
Aristoteles'in Matematik Felsefesi ve Matematik Soyutlama

Aristotle's Philosophy of Mathematics and Mathematical Abstraction

MURAT KELIKLI

Bartın University

Received: 24.10.2017 | Accepted: 07.12.2017

Abstract: Although there are many questions to be asked about philosophy of mathematics, the fundamental questions to be asked will be questions about what the mathematical object is in view of being and what the mathematical reasoning is in view of knowledge. It is clear that other problems will develop in parallel within the framework of the answers to these questions. For this reason, when we approach Aristotle's philosophy of mathematics over these two basic problems, we come up with the concept of abstraction. In our work, I will try to explain the mathematical abstraction that Aristotle has developed to understand mathematical philosophy.

Keywords: Aristotle, mathematics, philosophy of mathematics, abstraction, mathematical abstraction.

© Sarı, M. A. (2017). Aristoteles'in Matematik Felsefesi ve Matematik Soyutlama. *Beytulhikme An International Journal of Philosophy*, 7 (2), 33-49.



Giriş

Aristoteles'in matematik felsefesini araştırmaya başlamadan önce sorulacak soru; Aristoteles'in bir matematikçi olup olmadığı olacaktır ki bu oldukça tartışmalı ve kesin bir cevaba bağlayamayacağımız bir sorudur. Barnes, Aristoteles'in profesyonel bir matematikçi olmadığını çünkü konuyu geliştirme çabasında bulunmadığını söyler (Barnes, 2002: 42). Aristoteles'in matematik hakkında bilgili birisi olduğunu, dönemin matematik gelişmelerine hâkim olduğunu söyleyebilirim, bu durumu eserlerinde vermiş olduğu örneklerden ve döneminin matematik görüşlerini değerlendirmesinden görüyorum. Ayrıca Akademi'de yetişen ve bu okulun en parlak öğrencisinin matematik hakkında ehil olduğu şüphe götürmez bir gerçektir. Bu açıdan bakan Heath, Aristoteles'in bir matematikçi olmadığını ancak bir matematikçi kadar matematik bildiğini söyler (Heath, 1921: 1). Bununla birlikte şu soruyu yöneltebiliriz: Aristoteles'in matematik hakkında hususi çalışmalarının olmaması onun matematikçi olmasına engel midir? Cevap belki G.H.Hardy'nin söylediği gibidir:

Matematikçinin işlevi bir şeyler ortaya koymak, yeni teoremler ispatlamak, matematik bilimine katkıda bulunmaktır. Kendisi ya da başka matematikçilerin neler yapmış olduğunu anlatmak değil (Hardy, 1993: 44).

Açıkçası bu açıklamada emin değilim, çünkü Diogene Laertios'un vermiş olduğu Aristoteles'in eserleri listesinde *Matematik* adlı kayıp bir kitabının var olduğunu öğreniyoruz (Laertios, 2003: 218). Ayrıca Aristoteles'in matematiğe dair görüşlerinin Euclides'in *Elementler*'i üzerindeki etkisi ve sayılar hakkındaki görüşlerinin 18.y.y.'a kadar olan etkileri göz ardı edilemez. Benim görüşüm, Aristoteles'in matematikçi olmadığını söylemek yüzeysel bir yargılama olmanın ötesine geçmeyeceği görüşündeyim. Netz, Aristoteles'in bir matematikçi olarak yer aldığı ve matematikte bir pencere açtığı görüşündedir (Netz, 2003: 279) ve bu görüşe katılma eğilimindeyim. Çalışmamda Aristoteles'in bir matematikçi olarak değerlendirilebileceğini ve ortaya koyduğu matematik felsefesini matematik soyutlama kavramı çerçevesinde görmeyi amaçlıyorum. Aristoteles'in soyutlamasının matematik felsefesini anlamak için temel olduğu görüşündeyim, böylelikle bu hususta yapılan yorumları göreceğiz ve bu yorumlarla birlikte Aristoteles'in matematik soyutlamasını değerlendirmeye çalışacağım.



Aristoteles'in Matematiğe Etkisi

Antik dönem Grek matematiğinde aksiyomatik yöntemin geliştirilmesi üzerine yapılan tarihsel araştırmaların çoğu aslında Aristoteles'i başlangıç noktası olarak alırlar (von Fritz, 1955; Becker, 1959; v.d.). Aristoteles, yazdıklarında döneminin matematik çalışmalarına sık sık atıfta bulunur; kendi düşüncelerini göstermek için matematiğin örneklerini verir ve bazen matematikçilerin akıl yürütme biçimini açıklamaya çalışır.¹

Bununla birlikte, Aristoteles'i bu tarihi düzenlemenin miladına koyan en önemli neden, aksiyomatik matematik ile bağlantılı problemlerin ilk tutarlı tartışmasının *Analytica Posteriora*'da bulunmasıdır. Bu hususta Aristoteles'i milada koyan yorumcular ilkelere dayalı sistemin Aristoteles ile başladığını kabul ederek hareket ederler. Elbette Aristoteles, matematik tarihi için değerli bilgiler veren bir kaynaktır, ayrıca aksiyomatik matematiğin tarihi hakkında bazı sorulara metinlerini incelemeksizin cevap verilemez. Ancak Szabó, ilkelere dayalı aksiyomatik² sistemin Aristoteles öncesi döneme dayandığı görüşündedir (Szabó, 1978: 228-9; 232). Buna rağmen, bana göre, antik dönem Grek matematiğinin anlaşılması ve aksiyomatik sistemin nasıl vücut bulduğunu anlamak, Aristoteles'in görüşlerini anlamaya dayanmaktadır.

Von Fritz tanımlar, önermeler ve aksiyomların ispatlanmaya ihtiyaç duyulmadan kabul edilene kadar matematiğin temeli olarak görülmeceğini söyler, çünkü temel prensiplerin kanıtlanamayacağı fark edilmedikçe matematik için bir temel oluşturulması düşünülemez. Bilimsel bir sistemi oluşturan çeşitli önermelerin birbirinden kanıtlanabileceğine inanan biri, teori ile ilke arasındaki herhangi bir farkı göremeyecektir. Matematikçilerin ispatlanabilir önermeleri açıklamak zorunda kaldıklarını anlamayacaklardır. Öte yandan, matematiksel varsayımlar, delillerin sonsuza kadar gerilediğini düşünenlere keyfi olarak seçilmiş başlangıç noktaları olarak görünecektir ve gerçek temeller olarak görünmeyecektir. Aristoteles, bu

¹ Aristoteles'in matematik hakkındaki örnek ve postulatları için Bkz. *Analytica Priora* I,24; 17; 35; *Analytica Posteriora* I,1; 5; 7; 11; 17; 35; II,17; 25; *Topica* VIII,3; *Sopbistici Elenchi* 11; *Categoria* 14; *Metaphysica* 9,9; B,2; 3; *Physica* I,2; III,3; V,4; *De Incesu Animalium* 9; *De Anima* II,2; III,7; *Meteorologia* III,5; *De Caelo* II,4; *De Memoria* 2; *Ethica Nicomachea* V,3; *De Gen. Et Corr.* II,10.

² Aksiyomatik Yöntem hakkında Bkz. Yıldırım, C., *Matematiksel Düşünme*, Remzi Kitabevi, 2016.



görüşlere karşı çıkararak, her bilimin doğru, ama doğruluğu kanıtlanamayan ilkelerden türetilmesi gerektiğini göstermeye ve bu ilkelerin sahip olması gereken özellikleri oluşturmaya çalıştı (72b5; 83b, 84a-b).³ Von Fritz, Aristoteles'in öncesinde kanıtlanmış bilgi gibi bir şeyin olup olmayacağı konusunda canlı bir tartışmanın hâkim olduğunu, kesin ve mutlak bir sitemin Aristoteles ile başladığını belirtir. Böylelikle aksiyomatik matematiğin kökeninin araştırılmasını Aristoteles'e dayandırmayı uygun görür (von Fritz, 1955: 64-5; 98).

1936'da Oskar Becker (Becker, 1936: 533-553) tarafından bu metodun kullanılmasıyla Aristoteles'in Euclides'in *Elementler*'ine Mutatis Mutandis olarak uygulanabileceğini gösterdi (Waschkies, 2004: 12). Böylece, Aristoteles'in *Analytica Posteriora*'daki ilkelerin sınıflandırılması ile Euclides'in *Elementler*'indeki matematik varlığın postulatlarının incelendiği ve bu iki çalışma arasında bir bağıntının olduğunu göstermeye yönelik çalışmalar yapılmıştır (Szabó, 1969; Heath 1921; Lee 1935; Einarson, 1936; von Fritz 1955; Waerden, 1978). Bu bağlamda Euclides geometrisinin Aristoteles ile başlatılması gerektiği gibi sonuçlara ulaşanlar olmuştur (Netz, 2003:275). Ancak bu görüşlere karşı çıkan, Aristoteles ve Euclides arasında böyle bir bağıntı kurmanın ancak çarpıtmalara yol açacağını söyleyen görüşler de mevcuttur (Knorr, 1983; 1975).⁴

Şüphesiz Antik Grek döneminde geometri üzerine yapılan çalışmaların derinliği birbirlerinden etkilenmelerine yol açıyor ve birbirinden farklı birçok görüşün de ortaya çıkmasına olanak tanıyordu. Bu durumu Hankel'in vermiş olduğu analogi yerinde anlatıyor:

Bir matematik problemini, içinin derinliklerine kadar girmek istediğimiz büyük bir kayaya benzetecek olursak, Yunan matematikçiler, çekiç ve keski ile kıkmak tükenmek bilmeyen bir azimle kayayı parçalamaya çalışan heykeltıraşlara benzemektedir. Modern matematikçiler ise kayada önce küçük delikler açıp sonra kuvvetli bir patlama ile onu parçalara ayırıp, hazineyi ortaya çıkaran birinci sınıf maden işçilerini andırmaktadır (Hankel, 1869: 16).⁵

³ Aristoteles'e yapılan atıflarda eser ismi kullanılmayacak Becker'ın *Aristotelis Opera* indeksi alınacaktır.

⁴ Aristoteles ve Euclides arasında kurulmaya çalışılan böyle bir bağıntı her iki filozofun da gerek terminolojik açıdan gerekse görüşleri açısından yeniden yorumlanmasını gerektirir, bu değerlendirme çalışmamızın kapsamını aşacağından ele alınmayacaktır.

⁵ Cajori, F., *Matematik Tarihi*, 2014 de D.İlalan çevirisinden alıntı.



Böylelikle dönemin matematik felsefesini anlamak günümüz bakış açısından oldukça güç bir olaydır. Bu durumun Aristoteles için de geçerli olduğunu söyleyebilirim. Özellikle de Aristoteles'in matematik felsefesi hakkındaki görüşlerinin tam ve derli toplu tartışıldığı bir eseri yoktur. Aristoteles'in matematik felsefesi hakkındaki görüşlerini farklı eserlerinin içinden derleyerek oluşturabiliriz. Bu derlemeler belirli eserlere bağlı kalındığında farklı yorumları getirebiliyor, bu sebeple her eserine göre karşıt gibi görünen anlayışların meydana gelmesi doğaldır.

Von Aster'in, Aristoteles'in kategorik tarifinin bütün bilimlere uygulanabileceğine kanaat getirdiği görüşü üzerinden yaptığı değerlendirme anlatmak istediğimi oldukça açık kılıyor. Von Aster, bu kategorik sınıflandırmanın biyolojiye çok uygun bir sistem olduğu ve bu sebeple Aristoteles'in biyoloji hakkındaki yoğun uğraşlarının boş olmadığını ifade eder. Aristoteles'in matematiğe uzak durmasını; bu kategorik sınıflandırmaya dayalı tarif sisteminin matematiğe uygun olmamasından kaynaklandığına dayandırır. Çünkü geometri üç ana kavram ile başlar; "nokta", "doğru çizgi" ve "düzlem", bunlara bir de "eşitlik" ve "orantı" kavramları katılır. Geometri bu kavramlardan yola çıkılarak tarif edilebilen diğer kavramlarla çalışır. Geometri bu şekilde genetik bir sistem halinde ilerler. Bu sebeple geometrinin, Aristoteles'in kabul ettiği sistemle hiçbir alakası olmadığı görüşündedir (von Aster: 81-83).

Aristoteles'te Bilim Olarak Matematik

Aristoteles varlığı bağımlı ile bağımsız olması açısından ve değişen ile değişmeyen olarak incelemesi bakımından üç teorik bilimden bahseder:

a. Fizik (φυσική) değişen, bağımsız varlıkları inceler. Fizikçi, bireysel şeyleri hareketli olarak değerlendirmesi için o nesnelerin renginden, dokusundan vb. soyutlamalı ve onları sadece hareket ettirmeyi düşünmelidir (202a7-8). Böylelikle fizik varlıklar maddeden bağımsız olarak incelenirler.

b. Matematik (μαθηματική) değişmeyen, bağımlı varlıkları inceler. Matematikçi maddeye bağımlıdır, bu varlıkları maddeden ayrı düşünemez (641b10-12; 299a11-16).

c. Teoloji (θεολογική) ise değişmeyen ve bağımsız varlıkları inceler (1064a-b3; 1025b19-21; 1026a12-15).

Aristoteles gerçek bilim olarak her zaman teorik bilimleri görmekte-



dir. Bilimler arasında da kendileri için, yani yalnızca bilmek amacıyla aranan bilimler, sonuçları bakımından aranan bilimlerden daha çok bilgeliktirler. Matematik nesnelerin incelenmesi, fiziğin ve mantığın konusu değildir. Bu nesneler ilk felsefenin araştırmasıdır (1059b14-22). Bu bağlamda matematik teorik bir bilimdir (1026a6).

Her bilimin araştırması ve bilgisi kendi kapsamı içinde kalmalıdır. Geometrinin sahip olduğu bilgiler dışında bir araştırma gerçekleştirilemez. Aristoteles bir geometriye, geometri dışında bir şey sorulmasını uygun görmez. Böyle bir soruya geometricinin vereceği cevap geometrinin dışında olacaktır. Geometri hakkındaki tartışmalar yine geometri içinde olmalıdır, dışında yapılmaya çalışılan bir ispatlama yapılamaz, yapılsa dahi arazi anlamda olacaktır. Ancak bilimlerin kendi alanlarına sıkışıp kalmalarını da istemez. Cinsleri ortak olan bilimlerde aynı öncüllerle bilgilerin değerlendirilebileceğini yahut konusu itibarıyla alt konusu olan bilimlerde değerlendirmeye alınabileceğini belirtir. Örneğin geometri bilen bir tıfçının, yuvarlak biçimli yaraların neden iyileşmesinin daha uzun süreceğini daha kolay kavraması muhtemeldir. Ayrıca konuları itibarıyla optik geometrinin ve müzik matematiğin uygulamasıdır (75b-77b; Ross, 2002: 65-66). Diğer bilimler gibi matematik de varlığın belirli bir parçasını ayırarak bu parçasının ana niteliklerini inceler (1003a25-27), işte bu matematik soyutlamadır.

Aristoteles'te Matematik Soyutlama

Matematik nesneler akıldadır⁶, böylelikle fizik nesneler ile ayrımı; matematik nesnelerin akılsal (νοητός), fizik nesnelerin ise duyusal (αἰσθητός) olmasındadır. Akılsal⁷ nesneler düşünme (νοήσεως) vasıtasıyla, fizik nesneler ise algı (αἰσθησις) yoluyla bilinirler. Ancak akılsal nesneler duyusal olarak ele alınmalarını bakımından fizik nesnelere var olurlar (1036a2-12). Aristoteles'in "kendinde meydana gelen şey" olarak tanımladığı madde(ύλη) (1032a12), akılsal madde ve duyusal madde olarak ikiye ayrılır (1037a2-5). Aristoteles, matematik nesnelerin maddesinin ne olduğu sorusunun ilk felsefenin araştırması olduğunu söyler (1059b14-22), böylece

⁶ Mevcut olması bakımından değil, onda olması bakımından.

⁷ Akılsal nesneler matematik nesnelere içerir, bu açıdan soyutlamanın daha geniş bir kapsamı vardır. Ancak çalışmamda kapsamı matematik soyutlamanın ne olduğu ile sınırlandırdım.



matematik nesnelerin maddesinin araştırmasının fizik olmadığını görüyorum. Çünkü matematik nesnelerin maddesi akılsal maddelerdir ve akılsal maddeler fizik nesnelere olarak ele alınmamaları bakımından fizik nesnelere bulunan maddelerdir (1036a9-12).

Böylece matematikçinin yaptığı araştırma soyutlamalar üzerine olduğunu söyleyebilirim: matematikçi nesnesini tüm fiziksel niteliklerinden soyutlayarak ele alır ve sadece bu niteliği inceler, başka bakımdan incelemeyemez (1061a24). Matematikğin konusu fiziksel nesnelere değildir (997b35-998a5). Lear'ın burada ince bir ayırım yaparak: Aristoteles'in matematikçi fiziğin değil, fizik dünyayı inceleme konusu yaptığını söylediğini görüyoruz (Lear, 1982: 192). Matematikçiler de fizik nesnelere üzerinden çalışırlar ancak fizikçiler gibi değil. Düşünce ile arazları soyutlaştırarak çalışırlar (193b31-34), çünkü fizik nesnelere matematikğin talep edip kendisine konu edineceği düzeydeki özelliklere sahip değildir (1059b10-12).

Matematik, nesnesini fiziki maddeden soyutlayarak oluşturduğundan duyuşal maddesi olmayan varlıklara yönelik böyle bir işlem gerçekleştiremeyecektir. Bu yüzden matematiksel kesinlik her şeyde mümkün olamamaktadır. Dolayısıyla matematikğin yöntemi, fizik biliminin yöntemi değildir. Çünkü fiziğin muhtemelen tümü madde içerir (995a15-19).

Aristoteles matematik nesnelere fizik nesnelere çıkarılmasını “ $\acute{\epsilon}\nu \acute{\alpha}\phi\alpha\iota\rho\epsilon\sigma\epsilon\iota, \acute{\epsilon}\xi \acute{\alpha}\phi\alpha\iota\rho\epsilon\sigma\epsilon\omega\varsigma, \delta\iota' \acute{\alpha}\phi\alpha\iota\rho\epsilon\sigma\epsilon\acute{\omega}\varsigma$ ” terimlerini kullanarak⁸ ifade eder. Bunlar “ $\acute{\alpha}\phi\alpha\iota\rho\epsilon\sigma\iota\varsigma$ ” den türemiştir ki anlam olarak “ayırarak, uzaklaştırmak” olarak çevrilebilir. Bütün Aristoteles yorumcuları ve Lexicon'larda bu terimin Aristoteles tarafından “soyutlamak” kavramına karşılık kullanıldığı görüşünde hemfikirdirler⁹ ve bende bu çeviriyi tercih edeceğim. Bunun tersine olan süreç ise somutlaştırma için $\acute{\sigma}\acute{\upsilon}\nu\omicron\lambda\omicron\varsigma$ ¹⁰ terimini yahut “ $\acute{\epsilon}\kappa \pi\rho\omicron\sigma\theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\omega\varsigma$ ” kullanılır¹¹. Bu matematik nesnelere elde edilmesinin soyutlama olarak çevrilmesinden dolayı, Aristoteles'in matematik yaklaşımı genellikle soyutçu (abstractionist) olarak nitelendirilir.

Nesnelere soyutlaştırarak çalışmakta bir sakınca yoktur. Ancak bu soyutlama fiziksel nesnelere soyutlaması değildir, ideacıları yanlış yola

⁸ Bkz. 299a16; 1142a18; Matematik kullanımları için 81b3; 1061a29.

⁹ Bkz. Muller, 1970: 159; Lexicon, 1996: 285.

¹⁰ Bkz. Ross, 1949: 402.

¹¹ Bkz. 1029b30; 1030b15; 1031a2; 1077b10.



götüren bu şekildeki soyutlamadır (193b35-a1). Nesnelerin soyutlaştırılmasını Aristoteles esasen yanlış olarak görür, ancak bu yanlışın doğru kabul edilmesinde bir beis yoktur. Çünkü bu soyutlama akıl yürütmenin öncüllerinde bulunmayan bir yanlış olacaktır (1078a18-20).

Aristoteles, 1077b31-34'te matematik nesnelerin soyutlayarak ele alındığı fizik nesneden ayrı olarak alınabileceğini söyler. Bunu sağlık hakkındaki bir analogi ile açıklar; sağlık bilimi için yapılacak araştırmanın sağlıkla ilgili olanlardan ayrılarak yapılabileceğini söyler. Bu sağlığın, sağlıklı insanda ayrı var olacağı anlamına gelmez, sadece sağlık anlamında çalışmayla ilgisiz olan şeyleri görmezden geleceğimizi söyler (1077b34-1078a2; Lear, 1982: 170). Böylelikle Aristoteles'in matematik nesnelerin soyutlanması için meşru bir zemin oluşturarak, ideal nesnelerle ayırma gittiğini görüyoruz. Annas ve Müller, Aristoteles'in geometrik nesnelere fizik nesnelere somutlaştırılmayacağı görüşündedirler (Annas, 2003: 20; Mueller, 1970: 158), bunu 1059b10-12'de Aristoteles'in ifadesinde matematikçinin bu dünyadaki hiç bir şeyle meşgul olmadığı görüşüne dayandırır. Lear, bu duruma karşı çıkar ve karşı çıkmakta haklıdır, çünkü böyle bir görüş bizi Platoncu bakış açısına götürmeye yeterlidir (Lear, 1982: 175). Hâlbuki Aristoteles 1059b10-12'de bahsettiği matematik doğru ile fiziksel doğru arasında bir ayırma gitmekte, fizik doğrunun matematiğin konusu olmadığını savunmaktadır. Kanaatimce, bu demek değildir ki fizik doğru ile matematik doğru aynı şeyde var olamaz. Ayrıca 997b35-998a6'da ki geometrik nesnelere fizik nesnelere aynı doğada olmaması açıklamasından yine böyle bir durum anlaşılır. Burada Aristoteles'in yine fizik nesnelere matematik nesnelere arasındaki ayrımı belirttiği ve aynı tutulamayacağı, farklı özellikler olduğu anlaşılır, aksi durumda soyutlamanın gereksiz olacağı görüşündeyim.

Matematik nesnelere fiziksel nesnelere içinde mevcut değildir, Aristoteles bunu göstermek için iki adet kanıt sunmaktadır;

Kanıt 1. Matematik şeylerin fiziksel nesnelere içinde olmaları imkânsızdır. Çünkü aynı yerde iki cismin var olması mümkün değildir.

Kanıt 2. Eğer matematik nesnelere fiziksel nesnelere içinde bulunsaydı, fiziksel şeylerin bölünmesi gerekirdi. Cisim düzlemlere, düzlem doğrulara, doğru noktalara ve noktalar da başka bir şeye bölünmelidir. Eğer matematik nesnesi fizik nesne içinde olsaydı fiziksel nesnelere bö-



lünmesi, bu bölümlenenlerin de bölünmesini doğuracaktır.

Ancak matematik nesnelere fiziksel nesnelere ayrı da değildir, ayrı olarak var olması imkânsızdır (997b20-23). Bu hususu şu şekilde kanıtlar; eğer ayrı olsalardı matematiksel nesnelere gibi duyuşal nesnelere ayrı başka nesnelere de var olması gerekirdi, ancak bu mümkün değildir (1076b19-38).

Matematikçi düşünerek matematik nesnelere soyutladığında düşünmeden önce var olanları soyutlamıştır (1078a28-31). Kanaatimce böylelikle, matematiğin matematikçinin kafasında yaşadığı bir kurgu olmadığını söyleyebiliriz. O halde matematik nesne zaten matematikçiden de önce mevcuttur. Matematikçinin elde edeceği sonuçlar ise soyutlamanın tersine bir somutlama değildir, bunlar zaten fizik nesneden elde edilebilecek bir matematik nesnedir. Matematikçinin elinde böyle bir fizik nesne olmasa bile var olduğu farz edilir, o halde bu sürecin matematikçinin aklında gerçekleştiğini anlarız.

Nesnelere fizik ve matematiğe bağılı doğaları vardır. Matematikçi nesnenin kendisinde bulunan geometrik özelliğini bir kâğıda aktararak üzerinde düşünmeye başladığında kaynak olarak aslında nesneyi incelemektedir, fakat üzerinde çalıştığı artık geometrik şeklin kendisidir. Nesnelere soyutlamayla geometrik nesnelere elde ettiğimiz gibi, geometrik nesnelere de uzamlarını soyutlayarak tanımına ulaşabiliriz (Ross, 2002: 49-50).

Mueller, Aristoteles'in matematik nesnesinin matematikçinin zihninde var olduğunu ve ondan bağımsız olamayacağı şeklinde anladığını iddia eder (Mueller, 1970: 161). Ancak bu iddia bizi matematikçi olmasaydı, matematik nesnelere de var olmayacağı sonucuna götürür. Hâlbuki, Aristoteles'in akısal varlıkları tanımlarken bunları akla dayalı, aklın varlığına bağılı olduğu şeklinde değil de, akılla kavranabildiği için böyle verdiği kanaatindeyim.

Aristoteles'in matematik hakkında Physica B2 deki görüşleri ışığında aşağıdaki bulguları elde edebiliriz (Lear, 1982:163);

1. Fizik nesnelere yüzey, uzunluk ve nokta gibi matematiğin konusu olan nesnelere içerir.(193b23-25)
2. Matematikçiler, fiziksel nesnelere yüzey, hacim, uzunluk ve nok-



talarını inceler. Ancak bunu fiziksel nesnelere yüzeyi olarak incelemeyi (193b31-33). Geometri uzunluğu inceler, nesnenin fiziki uzunluğunu değil (194a9-11).

3. Matematikçi yüzey, hacim, uzunluk ve nokta hakkında fiziksel kanıtlardan uzak olarak çalışabilir, çünkü düşüncede her ikisinin ayrımını yapabilmelidir (193b33).

4. Düşüncedeki ayrımdan, matematik nesnelere, fizik nesneleredeki değişimden bağımsızdır (193b34).

5. Bu ayrımdan dolayı yanlış sonuçlar elde edilemez (193b34-35).

Matematikçinin incelemesi bir fiziksel niteliklerden elemeydir. Fizik nesnelere (ağırlık ve hafiflik, katılık ve yumuşaklık, sıcaklık ve soğukluk, vd.) duyuşal görünenlerini soyutlayarak (ἐξ ἀφαιρέσεως) ele alır. Bu bağlamda sadece niceliği ve sürekli olmaları bakımından değerlendirir (1061a28-35). Bu bakımdan yapılan değerlendirme geometrik bir değerlendirmedir. Aritmetik olarak yapılacak değerlendirme ise nicelik sürekli olmayan bir incelemeydir. Matematikçi incelediği nesnelere, görelilik olmaları bakımından, ölçülebilirlik ve ölçülemezlik ilişkileri bakımından, oranları bakımından inceler (1061a35-b2). Aristoteles, matematik ve fiziğin aynı kavramlara sahip olmasından ötürü arasında ayrımın yapılması gerekliliği üzerine durur. Bu kavramlar: yüzey, hacim, uzunluk ve noktadır ve bu kavramlar fiziksel nesnelere mevcut olarak bulunur.

Aristoteles, *Analytica Posteriora* 73a33-b1 de soyutlama hakkında örnek olarak, fizik nesne olan bir üçgenden 'bakır' ile 'ikiz kenar' olmasını ayırır-sak üçgen olmaya devam edecektir. Ancak 'biçim' ve 'sınır'ı ayırır-sak üçgen olmayı yitirecektir. Buna benzer bir soyutlamayı *Metaphysica* 1036a34-b3 te daire için vermektedir. Matematiksel ve fiziksel ayrım için basık-içbükey (snub-curve) ayrımına bakmaktadır (1025b31; 1030b29ff.; 1035a26; 1064a23; 1030b17; 1035a5; 1064a25) 'basık burun' (σμηρός) ile 'içbükey' (κοιλός) aynı maddede ele alınmış olmalarına rağmen, 'basık burun' maddede ele alınmış, 'iç bükey' ise maddeden bağımsızdır. 'Basık burun', 'iç bükey' olan burundur, yani 'basık burun', 'iç bükey' olması ile beraber alınmıştır. Ancak 'iç bükey' olmak 'basık burun' ile bilinmez, bu duyuşal maddeden bağımsızdır (1025b30-1026a10; 194a6).

Aristoteles'e göre eylem hareketle birlikte olur. Bu eylemin sonucu bir erek veya gayedir. Erek ise bir şeylerin kendisinden dolayı varlığa gel-



diği ve var olduğu nedendir. Kendinde ve kendi doğası gereği iyi olan her şey erektir. Şu halde, hareketsiz varlıklarda iyi olamaz. Bu sebeple matematikte iyi ve kötünün yeri yoktur. Bir kanıtla da “daha iyi” yahut “daha kötü” ye dayalı olarak verilemez. Diğer sanatlarda bu böyle olmasına rağmen matematikte bu böyle değildir (996a20-40).

Matematikçi bireysel şeylerden hareketle hem cevher hem de arazlar hakkındaki incelemesine başlar. Akabinde geometri ile şeklin arazlarına odaklanırken, aritmetikte ise sayılar üzerine odaklanır, bu odak noktaları soyutlama sürecini belirler (193b31-34). Matematikğin kaç çeşit tözü varsa, o kadar kısımları vardır. Matematik varlıklar cinslerine ayrılarak kaç çeşide bölünürse o kadar kendisine tekabül eden kısımları olur (1004a5-20). Aristoteles, her matematik biliminin kendine özel bir varlık türünü incelediğini, genel matematikğin ise bütün nicelikleri incelediğini söyler (1026a25). Burada matematik bilimlerinin üstünde olan bu “genel matematik” olarak ifade ettiği tümel yapının neyi ifade ettiği muğlak kalmakta, bu hususta bir açıklamaya rastlanmamaktadır. Bonitz, bu genel matematik biliminin aritmetik olduğu görüşündedir (Bonitz, 1862: 285). Bu görüşünü *Metafizik* kitabında 982a26 ya dayandırmaktadır ki burada Aristoteles aritmetikğin geometriden daha kesin olduğunu bildirir, çünkü daha az sayıda ilkeyi içermektedir. Ross ise geometri ve aritmetikten geniş olan, bunları kapsayan ve her türlü büyüklük arasındaki ilişkiyi içeren bir alan bilimden bahsedildiği görüşündedir (Ross, 1949: 356).

Studtmann'a göre Matematikçi soyutlamasını sadece maddenin arazlarında yapmamalı, ayrıca varlık ve tanım olarak da soyutlaması gerekir (Studtmann, 2002: 225). Çünkü Bäck matematik nesnelerin maddenin tanımlayıcı olmayan özelliklerini muhafaza edeceğini, bu matematik özelliklerinin tamamı nitelik yahut nicelik olan arazlardır ve matematikçinin yaptığı bu soyutlama ile elinde bunların kalacağını söyler. Böylece bireysel alınan şeylerin cevheri artık ortada kalmayacaktır, o halde matematik nesnelerin hepsi şekillerin nitelik ve sayıların nicelik olduğu arazlardır (Bäck, 2014: 159-161).

Ancak Annas, Aristoteles'in geometrik nesnelerin soyutlanmasının makul açıklamaları olabileceğini, ancak aritmetik nesneler için bu soyutlamanın açıklanmasının tutarsızlıklarla sonuçlanacağı görüşündedir (Annas, 2003: 28-33). Lear, Aristoteles'in Aritmetikğinin geometri gibi



soyutlaştırma yapılamayacağını, yani sayıların fizik nesnelere soyutlanamayacağını söyler (Lear, 1982: 183).

Aristoteles 1078a22-28'de aritmetik nesnelere geometrik nesnelere gibi soyutlanamayacağını söyler. Buradan anladığım: bir insan aritmetik nesne olarak insan olması ve bölünmez olması bakımından alınır. Ancak geometriyi aynı şeyi soyutlamaya kalktığı anda bu özellikleri almaz. Çünkü aritmetik nesne cevheriyle alınmazsa, yani insan olarak alınmazsa, bir insan ile bir elma toplanabilir. Böylelikle elde edilen toplam anlamsız bir hal alacaktır ve bu toplamın da iki ağaca eşit olması gibi bir durum ortaya çıkacaktır. Bu yanlış, aritmetik nesnelere cevherlerinden soyutlanmasından kaynaklı bir neticedir. O halde, bana göre, cevher aritmetik nesnenin bir parçasıdır.

Bölünmez olmakla aritmetik nesnenin parçalarının toplamı olarak alınmasını kast eder. Bir insan bölünmez olarak alınmazsa, örneğin 6 parçanın (kol, bacak, gövde, baş gibi) birleşimi olarak değerlendirilirse, 1 ile 6'nın eşit olması gerekir. Bu durumda 2 meyve ile 2 portakalın başka şey olması gerekir, bu sayede 1 elma ile 1 portakal toplayamayız, ancak 1 meyve ile 1 meyvenin toplamını alabiliriz. Netice olarak Aristoteles'in sayılarının birimlerle alınması gerekir, bu ise aritmetiği sınırlandırır. Geometride ise bu sınırlama olmadığından Aristoteles geometricinin akıl yürütmelerinin daha düzgün olduğunu söyler (1078a29).

Aristoteles'in ve Platon'un Matematik Soyutlamalarının Değerlendirilmesi

Annas, Aristoteles'in matematik anlayışını tanımlayacak en iyi ifadenin "Anti-Platoncu" olarak verileceği görüşündedir. Aristoteles'in görüşlerinin, Platon'un görüşlerine yönelik açık ve kararlı bir karşı tutum içinde olduğunu belirtir, böylece Aristoteles'in Platon'un vermiş olduğu aritmetik ve geometrik nesnelere ontolojisine karşı olduğu görüşündedir (Annas, 2003: 26). Aristoteles'in yapmış olduğu soyutlama, Platon'dan bariz şekilde ayrılmakta, düşüncede gerçekleşmektedir. Bu hususun Platon ile olan zıtlığı aşikârdır (Franklin, 2014: 122).

Platon için idealar dünyasının aldığı yeri Aristoteles'te olaylar dünyası almaktadır. Aristoteles için olaylar dünyası ile düşünceler dünyası aynı sıralamada yer alır. Dolayısıyla Platon'da hakikat ana ilkelerin bilinmesiyle elde edilirken, Aristoteles'te ise mantık kurallarının, varsayımla gerçekli-



ğin birbiriyle uyuşmasıyla sağlanabilir (Duralı, 2011: 39). Aristoteles, Platon'un matematik nesnelerin ideaları ile fiziki matematik kavramların arasında aracı gerçeklikler olduğu görüşüne karşı çıkar. Aristoteles'e göre Platoncuların da soyutlamaya gitmelerine rağmen yaptıkları hata, bu soyutlamanın düşünceden öteye geçmemesi ve yanlış şeyleri, yani fizik nesneleri soyutlamaya çalışmalarıdır (193b35-194a2).

Mueller, Aristoteles'in soyutlamasının cüzilerin toparlanması ya da genel bir ideaya ulaşmak şeklinde olmadığını söyler¹². Ancak bu soyutlamanın çok sayıda bireysellerin bir arada görülmesini sağladığını da kabul eder (Mueller, 1970: 160). Gerçekten Aristoteles *Analytica Posteriora* I, 18 de tümelleri bilmenin tek yolunun tümevarış¹³ olduğunu söyler. Soyutlamaya dayanan nesnelerin de bu şekilde tümel bilgisine ulaşılacağını belirtir. Ancak tümevarış için gerekli olan teklerin ise duyum ile bilinebileceğini söyler. O halde soyutlamada duyum ile yapılacak şey olması gerekir. Bu Aristoteles'in fizik nesnelerin içinde matematik nesnelerin bulunduğu görüşünün epistemolojik temelini oluşturur. Mueller'in bahsetmiş olduğu Aristoteles'in Platon'dan ayrıldığı husus buradan anlaşılmalıdır ki Platon'un idealara dayandırdığı matematik kesinliğini Aristoteles fizik nesnelere dayandırmıştır. Platon'un idealar teorisindeki yanlış, matematiğin ele aldığı şeylerden farklı olarak, doğalarında maddenin içerildiği varlıkları maddeden soyutlamasındadır (Ross, 2002: 89).

Mueller, Aristoteles ve Platon arasında başlangıç yönünden bir farklılık olmadığını söyler (Mueller, 1970: 157). Aristoteles matematik felsefesine Platon tarafından öngörülen matematik nesnelerin türlerini dahil ederek bir ontoloji ile başlar. Aristoteles, Platon gibi matematik nesnelerin duyulabilir nesnelere farklı olduğunu kabul eder, mükemmel şekilde verilebilir ve saf düşünce ile kavranır. Ancak Aristoteles'in bu noktadan sonra Platon'dan ayrıldığı husus matematik nesnelerin saf düşünceye dayalı olarak var olmayacağı görüşüdür. Cajori, Platon'un çalışmalarında sayılar ve teoloji arasında benzer bağlantıların izlerine rastlandığını, Aristoteles'in sayıların kudretinden bahsettiğini belirterek benzerlik kurmaya

¹² Mueller burada Locke'un tanımladığı soyutlamaya karşı çıkmaktadır. Bkz. Locke, J. *An Essay Concerning Human Understanding*, 1690, vol.II, ch.XI, 9.

¹³ Bkz. Duralı, T. *Felsefe-Bilimin Doğuşu: Aristoteles'te Canlılar ve Bilim Sorunu*, Dergah, 2011, s.55



çalışmıştır (Cajori, 2014: 70). Sonuç olarak, Aristoteles ve Platon'un ortaya koydukları matematiği arasında büyük uçurumlar olmadığını, farklılığın daha çok matematik felsefesi alanında ve özellikle matematik varlık ve soyutlamanın dayanakları hususunda olduğunu görüyorum.

Sonuç

Aristoteles'in matematik felsefesindeki soyutlamanın nasıl yapılacağı hakkındaki görüşlerinden dahi gördüğümüz üzere Aristoteles'in bir matematikçi olduğunu ve matematikte bir mihenk taşı olduğunu görürüz. Bununla birlikte matematik hakkında her bir konuda incelenmeyi ve yorumlanmayı hak ettiği görüşündeyim.

Aristoteles'in matematik soyutlamasının Aristoteles'in matematik nesnenin fizik nesneden ayrılarak, matematikçinin aklında bulunduğunu gördük. Burada bir ayrım önemlidir: matematik nesnenin mevcut olduğu yer fizik nesnedir. Matematik nesnenin izahı gerçek dünyadan koparmadan yapmak gerçekten çok zordur. Aristoteles matematik gibi nesnelere akılsal nesnelere olarak değerlendirir. Bu nesnelere insanın aklında bulunan nesnelere. Bir duyuşsal nesnenin duyuşsal olmasının akılda gerçekleşmesi gibi matematik nesnelere de akılda gerçekleşirler. Örneğin, matematikçinin bir tarla hakkında çalıştığını düşünelim. Matematikçi tarlanın şeklini önünde bulunduğu kağıda çizmektedir. Bu çizim yada geometrik şekil tarladan alınmıştır ve tarlada mevcuttur. Matematikçi artık tarla hakkında değil, çizmiş olduğu geometrik nesne hakkında çalışmaktadır ve bu çalışma matematikçinin aklında gerçekleşir.

Burada önemli bulduğum bir husus, matematikçinin elde ettiği sonuçların fizik nesnede olmasa da, olduğunun farz edilmesidir. Aristoteles gerçek dünyadan matematiği koparmamak amacındadır. Eğer bir "matematik dünya" oluşumuna izin verseydi Platon'un idealarına kayması kaçınılmaz olacaktı. Bu sebeple matematik nesnenin mevcut olduğu yer konusunda kesin bir ayrım yapmıştır.

Ancak, kanaatimce Aristoteles'in geometrisi de sınırlıdır, çünkü geometrik nesnelere varlığı fizik nesnelere bağlıdır. Bu kaçınılmaz bir sonuçtur, böylece 19.yy.a kadar Euclides'in ortaya koyduğu aksiyomların fizik dünya ile sıkı sıkıya bağlı kalınmak suretiyle olduğu gibi kabul edilmesi bir gelenek haline almıştır. İşte buradan Aristoteles'in bu fizik görü-



nüre bağlılığının yansımalarının Euclides ve sonrasında etkilediği sonucunu çıkarabilirim.

Aristoteles ve Platon'un matematik nesnelerin yeri hususunda bütünüyle ontolojik yapılarından dolayı farklılık olmasına rağmen, matematik soyutlamanın ve matematik bilginin edinimi açısından, yani işlevsel olarak büyük bir fark olmadığını gördük. Bunun temelini Akademi'de almış olduğu eğitimden kaynaklı olabileceğini düşünüyorum. Ancak bu demek değildir ki, Matematik felsefeleri uyumludur.

Kaynaklar

- Annas, J. (2003). *Aristotle's Metaphysics Book M and N*. Oxford: Clarendon Press.
- Bäck, A. (2014). *Aristotle's Theory of Abstraction*. Heidelberg: Springer.
- Barnes, J. (2002). *Aristoteles: Düşüncenin Ustaları* (çev. B. Ö. Düzgören). İstanbul: Altın Kitaplar.
- Becker, O. (1936). Die Lehre vom Geraden und Ungeraden im Neunten Buch der Euklidischen Elemente. (Versuch einer Wiederherstellung in der ursprünglichen Gestalt). *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abteilung B: Studien*, 3, 533-553.
- Becker, O. (1959). Die Archai in der Griechischen Mathematik. *Archiv für Begriffsgeschichte*, 4, 210-226.
- Bonitz, H. (1849). *Aristotelis Metaphysica, Pars Posterior*. Bonn.
- Cajori, F. (2014). *Matematik Tarihi* (çev. D. İlan). Ankara: ODTÜ Yayınları.
- Duralı, Ş. T. (2011). *Felsefe - Bilimin Doğuşu: Aristoteles'te Canlılar ve Bilim Sorunu*. İstanbul: Dergah Yayınları.
- Einarson, B. (1936). On Certain Mathematical Terms in Aristotle's Logic: Part I. *The American Journal of Philology*, 57 (2), 33-54.
- Einarson, B. (1936). On Certain Mathematical Terms in Aristotle's Logic: Part II. *The American Journal of Philology*, 57 (2), 151-172.
- Franklin, J. (2014). *An Aristotelian Realist Philosophy of Mathematics*. New York: Palgrave Macmillan.
- Hankel, H. (1869). *Die Entwicklung der Mathematik in den Letzten Jahrhunderte*. Tübingen: Fr. Fues'sche Sortimentsbuchhandlung.
- Hardy, G. H. (1993). *Bir Matematikçinin Savunması* (çev. N. Arık). Ankara: Tubitak



Yayınları.

- Heath, T. (1921). *A History of Greek Mathematics*, vol. 2. Oxford: Clarendon Press.
- Knorr, R. W. (1938). Construction as Existence Proof in Ancient Geometry. *Ancient Philosophy*, 3, 125-148.
- Knorr, R. W. (1975). *The Evolution of the Euclidean Elements*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.
- Laertios, D. (2003). *Ünlü Filozofların Yaşamları ve Öğretileri* (çev. C. Şentuna). İstanbul: Yapı Kredi Yayınları.
- Lear, J. (1982). Aristotle's Philosophy of Mathematics. *The Philosophical Review*, 91 (2), 161-192.
- Lee, H. D. P. (1935). Geometrical Method and Aristotle's Account of First Principles. *Classical Quarterly*, 29, 113-124.
- Liddell, H. G. and Scott, R. (1996). *A Greek-English Lexicon: With a Revised Supplement*. Oxford: Clarendon Press.
- Locke, J. (1690). *An Essay Concerning Human Understanding*. Vol. II.
- Mueller, I. (1970). Aristotle on Geometrical Objects. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 52, (2), 156-171.
- Netz, R. (2003). *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics: A Study in Cognitive History*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ross, W. D. (1949). *Aristotle's Prior and Posterior Analytics*. Oxford: Clarendon Press.
- Ross, W. D. (2002). *Aristoteles* (çev. A. Aslan, Z. Kurtoğlu, İ. O. Anar, Ö. Y. Kavasoglu). İstanbul: Kabalcı Yayınevi.
- Studtmann, P. (2002). The Body Problem in Aristotle. *Apeiron*, 35 (3), 211-234.
- Szabó, Á. (1969). *Anfänge der griechischen Mathematik*, München und Wien: R. Oldenbourg.
- Szabó, Á. (1978). *The Beginnings of Greek Mathematics*. Dordrecht: Springer.
- Van der Waerden, B. L. (1978). Die Postulate und Konstruktionen der Frühgriechischen Geometrie. *Archive for History of Exact Sciences*, 18, 343-357.
- Von Aster, E. (1945). *Bilgi Teorisi ve Mantık* (çev. M. Gökberk). İstanbul: M. Sadık Kağıtçı Matbaası.
- Von Fritz, K. (1955). Die APXAI in der Griechischen Mathematik. *Archiv für*



Begriffsgeschichte, 1, 13-103.

Waschkies, H.-J. (2004). Introduction. *Classics in the History of Greek Mathematics* (ed. J. Christianidis). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Yıldırım, C. (2016). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

Öz: Matematik felsefesi hakkında sorulacak sorular oldukça fazla olmasına rağmen, sorulacak temel sorular varlık açısından matematik nesnenin ne olduğu ve bilgi açısından matematik akıl yürütmenin ne olduğu soruları olacaktır. Bu sorulara verilecek cevaplar çerçevesinde diğer sorunların paralel bir şekilde gelişeceği açıktır. Bu sebeple Aristoteles'in matematik felsefesinin anlaşılması için bu iki temel sorun üzerinden yaklaştığımızda soyutlama kavramıyla karşılaşırız. Çalışmamda çizdiğim plana göre, Aristoteles'in matematik felsefesini anlamak amacıyla oluşturduğu matematik soyutlamayı açıklamaya çalışacağız.

Anahtar Kelimeler: Aristoteles, matematik, matematik felsefesi, soyutlama, matematik soyutlama.

