebileceği tarzda bir şeyler verebiliriz. Mesela 1 lt suyu bardaklara bölerek, o bardakların hacmini buldurabiliriz diye düşünüyorum. Ve bu şekilde hacmin taban alanı.yükseklik olduğunu ezberlemek değil de tam olarak kavratırız.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, öğretmen adayının teorikte verdiği bilgileri pratikte de uygulama taraftarı olduğu ve bununla ilgili açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Bu kapsama bu öğretmen adayının açıklaması deney yoluyla öğretim koduna dâhil edilmiştir. Çünkü deney yoluyla öğretim yönteminde, öğrenciler bilgileri daha çok deneyler yaparak yani teoriği pratiğe dönüştürerek öğrenirler (Pesen,2003). Ayrıca bu öğretmen adayı yaptığı başka bir açıklamada verilen durumlarda öğrencilerin hatalarını anlamaları için öğrenci düzeyini dikkate alarak farklı müdahalelerde de bulunabileceğini ifade etmiştir. Bu kapsamda öğretmen adayının açıklaması öğretim strateji bilgisi açısından uygun bir açıklama olabilir. Çünkü öğrenci düzeyinin, öğretmenin yapacağı öğretim ve kullanacağı yöntem üzerinde önemli bir etkisi olduğu kabul edilmektedir.

Öğretmen adaylarının, öğrencinin yaptığı hata karşısında öğrenciye çoğunlukla karıştırdıklarını düşündükleri kürenin hacim formülünü sormayı tercih ettikleri, bunun yanı sıra silindirin hacim formülünde önemli bir rolü olan dairenin alanı, genel hacim formülü, verilen şeklin hangi geometrik cisim olduğu gibi sorular yöneltmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarına öğrencilerin hatasının giderilmesine yönelik yöntem ve teknikler sorulduğunda ise çoğunlukla çevirmeler yoluyla öğretim yöntemi ve analiz yoluyla öğretim yöntemlerini benimsedikleri görülmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarına daha derinlemesine sorular yöneltildiğinde yine de ezber mantıktan vazgeçemedikleri görülmüştür.

Öğretmen adaylarının silindirin yüzey alanı formülünün mantığının öğretime ilişkin öğretim strateji bilgilerine yönelik açıklamalarından hareketle oluşturulan kategori ve kodlar Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7.

Silindirin Yüzey Alanı Formülünün Öğretime İlişkin Kategori ve Kodlar

Kategori	Kod	Katılımcılar
Silindirin yüzey alan formülünün öğretimi	Silindirin açınımdan faydalanarak formülü yanlış bulma	Ö _{2,6,7}
	Silindirin açınımdan faydalanarak formülü doğru bulma	Ö _{1,5}
	2 taban alan + yanal alan formülünden faydalanma	Ö ₄
	Açıklama yapamama	Ö ₃

Tablo 7 incelendiğinde, beş öğretmen adayının silindirin yüzey alanı formülünün öğretiminde silindirin açınımdan faydalanacaklarını ifade ettikleri görülmüştür. Verilen yüzey alanı formülünün mantığını öğretirken silindirin açınımdan faydalanacağını belirten öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde iki öğretmen adayının formülü doğru bir şekilde elde edebildiği, diğer üç öğretmen adayının hatalı sonuca ulaştığı görülmüştür. Hatalı sonuca ulaşan öğretmen adaylarından Ö₂’ye ait açıklamaya aşağıda yer verilmiştir.

“Muhakkak bu öğrenci silindirin falan çevresini bulmadan önce kürenin çevresini biliyordur. Dikdörtgenin çevresini de biliyordur. Ben ilkönce silindiri açarım. Ardından dikdörtgenin çevresi neydi diye sorarım. $2(a+b)$ değil mi? Buradan dikdörtgenin çevresini buldururum. Ardından derim ki iki tane çember var, burada neyi soruyor yüzey alan formülünü soruyor. Çemberin alanı neydi $2\pi r$ idi. Yüzey alan,...yaa şuan bunu hiç kavrayamadım ya. Ama açarak yapacağız.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, silindirin yüzey alanı formülünün silindirin açınımdan faydalanarak öğretilbileceğini vurguladığı ancak alan bilgisinin eksik olmasından dolayı bahsettiği şekilde sonuca ulaşamadığı görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayının yüzey alanı formülüne dair etkili bir öğretim yapabilmesi için öncelikle alan bilgisindeki eksiklikleri gidermesi gerektiği söylenebilir. Yanlış sonuca ulaşan diğer iki öğretmen adayının da benzer eksikliklere sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca Ö₂ öğretmen adayı ile benzer olarak birkaç öğretmenin daha silindirin tabanları için daire yerine çember ifadesini kullanarak hata yaptıkları görülmüştür.

Verilen yüzey alan formülünün mantığının öğretime ilişkin öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde, bir öğretmen adayının herhangi bir açıklamada bulunmadığı, bir öğretmen adayının ise başka bir formül yardımıyla verilen formülün mantığını öğreteceğini ifade ettiği görülmüştür. Bütün bu açıklamalar doğrultusunda, öğretmen adaylarının silindirin yüzey alanı formülünün mantığının öğretime ilişkin çoğu öğretmen adayının doğru bir yol tercih ettiği ancak hem sonuca ulaşma açısından hem de öğretim strateji bilgileri açısından geleneksel yaklaşıma dayalı öğretim yöntemlerini benimsedikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının silindirin tanımı ve özelliklerinin öğretimi, silindirin hacmi konusunun öğretimi ve silindirin yüzey alanı konusunun öğretimi üzerine yaptıkları açıklamalara ilişkin kategoriler ve kodlar Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8.*Silindir Konusunun Öğretimine İlişkin Kategoriler ve Kodlar*

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar
Silindir kavramının tanımı ve özelliklerinin öğretimi	Günlük hayattan örnekler verme	Ö _{1,2,3,4,5,6,7}
	Somut materyal kullanma	Ö _{3,4,5,6,7}
	Silindirin temel elemanlarına vurgu yapma	Ö _{2,3,4,5}
	Tanım yazdırma	Ö ₃
Silindirin yüzey alanının öğretimi	Silindirin açınımdan faydalanma	Ö _{1, 2,5,6}
	Yüzey alan kavramının mantığına vurgu yapma	Ö _{1, 2,4,6}
	Sunuş yoluyla öğretim stratejisini kullanma	Ö ₇
	Açıklama yapamama	Ö ₃
Silindirin hacminin öğretimi	Somut materyal kullanma	Ö _{1,2,4,6}
	Hacim formülünü doğrudan ezberletme	Ö ₂
	Hacim kavramını anlatma	Ö _{1, 3, 4, 6, 7}
	Hacim ve alan kavramlarını kıyaslama	Ö ₃
	Genel hacim formülünden faydalanma	Ö _{3, 4, 5}
	Ön bilgileri yoklama	Ö _{3,4}

Tablo 8 incelendiğinde, öğretmen adaylarının tamamının silindir kavramının tanımı ve özelliklerinin öğretiminde öğretim ilkelerinden hayatilik ilkesini benimsedikleri ve bu kapsamda günlük hayattan örnekler seçtikleri görülmüştür. Bunun yanı sıra öğretmen adayları somut materyal kullanma, silindirin temel elemanlarına vurgu yapma gibi öğretici açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Bu şekilde hem günlük hayattan örnekler veren, hem somut materyal kullanmayı tercih eden ve hem de silindirin temel elemanlarına vurgu yapan bir öğretmen adayının aynı zamanda silindirin tanımının sözel bir şekilde de verilmesi gerektiğini ve özelliklerinin bu tanımlar üzerinden de açıklanması gerektiğini vurgulamıştır. Bu kapsamda Ö₃ öğretmen adayının yaptığı açıklama aşağıda verilmiştir.

“Hocam ben bu dersi anlatırken muhtemelen katı cisimler götürürüm sınıfa. Silindir vs. materyal götürürüm. Hatta günlük hayatımızda kullandığımızı da götürürüm. Ama kendim yapıp da götürebilirim. Çünkü öğrencilerin öyle daha çok dikkatini çekeceğini düşünüyorum. Şahsen ben bir hocaanın yaptığı şeylerle çok ilgilenirdim. Bu yüzden kendim uğraşırım, bir silindir yaparım. Mesela tabanlarını, üstlerini altlarını farklı renk yaparım. Bir de ben anlamakta zorluk çektiğim için her öğrenciyi de kendim gibi göreceğim için bu konunun üstünde daha çok duracağımı düşünüyorum açıkçası. Silindirin tanımını yaparken önce elemanlarını anlatırım herhâlde. İşte buraya yarıçap, buraya yükseklik diyoruz vs. zaten çocuklar yarıçapı falan bilir, silindire gelene kadar çemberi daireyi muhtemelen gösterilmiş olması lazım diye düşünüyorum. Bu yüzden çocukların elemanlarda çok zorlanacaklarını sanmıyorum. Ama yine de tanıtırım, gösteririm yani. Sonra tanımını sözel yaptırırm hocam ben açıkçası tanım konusunda çok keşfetmeyi falan o tarz şeyleri çok kendimde sevmiyorum yani. Bilmiyorum biraz klasik bir yöntem olacak belki ama yani yazdırırım çocuklara. Önce gösteririm elemanlarını falan, sonra silindirin tanımı derim işte yarıçapı olan, yüksekliği, tabanlarında iki tane daire falan o şekilde yazdırırım.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde somut materyallere ve günlük hayattan örneklerle oldukça önem verdiği ancak en sonunda yine geleneksel öğretimden vazgeçemediği görülmektedir. Ayrıca öğretmen adayı öğrencilere herhangi bir kavram ile ilgili bir özelliği keşfettirmekten hoşlanmadığı ve böyle bir yolu tercih etmeyeceğini vurguladığı görülmüştür. Ancak bu öğretmen adayının öğrenci hatasının düzeltilmesine ilişkin kullanacağı yöntem ve teknikler üzerine yaptığı açıklama incelendiğinde buluş yoluyla öğretim stratejisini

benimsediği görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayının çelişkili açıklamalar yaptığı söylenebilir.

Tablo 8 incelendiğinde öğretmen adaylarının silindirin yüzey alanı konusunu anlatırken dört öğretmen adayının silindirin açınımdan faydalanacaklarını ifade ettikleri, dört öğretmen adayının da yüzey alanı kavramının anlamına vurgu yapacaklarını ifade ettikleri görülmektedir. Yine Tablo 8'deki bulgulardan bir öğretmen adayının herhangi bir açıklamada bulunamadığı görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde Ö₁, Ö₂, Ö₆ öğretmen adaylarının silindirin yüzey alanının öğretiminde yeterince öğretici açıklamalarda bulundukları, Ö₇ öğretmen adayının ise doğrudan formül vermeye odaklandığı ve sunuş yoluyla öğretim stratejisini tercih ettiği görülmüştür. Bu öğretmen adayına ait açıklama aşağıda aynen verilmiştir.

“Yüzey alanını anlatırken ben olsam sunuş yöntemini kullanırdım. Buluş yöntemi çok fazla uzun zaman alabilir, sonuçta ortaokul çocuğu. Özelliğini verirdim, silindiri tanıtmıştım ben çocuğa, alanı açıklardım, formülünü verirdim. Onunla ilgili örnekler çözdürürdüm. Yani anlamlı öğrenme için sunuş yolunu kullanırdım.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde geleneksel bir öğretim metodunu benimsediği görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayı silindirin özelliklerini tanıtip, yüzey alanı formülünü verip daha sonra örnekler yardımı ile pekiştirmeyi amaçladığı görülmektedir. Öğretmen adayının bu açıklaması alan bilgisindeki eksiklikten kaynaklı olabilir. Çünkü öğretmen adayı silindirin yüzey alanı formülün mantığına ilişkin açıklamasında formülün silindirin açınımdan elde edilebileceğini belirtmesine rağmen formülü doğru bir şekilde elde edememiştir. Bu nedenle silindirin yüzey alanı konusunu anlatırken doğrudan formül vermeye odaklanmış olabilir. Ayrıca öğretmen adayının silindirin yüzey alanının öğretimine ilişkin yaptığı bu açıklama silindirin tanımı ve özelliklerinin öğretimine ilişkin yaptığı açıklamadan çok farklı olduğu görülmüştür. Bu doğrultuda öğretmen adayının silindir ile ilgili bütün alt konular için farklı bir öğretim metodu benimsediği söylenebilir.

Öğretmen adaylarının silindirin hacmini anlatırken kullanacakları yöntem, teknik ve stratejiler incelendiğinde, çoğunlukla hacim kavramının anlamına vurgu yaptıkları ve somut materyal kullanma taraftarı oldukları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrencilerin ön bilgilerinin yoklanarak hacim konusunun anlatılması veya hacim ve alan kavramlarının birbiri ile kıyaslanarak bir öğretim yapılmasını destekleyen öğretmen adaylarının olduğu görülmüştür. Öte yandan hacim formülünün öğretiminde genel hacim formülünden faydalanılması gerektiğini savunan öğretmen adayları olduğu gibi doğrudan formül verilmesi gerektiğini ifade eden öğretmen adaylarının da olduğu görülmüştür. Bu kapsamda hacim konusunun öğretiminde somut materyal kullanılması gerektiğini ifade etmesine rağmen, hacim formülünün öğretiminde doğrudan formül verilmesini destekleyen Ö₂ öğretmen adayının açıklaması aşağıda verilmiştir.

“Silindirin hacmini anlatırken bunu açamayız tabi bunu yine silindir şeklinde getiririz. Deriz ki bunun(kâğıdı rulo şeklinde kıvrırır) içi dolu. Ne kadar alan kaplar? Çocuk zaten diyecek ki hocam işte silindir bulunduğu bütün yeri kaplar. İçi de dolu olduğu için hacmini bulması için içinin dolu olması gerekiyor zaten. Ne yaparım buradan o zaman... formülünü direkt veririm.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, hacim kavramı ile ilgili genel anlamda doğru açıklama yaptığı söylenebilir. Ancak bir kâğıdın rulo şeklinde kıvrılması ve öğrenciye içinin dolu olduğunun söylenmesi yerine gerçekten içi dolu bir silindir ile öğretim yapılması daha etkili olabilirdi. Buna ek olarak öğretmen adayının öğrencilere yönelttiği “Ne kadar alan kaplar?” sorusu ile aslında silindirin kapladığı yeri (kapladığı hacmi) ifade etmeye çalıştığı açıklamanın devamında görülmektedir. Ancak burada “Ne kadar yer kaplar?” sorusu yerine Ne kadar alan kaplar?” sorusunun yöneltmesi, öğrencilerde alan ve hacim kavramının karıştırılmasına

aralarındaki farkın anlaşılmasına ya da kavram yanlışlığına sebebiyet verebilir. Ayrıca açıklamasının sonunda formülü doğrudan vermesini söylemesi, öğretmen adayının hacim formülünü öğretmek için kullandığı yaklaşımın geleneksel yaklaşıma dayalı olduğunu ve matematiksel dili etkili ve istenilen düzeyde doğru kullanmadığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının silindir konusu ile ilgili olarak öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlıklarını gidermeye yönelik alabilecekleri önlemlere ilişkin açıklamaları üzerine oluşturulan kategori ve kodlar Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9.

Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri ve Kavram Yanlışlıklarını Gidermeye Yönelik Alınabilecek Önlemlere İlişkin Kategoriler ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar
Öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlıklarının giderilmesine yönelik alınabilecek önlemler	Silindir ile ilgili temel kavramlara(elemanlara) vurgu yapma	Ö _{1, 4, 7}
	Somut materyal kullanma	Ö _{2, 3, 6, 7}
	Öğrenciyi derse aktif katma	Ö _{1, 2, 3}
	Silindirin açılımını sürekli görebilecekleri bir tasarım	Ö ₅
	Formüllerin mantığını kavratma	Ö ₆

Tablo 9 incelendiğinde öğretmen adaylarının, öğrencilerin silindir konusuna ilişkin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlıklarının giderilmesi için çoğunlukla somut materyal kullanmaya, öğrencileri derse aktif olarak katmaya ve silindirin temel elemanlarına vurgu yapmaya özen gösterdikleri görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrencilerin formüller konusunda öğrenme güçlüğü yaşayacağını düşünen Ö₆ öğretmen adayı, formüllerin mantığının kavratılması gerektiğine vurgu yaptığı görülmüştür. Buna ek olarak Ö₅ öğretmen adayının ise öğrencilerin silindirin açılımı konusunda sahip olabilecekleri öğrenme güçlükleri veya kavram yanlışlıklarını aşabilmeleri için silindirin açık halinin sürekli öğrencilerin gözleri önünde olabileceği bir uygulama yapılması gerektiğini vurguladığı görülmüştür. Bununla ilgili olarak Ö₅ öğretmen adayının daha ayrıntılı açıklamasına aşağıda yer verilmiştir.

“Öğrenciden ilk isteyeceğim şey silindirin açık şeklini defterinize çiziniz. Ama bunu herkes yapar mıydı yapmaz mıydı o soru işareti. Yani sınıfta kendim anlattıktan sonra ya defterinde, ya odasında bir kenarda yani böyle geometrik şekil olarak bir şekilde onun olmasını isterdim. Yani sürekli gözünün önünde olması için bunu isterdim hem bu şekilde ilgide çekebileceğini düşünüyorum.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, silindirin açık hali ile ilgili öğrencilerde göz aşinalığı yaratmak istediği görülmektedir. Öğretmen adayının benimsediği stratejinin öğrencileri ezberlemeye yönlendireceği aşikârdır. Çünkü öğrenci böyle bir strateji ile o açılımın neden silindire ait olduğunu sorgulamadan önce ezbere öğrenecektir. Bu kapsamda öğretmen adayının bu konudaki strateji bilgisinin etkili olmadığı söylenebilir.

Bütün bu bulgular ışığında öğretmen adaylarının öğretim strateji bilgileri değerlendirilecek olursa, özellikle öğrenci hatalarının giderilmesi ve öğrencilerin kavram yanlışlıkları ve öğrenme güçlüklerinin aşılabilmesi konularında öğretmen adaylarının öğretim strateji bilgilerinin kısmen yeterli olduğu söylenebilir. Ancak özellikle yüzey alan ve hacim formüllerinin öğretimi ve silindirin tanıtımıyla ilgili öğretim strateji bilgilerinde ciddi eksikliklerin olduğu söylenebilir. Ayrıca öğretmen adayları her ne kadar buluş yoluyla öğretim stratejisini benimsediklerini ifade

etseler de yaptıkları açıklamalar incelendiğinde, çoğunlukla geleneksel yaklaşımı benimsedikleri ve öğretim strateji bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili ölçme ve değerlendirme bilgilerine yönelik bulgular ve yorumlar

Öğretmen adaylarının silindir kavramı ile ilgili ölçme ve değerlendirme bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapılan mülakatta öğretmen adaylarına iki soru yöneltilmiştir (**EkA**). Bu kapsamda aşağıda öğretmen adaylarının bu sorulara yönelik açıklamalarına ilişkin kategoriler ve kodlar sunulmuştur.

Tablo 10.

Öğretmen Adaylarının Ölçme ve Değerlendirme Bilgilerine İlişkin Kategoriler ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar	Katılımcılar
Silindir konusunun öğretiminde kullanılabilecek ölçme-değerlendirme araçları	Yazılı sınav	Ö ₂ , 3, 4, 5, 6, 7
	Kavram Haritaları	Ö ₃
	Performans ödevleri	Ö ₂
	Sözlü sınav	Ö ₂
	Rubrik kullanma	Ö ₅
Öğrencinin silindir konusunu anlayıp anlamadığını nasıl anlarsınız?	Silindir ile diğer geometrik cisimlerin farklarını vurgulayan sorular sorma	Ö ₂
	Öğrencilerin verdiği örneklerin niteliği ve doğruluğu	Ö ₃ , 6
	Boşluk doldurma soruları sorma	Ö ₄
	Doğru yanlış soruları sorma	Ö ₄
	Formüllere yönelik sorular sorma	Ö ₄ , 6
	Açık uçlu sorular sorma	Ö ₁ , 2, 3, 5, 6, 7
	Öğrencinin cevap vermeye istekli olması	Ö ₅

Tablo 10 incelendiğinde, öğretmen adaylarının çoğunun ölçme değerlendirme araçları olarak geleneksel yöntemlerden vazgeçemedikleri ve genellikle yazılı sınav tercih ettikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının çoğunluğu yaptıkları yazılı sınavlarda açık uçlu sorular sormayı tercih ederken, test tekniği, boşluk doldurma ve doğru-yanlış tekniklerini kullanan öğretmen adaylarının da olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adayları yazılı sınav yaparken Bloom (1956)' un bilişsel alan basamaklarını çoğunlukla dikkate alınması gerektiğini vurgulamışlardır. Bunun dışında sınavlarda bilişsel alan basamaklarının kullanılması ile ilgili farklı bir yorum yapan Ö₄ öğretmen adayına ait açıklamaya aşağıda yer verilmiştir.

“Belki soruyu hazırlarken bilgi basamağı olsun, uygulama basamağı olsun şeklinde düşünüp soru hazırlayacağımı pek düşünmüyorum. Ama bu basamakları düşünmeden bile soru hazırlayınca aslında oraya çıkıyor. Mesela ben kavramları anlayıp anlamadıklarını öğrenmek için o boşluk doldurma sorularını soruyorsam o zaten bilgi basamağıdır. Bilgi basamağı olsun diye soruyu hazırlamamışımdır ama soruyu hazırlarken bilgi basamağı çıkıyordur. Matematikte zaten bizim kullandığımız uygulama basamağıdır. Genellikle verilenler üzerinden işlemler yaptığımız için. Analiz soruları da olabiliyor düşüncelerini gerektiren sorularda olabilir. Sadece uygulama değil de mesela problem tarzı sorularda analizde olabiliyor ama sentez bence üst düzey. Yazılılar için sentez basamağının pek olacağını düşünmüyorum.”

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde, soru hazırlarken özellikle bilişsel basamakları dikkate alarak hazırlamadığı ancak yine de soruların kendiliğinden bu basamaklara uygun olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Öğretmen adayının bu yaklaşımı doğru değildir. Çünkü rastgele hazırlanan soruların bilişsel bilgi basamaklarına uygun olması ve her defasında bütün öğrenci seviyesine hitap etmesi zor bir olasılıktır. Bu nedenle öğretmen adayının bu konudaki ölçme ve değerlendirme bilgisinin yeterli olduğu söylenemez.

Yine Tablo 10 incelendiğinde, öğretmen adaylarının silindir konusunda öğrencilerin anlayıp anlamadığını belirleyebilmek için genellikle soru-cevap yöntemine başvurdukları görülmüştür. Öğretmen adayları soracakları soruları seçerken özellikle silindir ile ilgili en fazla sorun yaşandığını düşündükleri durumlarla ilgili sorulara ağırlık verdikleri görülmüştür. Öte yandan diğer öğretmen adaylarından farklı olarak bir öğretmen adayının öğrencinin derse istekli olması durumdan hareketle konunun anlaşılıp anlaşılmadığının belirlenebileceğini ifade ettiği görülmüştür. Ancak bu yaklaşımın şöyle bir riski olabilir ki bazı durumlarda öğrenci konuyu anlamadığı halde sadece dikkat çekmek amacıyla da derse çok istekli gözükebilir.

Özetle, öğretmen adaylarının Tablo 10’da özetlenen açıklamaları incelendiğinde ölçme-değerlendirme bilgilerinin, benimsedikleri öğretim stratejilerine göre uygun olduğu ve sonuçtan ziyade süreç odaklı bir değerlendirmeyi benimsedikleri görülmüştür. Ancak diğer bilgi türlerinde olduğu gibi(öğretim strateji bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi) ölçme ve değerlendirme bilgilerinin de sadece teoride kaldığı, ölçme-değerlendirme durumlarında çoğunlukla sınav mantığını benimsedikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının böyle bir mantık benimsemeleri günümüz eğitim sisteminden kaynaklı olabilir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının ölçme ve değerlendirme bilgilerinin sınav yapmakla sınırlı olduğu söylenebilir.

Sonuçlar, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının silindir konusuna ilişkin PAB’ları, alan bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi ve ölçme-değerlendirme bilgisi olmak üzere dört bileşen doğrultusunda incelenmiştir. Öğretmen adaylarının silindirin kapalı formunu çizme ve silindirin özelliklerini açıklayabilme konusundaki alan bilgilerinin dik dairesel silindir ile sınırlı olduğu görülmüştür. Bu kapsamda bütün öğretmen adayları bir silindir çiziniz sorusu için dik dairesel silindir çizmeyi tercih etmiş ve dik dairesel silindirin özelliklerinden bahsetmişlerdir. Benzer şekilde Gökkurt ve Soylu (2016b) çalışmasında, öğretmenlerin çoğunun koni yerine dik dairesel koniyi çizdiklerini tespit etmişlerdir. Çalışmada sadece bir öğretmen adayı daha sonra açıklama yaparken silindirin tabanlarının daireden farklı olabileceğini de belirtmiştir. Ayrıca öğretmen adayları silindirin temel elemanlarının ne olduğu ile ilgili açıklamalar yaparken yine dik dairesel silindir üzerinden ve oldukça genel açıklamalar yapmışlardır. Bu kapsamda silindirin temel elemanlarını tam olarak ifade edebilen herhangi bir öğretmen adayının olmadığı görülmüştür. Bununla ilgili olarak Tsamir, Tirosh ve Levenson (2008), bir cismin temel elemanlarını veya özelliklerini açıklarken o cismin temel elemanı olmayan özelliklerinin de belirtilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Ancak elde edilen bulgular incelendiğinde hiçbir öğretmen adayının böyle bir açıklamada bulunmadığı görülmüştür. Bu doğrultuda silindirin kapalı formunun ve açınının çizilmesi, silindirin temel özelliklerinin ve elemanlarının belirtilmesi konusunda öğretmen adaylarının yetersiz açıklamalarda bulundukları görülmüştür. Literatür incelendiğinde de yapılan benzer çalışmalarda öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının geometrik cisimlerin kapalı formlarını, açınımlarını çizme konusunda ve geometrik cisimlerin özelliklerini, temel elemanlarını açıklama konusunda detaylı açıklamalarda bulunamadıkları sonucuna ulaşılmıştır (Gökbulut, 2010; Gökkurt, 2014; Gökkurt, Şahin, Erdem, Başbüyük & Soylu, 2015). Bu durum özellikle birçok ders kitaplarında yer alan silindir, koni gibi geometrik cisimlerin tanımlarının, genel tanımlar yerine özel tanımlar (dik dairesel silindir, dik dairesel koni vb.) üzerinden açıklanmasından kaynaklı olabilir(Yemen-Karpuzcu & Işıksal-Bostan, 2013, s.277).

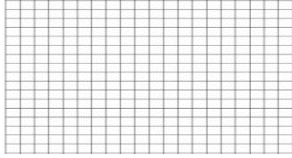
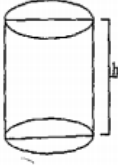
Öğretmen adaylarının silindir ile ilgili günlük hayattan verdikleri örnekler incelendiğinde ise, genellikle ders ve çalışma kitaplarında yer alan örneklerle ağırlık verdikleri görülmüştür. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının farklı örnekler sunmada yetersiz kaldıkları söylenebilir. Bunun yanı sıra öğretmen adaylarının silindirin açılımı ile ilgili yaptıkları çizimlerin, çoğunlukla tek tip olduğu ve alternatif bir açılım örneği yapamadıkları görülmüştür. Bu sonuç literatürde yer alan çalışmaların sonuçları ile benzerlik göstermektedir (Çakmak, Konyalıoğlu & Işık, 2014; Gökbulut, 2010; Gökkurt & Soylu, 2016a; Tsamir, Tirosh & Levenson, 2008). Bütün bu bulgular ışında öğretmen adaylarının silindirin tanımı ve özellikleri ile ilgili olarak alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ancak geleceğin matematik öğretmeni olacak adayların iyi bir öğretim gerçekleştirebilmeleri için matematikte öğretecekleri kavramları derinlemesine bilmeleri ve iyi bir alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir. Çünkü matematik öğretiminin etkili bir şekilde yürütülebilmesi için öğretmenlerin matematiği derinlemesine bilmesi ve anlaması gerekmektedir (Aygün, Baran-Bulut, & İpek, 2013). Eğer öğretmenlerin alan bilgisi yeterli düzeyde değilse, eksik bilgilerini öğrencilerine aktarabilecekleri, öğrencilerin öğrenme güçlüklerini, hatalarını veya kavram yanlışlarını değiştirmede başarısız olabilecekleri, yazılı kaynakları eleştirel olarak kullanamayacakları belirtilmektedir (Bukova-Güzel, Uğurel, Özgür & Kula, 2010; Hashweh, 1987; Käpyla, Heikkinen, & Asunta, 2009).

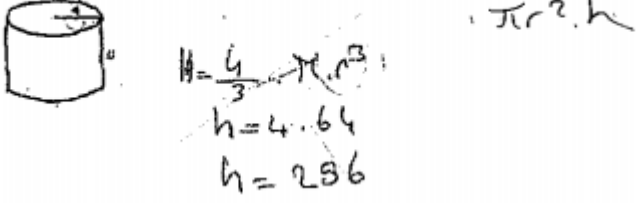
Öğretmen adaylarının öğretim strateji bilgileri ve öğrenciyi anlama bilgileri doğrultusunda elde edilen bulgular sonucunda, öğretmen adaylarının strateji bilgilerine nazaran öğrenciyi anlama bilgilerinin daha yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda, çoğu öğretmen adayının, verilen soru için öğrencinin yaptığı hatanın ne olduğunu doğru anlayabildiği ancak öğrencinin yaptığı bu hatanın aşılabilmesi için kullanılan stratejilerin yetersiz olduğu görülmüştür. Benzer bir sonuç Gökkurt (2014)'ün çalışmasında da mevcuttur. Ayrıca öğretmen adaylarının silindirin tanımı ve özellikleri konusunda strateji bilgilerinin, özellikle silindirin yüzey alanı ve hacmi konusunda öğretim strateji bilgilerinden daha yeterli olduğu görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adaylarının somut materyal kullanma ve formüllerin öğrenciye keşfettirilmesi noktalarına özellikle vurgu yaptıkları görülmüş ancak daha spesifik sorular yöneltildiğinde geleneksel yöntemlerden vazgeçemedikleri sonucu elde edilmiştir. Ayrıca öğretmen adayları öğrencilerin silindir konusunda edindikleri kavram yanlışları ve öğrenme güçlüklerini giderebilmek için de özellikle buluş yolu stratejisini benimsediklerini ifade etmelerine rağmen daha derinlemesine sorular yöneltildiğinde geleneksel yöntemleri tercih ettikleri görülmüştür. Bu sonuç Bardak ve Karamustafaoğlu (2016)'nın fen bilgisi öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Ölçme ve değerlendirme bilgilerine yönelik bulgular incelendiğinde, öğretmen adaylarının ölçme değerlendirme bilgilerinin de istenilen düzeyde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Çünkü öğretmen adayları her ne kadar farklı yöntemler benimsiyor gibi gözükseler de geleneksel yöntemlerden vazgeçemedikleri ve tamamen sınav yapmaya yöneldikleri görülmüştür. Kâğıt-kalem testleri olarak da bilinen geleneksel ölçme ve değerlendirme yaklaşımlarının öğrencilerin değerlendirilmesinde yeterli olmadığı birçok araştırmacı tarafından belirtilmektedir (Butler & McMunn, 2006). Bu bağlamda, son yıllarda, eğitim sistemi içinde öğrenciler, öğretmenler, programlar ve okullar hakkında verilecek kararların geçerli ve güvenilir olmasının gerekliliği göz önüne alındığında, değerlendirmenin ne kadar büyük bir öneme sahip olduğu görülmektedir (Mıhladı, 2007). Bu kapsamda çalışmada öğretmen adaylarından beklenen, matematik dersi öğretim programının benimsediği alternatif ölçme değerlendirme tekniklerinden olan portfolya, yapılandırılmış grid, proje, grup veya akran değerlendirmesi ve öz değerlendirme tekniklerini kullanmalarıydı. Çünkü yenilenen ilköğretim programlarında geleneksel ölçme ve değerlendirme tekniklerinin yanı sıra öğrencilerin bireysel farklılıklarını göz önünde bulunduran, çok yönlü değerlendirmeye imkân tanıyan alternatif ölçme ve değerlendirme tekniklerine de yer verilmiştir (Dokumacı Sütçü & Bulut,

2015). Bu kapsamda öğretmen adaylarının ölçme ve değerlendirme bilgisinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Eğitimde ölçme ve değerlendirmenin etkili yapılabilmesi için öğretmenin ne öğreteceğini, nasıl öğreteceğini ve öğreteceği kazanımların neler olduğunu açık ve ayrıntılı bir şekilde bilmesi gerekir(Baki, 2014, s.356). Bu konuda öğretmen adaylarının ölçme ve değerlendirme bilgisinin istenildiği gibi olmaması öğretmen adaylarının öğretecekleri silindir konusu ile ilgili tecrübeli ve bilgi sahibi olmamalarından kaynaklı olabilir. Bütün bu sonuçlar göz önüne alınarak, öğretmen adaylarının geometrik cisimlerden biri olan silindir kavramı ile ilgili PAB'lerinin dört bileşen (konu alan bilgisi, öğretim strateji bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi, ölçme ve değerlendirme bilgisi) doğrultusunda istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının özellikle geometrik cisimler konusunda PAB'lerinin geliştirilmesine yönelik çalışmalar yapılabilir ve matematik eğitiminde uzman kişilerin fikirleri değerlendirilerek uygulamaya dayalı etkinliklerin koyulması önerilebilir.

Ek-A Pedagojik Alan Bilgisi Testinin Pedagojik Alan bilgisi Alt Bileşenlerine İlişkin Dağılımı

EK A	
1. a. Bir silindir çizin ve silindirin temel elemanlarını çizdiğiniz silindir üzerinde gösteriniz.  b. Sizce çizdiğiniz şekil neden bir silindir? 2. Silindirin açılımını yapınız.  3. Taban yarıçapı 2 cm ve yüksekliği 5 cm olan dik dairesel bir silindir veriliyor.  a. Yüzey alanı bulmayı gerektiren bir problem kurup bu problemi çözünüz. b. Silindirin hacmini bulmayı gerektiren bir problem bulup bu problemi çözünüz. 7. a. öğrencilerin silindir kavramını öğrenirken en çok karşılaşılabilecekleri zorluklar veya kavram yanılgıları neler olabilir?	Alan Bilgisi

4. Aşağıda verilen dik dairesel silindirin hacmini bulunuz($\pi=3$) Öğrenci cevabı: Öğrenci cevabı:  a. Bu soruda öğrencinin yaptığı hata nedir? Öğrencinin bu hatayı yapmasının sebebi ya da sebepleri neler olabilir? b. Öğrencinin yaptığı hatayı anlamak için öğrenciye soracağın soru/sorular neler olabilir?	Öğrenciyi Anlama Bilgisi
4.c. Bu soruya öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanabileceğin önemli matematiksel kavram ya da bilgi nedir? Bir sonraki öğretim sürecinde öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik kullanabileceğiniz öğretim yöntem, teknik ve stratejiler neler olabilir? Neden? 5. Ahmet öğretmen, silindirin yüzey alan formülünü doğrudan $2\pi r(r + h)$ olarak vermiştir. Öğrencilerinden Elif, “Hocam, bu formül nereden geldi?” şeklinde soru yöneltmiştir. Siz Ahmet öğretmenin yerinde olsaydınız Elif’in bu sorusuna karşılık nasıl cevap verirsiniz? 6. Aşağıdaki konuları anlatırken hangi yöntem ve teknikleri kullanırsınız? a. Silindir kavramının tanımını ve özelliklerini anlatırken, b. Silindirin yüzey alanını anlatırken, c. Silindirin hacmini anlatırken 7.b. Bu zorlukların veya kavram yanlışlarının aşılması için ne gibi önlemler almayı düşünürsünüz?	Öğretim Strateji Bilgisi
8. Silindir konusunu öğretirken tercih edeceğiniz ölçme ve değerlendirme araç(ları) nelerdir? 9. Size göre bir öğrencinin silindir konusunu anlayıp anlamadığını nasıl anlarsınız?	Ölçme ve değerlendirme Bilgisi

Ek-B Pedagogik Alan Bilgisi Testi

EK B

1. a. Bir silindir çiziniz ve silindirin temel elemanlarını çizdiğiniz silindir üzerinde gösteriniz.

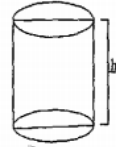


- b. Sizce çizdiğiniz şekil neden bir silindir?

2. Silindirin açılımını yapınız.



3. Taban yarıçapı 2 cm ve yüksekliği 5 cm olan dik dairesel bir silindir veriliyor.



- a. Yüzey alanı bulmayı gerektiren bir problem kurup bu problemi çözünüz.
b. Silindirin hacmini bulmayı gerektiren bir problem bulup bu problemi çözünüz.

4. Aşağıda verilen dik dairesel silindirin hacmini bulunuz($\pi=3$)

Öğrenci cevabı;

Öğrenci cevabı:



$$H = \frac{4}{3} \pi r^3$$
$$h = 4 \cdot 64$$
$$h = 256$$

$$= \pi r^2 \cdot h$$

- a. Bu soruda öğrencinin yaptığı hata nedir? Öğrencinin bu hatayı yapmasının sebebi ya da sebepleri neler olabilir?
- b. Öğrencinin yaptığı hatayı anlamak için öğrenciye soracağın soru/sorular neler olabilir?
- c. Bu soruya öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanabileceğin önemli matematiksel kavram ya da bilgi nedir? Bir sonraki öğretim sürecinde öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik kullanabileceğiniz öğretim yöntem, teknik ve stratejiler neler olabilir? Neden?
5. Ahmet öğretmen, silindirin yüzey alan formülünü doğrudan $2\pi r(r + h)$ olarak vermiştir. Öğrencilerinden Elif, "Hocam, bu formül nereden geldi?" şeklinde soru yöneltmiştir. Siz Ahmet öğretmenin yerinde olsaydınız Elif'in bu sorusuna karşılık nasıl cevap verirsiniz?
6. Aşağıdaki konuları anlatırken hangi yöntem ve teknikleri kullanırsınız?
- a. Silindir kavramının tanımını ve özelliklerini anlatırken,
- b. Silindirin yüzey alanını anlatırken,

c. Silindirin hacmini anlatırken

- 7. a.** Öğrencilerin silindir kavramını öğrenirken en çok karşılaşabilecekleri zorluklar veya kavram yanlışları neler olabilir?
- b.** Bu zorlukların veya kavram yanlışlarının aşılması için ne gibi önlemler almayı düşünüyorsunuz?
- 8.** Silindir konusunu öğretirken tercih edeceğiniz ölçme ve değerlendirme araç(ları) nelerdir?
- 9.** Size göre bir öğrencinin silindir konusunu anlayıp anlamadığını nasıl anlarsınız?

References

- Accascina, G., & Rogora, E. (2006). Using cabri 3D diagrams for teaching geometry. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1), 11-22.
- Avgören, S. (2011). *Different grade levels students concept image related with solids objects (prism, pyramid, cone, cylinder, sphere)*. Unpublished master's thesis, Gazi University, Turkey.
- Aygün, B., Baran-Bulut, D., & İpek, A. S. (2013, Mayıs). *Sınıf öğretmeni adaylarının eşit işaretime yönelik alan bilgileri ve pedagojik alan bilgileri*. 12. Matematik Sempozyumu'nda sunulan bildiri. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Aylar, E. (2017). Inferences on the pedagogical content knowledge in the context of problem solving in the process of classroom teacher training. *Mersin University Journal of the Faculty of Education*, 13(2), 744-759.
- Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. (5. bs.). Ankara: Harf Eğitim.
- Bardak, Ş., & Karamustafaoğlu, O. (2016). Fen bilimleri öğretmenlerinin kullandıkları öğretim strateji, yöntem ve tekniklerin pedagojik alan bilgisi bağlamında incelenmesi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(2), 567-605.
- Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Investigating mathematics student teachers' pedagogical content knowledge in the context of knowledge of assessment. *Ahi Evran University Kırşehir Journal of the Faculty of Education*, 12(3), 17-37.
- Battista, M. T., & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292.
- Batur, Z., & Balcı, S. (2013). Research on Turkish pre-service teachers' pedagogical content knowledge. *Adıyaman University Journal of Social Sciences Institute*, 11, 1308-9196.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8 sınıflar)* (2. bs.). Ankara: Pegem.
- Ben-Chaim, D. (1989). The role of visualization in the middle school mathematics curriculum. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 49-60.
- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives, the classification of educational goals, handbook I: cognitive Domain*. New York: David McKay Company.
- Bukova-Güzel, E., Uğurel, I., Özgür, Z., & Kula, S. (2010). The review of undergraduate courses aimed at developing subject matter knowledge by mathematics student teachers. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2233-2238.
- Butler, S. M., & McMunn, N. D. (2006). *A teacher's guide to classroom assessment: understanding and using assessment to improve student learning*. Greensboro-NC: Jossey-Bass.
- Cansız-Aktaş, M. (2014). Nitel veri toplama araçları. M. Metin (Ed.), *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (s. 337-371). Ankara: Pegem.
- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A. C., & Işık, A. (2014). The investigation of pre-service elementary mathematics teachers' content knowledge on three dimensional objects. *Middle Eastern ve African Journal of Educational Research MAJER*, 8, 28-44.
- Dokumacı Sütçü, N., & Bulut, İ. (2015). Assessment of competency perceptions of secondary school math teachers about the level of the use of amet. *e-International Journal of Educational Research*, 6(3), 23-45.
- Durmuş, S., Toluk, Z., & Olkun, S. (2002, Eylül). Matematik öğretmenliği 1. sınıf öğrencilerinin geometri alan bilgi düzeylerinin tespiti, düzeylerinin geliştirilmesi için yapılan araştırma

ve sonuçları. V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi içinde*(s.254). Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

- Ersoy, Y.,& Ardahan, H.(2003).İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi-II: tanıya yönelik etkinliklerdüzenleme.*Matder*. www.matder.org.tr. Erişim Tarihi:14.11.2016.
- Gökbulut, Y. (2010). *Prospective primary teachers? pedagogical content knowledge about geometric shapes*. Unpublished doctoral dissertation, Gazi University, Turkey.
- Gökdağ, N. (2004). *Misconceptions of 8th and 11th grade students in area and volume subjects*.Unpublished master's thesis, Gazi University, Turkey.
- Gökkurt, B.(2014).*An examination of secondary school mathematics teachers' pedagogical content knowledge on geometric shapes*.Unpublished doctoral dissertation, Atatürk University, Turkey.
- Gökkurt, B.,& Soylu, Y. (2016a). Examination of middle school mathematics teachers' mathematical content knowledge: the sample of prism. *Abant İzzet Baysal University Journal of the Faculty of Education*, 16(2),451-482.
- Gökkurt, B.,& Soylu, Y. (2016b). Examination of middle school mathematics teachers'pedagogical content knowledge: the sample of cone. *Elementary Education Online*,15(3),946-973.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Examining pre-service teachers' pedagogical content knowledge onfractions in terms of students' errors. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y.,& Doğan, Y. (2015). Pre-service teachers' pedagogical content knowledge regardingstudent mistakes on the subject of geometric shapes. *Elementary Education Online*, 14(1), 55-71.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Erdem, E., Başbüyük, K., & Soylu, Y. (2015). Investigation of pedagogical content knowledge of middle school prospective mathematics teachers on the cone topic in terms of some components. *Journal of Cognitive and Education Research*, 1(1),18-40.
- Gürbüz, K., & Durmuş, S. (2009). The qualification levels of in-service elementary school teachers on the sub-learning strands, namely transformationalgeometry, geometric objects,pattern and tessellations. *Abant İzzet Baysal University Journal of the Faculty of Education*,9(1), 1-22.
- Gürefe, N.,& Kan, A.(2013). The study of validity and reliability of the attitude scale on the subject of geometric objects for the prospective teachers. *Elementary Education Online*, 12(2), 356-366.
- Hashweh, M. Z. (1987). Effects of subject-matter knowledge in the teaching of biology and physics. *Teaching and teacher education*, 3(2), 109-120.
- Käpylä, M., Heikkinen, J. P., & Asunta, T. (2009). Influence of content knowledge on pedagogical content knowledge: The case of teaching photosynthesis and plant growth. *International Journal of Science Education*, 31(10), 1395-1415.
- Kılıç, Ç.(2003). *The Effect of teaching geometry based on Van Hiele Levels on the academic success, attitudes and recall levels of the 5 th grade primary school students in mathematics course*. Unpublished master's thesis, Anadolu University, Turkey.
- Mihladi, G. (2007). *The effect of application of portfolio in primary school science teaching on the students' academic achievements and attitudes towards the lesson*. Unpublished master's thesis, Muğla Sıtkı Koçman University, Turkey.

- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded source book*. California: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi (5,6, 7. ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Mitchelmore, M. C. (1997). Children's informal knowledge of physical angle situations. *Learning and Instruction*, 7(1), 1-19.
- Olkun, S. (2001). Öğrencilerin hacim formülünü anlamlandırmalarına yardım edelim. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 1(1), 181-190.
- Olkun, S., & Sinoplu, N. B. (2008). The effect of pre-engineering activities on 4th-and 5th-grade students' understanding of rectangular solids made of Small cubes. *International Online Journal Science and Mathematics Education*, 8, 1-9.
- Pesen, C. (2003). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*. Ankara: Nobel.
- Prescott, A., Mitchelmore, M., & White, P. (2002, July). Students' difficulties in abstract ingangle concepts from physical activities with concrete material. *Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australian incorporated Eric Digest* (ED 472950).
- Pusey, E. L. (2003). The Van Hiele model of reasoning in geometry: a literature review. Master's Thesis, North Carolina: North Carolina State University, A.B.D.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stake, R.E. (2010). *Qualitative research: studying how things work*. London: The Guilford Press
- Tahan, Ş. G. (2013). *İlköğretim matematik 8 ders kitabı*. Ankara: Can Matematik.
- Tekin-Sitrava, R., & Işıksal-Bostan, M. (2013, Şubat). *In-service mathematics teacher's mathematical knowledge for teaching: a case of volume of prism*. Paper Presented at 8th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya.
- Tekin-Sitrava, R., & Işıksal-Bostan, M. (2014). An investigation into the performance, solution strategies, and difficulties in middle school students' calculation of the volume of a rectangular prism. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-27
- Tekin-Sitrava, R., & Işıksal-Bostan, M. (2016). The nature of middle school mathematics teachers' subject matter knowledge: the case of volume of prisms. *International Journal of Educational Sciences*, 12(1), 29-37.
- Terzi, M. (2010). *The effect of instruction states designed according to Van Hiele geometrical thinking levels on the geometrical success and geometrical thinking ability*. Unpublished doctoral dissertation, Gazi University, Turkey.
- Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16-17, 95-104.
- Van De Walle, J.A., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7.bs.). (Ed. Durmuş). Ankara: Nobel.

- Yemen-Karpuzcu, S., & Işık-Bostan, M. (2013). Geometrik cisimler: silindir, prizma, koni, piramit ve kürenin matematiksel anlamı. İÖ Zembat, MF Özmentar, E. Bingölbalı, Şandır, H. ve A. Delice (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramları* içinde (s. 278-279). Ankara: Pegem.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8.bs.).Ankara: Seçkin.
- Yin, R. (2014). *Case study research: Design and methods*. London: Sage