

T.C.  
BARTIN ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ (AİBÜ ORTAK) BİLİM DALI

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN OLASILIKSAL AKIL YÜRÜTME  
SEVİYELERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN

Gülsüm Gülşah BURSALI

DANIŞMAN

Dr. Öğr. Üyesi Özge GÜN

BARTIN-2019

**T.C.**

**BARTIN ÜNİVERSİTESİ**

**EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**MATEMATİK EĞİTİMİ (AİBÜ ORTAK) BİLİM DALI**

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN OLASILIKSAL AKIL YÜRÜTME  
SEVİYELERİNİN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**HAZIRLAYAN**

**Gülsüm Gülşah BURSALI**

**DANIŞMAN**

**Dr. Öğr. Üyesi Özge GÜN**

**BARTIN-2019**

## KABUL VE ONAY

Gltim Glah BURSALI tarafından hazırlanan ‘‘Ortaokul ğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin İncelenmesi’’ başlıklı bu çalışma, 12/06/2019 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR



ye : Doç. Dr. Recai AKKUŞ



ye : Dr. Öğr. Üyesi zge GÜN



Bu tezin kabul Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun .../.../... tarih ve .... sayılı kararıyla onaylanmıştır.



Prof. Dr. Nuriye SEMERCİ  
Enstitü Müdürü

### BEYANNAME

Bartın Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna Dr. Öğr. Üyesi Özge GÜN'ün danışmanlığında hazırlamış olduğum "Ortaokul Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin İncelenmesi" adlı yüksek lisans tezimin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

12/06/2019



## ÖNSÖZ

Öncelikle bir araştırmanın ortaya çıkmasında, yapılmasında ve yazılmasında bin bir emeğin olduğu, her cümlenin zahmetle ve uğraşla yazıldığını, her bir cümlenin ayrı ayrı emek olduğunu fark etmiş olmakla birlikte öncelikle akademiye gönül ve emek vermiş tüm alanlardaki tüm hocalarımı saygı ve sevgiyle anıyor ve kutluyorum. Her cümledeki emeği ancak bu uğurda yol yürüyenler bilebilir!

Beni ve bu yolda yürümemi her daim destekleyen aileme ilk teşekkürü borç bilirim. Canım annem Necla CAN, babam Ali CAN ve bir tanecik kardeşim Neslişah CAN'a yanımda oldukları, destekleri, motiveleri ve benim ailem oldukları için teşekkürlerin ilkini gönderiyorum.

Yüksek lisansa başladığım günden itibaren bana dokunan her hocamın bende ayrı bir katkısı mevcuttur. Bartın Üniversitesi'nde ders aldığım değerli hocalarım Doç. Dr. Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR'e, Dr. Öğr. Üyesi Neslihan USTA'ya, Doç. Dr. Ayla ÇETİN DİNDAR'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi'nde yüksek lisans eğitimime katkı sağlayan ve bana kattıkları benim için en büyük şanslardan biri olan Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR'a, Doç. Dr. Recai AKKAYA'ya ve Doç. Dr. İbrahim ÇETİN'e ayrıca katkılarından dolayı Doç. Dr. Recai AKKUŞ'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Ayrıca yüksek lisans eğitimime başlamamla hayatıma girmiş, her an desteğiyle ve varlığıyla hayatımı süslemiş, birbirimize tutunarak ilerlediğimiz can arkadaşım İlayda YILDIRIM'a en güzel duygularıyla teşekkürlerimi sunuyorum.

Her an, her zorlukta sabırla bana yol gösteren, yoluma ışık tutan, bilgi ve görüşlerini benden esirgemeyen danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Özge GÜN'e sonsuz teşekkür ederim.

Teşekkürlerin en büyüğünü ise can yoldaşım, hayat arkadaşım, en büyük destekçim, yardımcım ve saymadığım birçok değerliyle eşim Şerif Ahmet BURSALI'ya sunuyorum.

*Aileme ve eşime...*

## ÖZET

### Yüksek Lisans Tezi

### Ortaokul Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin İncelenmesi

Gülsüm Gülşah BURSALI

Bartın Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman Dr. Öğr. Üyesi Özge GÜN

Bartın-2019, Sayfa: XV + 152

Bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin öznel, geçişken, informel niceliksel ve sayısal seviyelerindeki olasılıksal akıl yürütmelerini incelemektir. Ayrıca bu araştırmada öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinin sınıf düzeyine ve matematik başarısına göre nasıl değişim gösterdiğinin incelenmesi de amaçlanmıştır. Araştırma 2018-2019 eğitim öğretim yılı I. ve II. dönemlerinde Balıkesir ilinin Edremit ilçesinde yer alan alt sosyo-ekonomik durumdaki öğrencilerin bulunduğu bir devlet ortaokulunda gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar bu ortaokulda 5, 6, 7 ve 8. sınıflara devam eden yirmi dört öğrenciden oluşmaktadır. Öğrenciler 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri arasından her bir sınıf seviyesinden altışar öğrenci olmak üzere maksimum çeşitlilik örneklemesine uygun olacak şekilde seçilmiştir. Bu seçim, öğrencilerin, sınıflarında matematik derslerindeki başarı düzeylerinin alt, orta ve üst düzey olmasına dikkat edilerek her düzeyden ikişer öğrenci olmak üzere bir önceki yılki matematik not ortalamaları dikkate alınarak yapılmıştır. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmeleri ile ilgili veriler, yarı-yapılandırılmış görüşmeler ile öğrencilerin görüşme esnasındaki çözüm ve çizimlerinden elde edilmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin öznel, geçişken, informel niceliksel ve sayısal seviyelerine yönelik 16 problem kullanılmıştır. Toplanan veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Veri analizinde Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) tarafından geliştirilen “Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütmelerini Açıklayan Çerçeve” esas alınmıştır.

Araştırmada olasılığa ait 6 kavram (örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık) için öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri incelenmiştir. Araştırmanın sonuçları öğrencinin her bir olasılıksal kavram için 4 akıl yürütme seviyesi boyunca ilerlediğini göstermiştir. 24 öğrenciden 2 öğrenci tüm kavramlarda aynı seviyede yer almıştır. 11 öğrenci ise 6 kavramdan beşinde aynı seviyede olasılıksal akıl yürütme sergilemişlerdir. Diğer öğrencilerin ise genelde 1 alt veya 1 üst olmak üzere yakın seviyelerde tutarlı şekilde devam ettiği belirlenmiştir.

Araştırma bulgularına göre 6 kavramda da öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 2. seviyede (geçişken) yoğunlaştığı tespit edilmiştir. Sınıf seviyesi yükseldikçe öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin tutarlı şekilde yükselmediği belirlenmiştir. Ayrıca ğrencilerin matematik başarı düzeylerine göre olasılıksal akıl yürütme seviyeleri incelendiğinde üst düzey matematik başarısına sahip öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinin de üst seviyelerde yer aldığı tespit edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Matematik eğitimi, ortaokul öğrencileri, olasılıksal akıl yürütme

## **ABSTRACT**

### **Investigation of Probabilistic Reasoning Levels of Secondary School Students**

**Gülsüm Gülşah BURSALI**

**Bartın University  
Graduate School of Educational Sciences  
Department of Mathematics and Science Education**

**Assist. Prof. Dr. Özge GÜN**

**Bartın-2019, Page: XV + 152**

The aim of this study is to investigate the probabilistic reasonings of secondary school students at subjective, transitive, informal quantitative and quantitative levels. Besides, in this study it is aimed to investigate that how students' probabilistic reasonings change according to grade level and mathematics achievement. The study was conducted in a public secondary school with students in a low socio-economic status in Edremit district of Balıkesir province during the I. and II. semester of the 2018-2019 academic year. The participants of the study consist of twenty-four 5, 6, 7 and 8. grade students in this school. Students were selected from 5, 6, 7 and 8 grade students with six students of each grade according to maximum diversity sampling. This selection was made according to the students' mathematics grade points averages of the previous year where two students were selected from three achievement levels of low, medium and high from each grade. Data related to the students' probabilistic reasonings were obtained from the semi-structured interviews and students' solutions and drawings during the interviews. In the interviews, 16 problems were used for subjective, transitional, informal quantitative and numerical levels. Data were analyzed by content analysis. Data analysis was based on the "Framework for Explaining Probability Reasonings of Students" developed by Jones, Thornton, Langrall and Tarr (1999).

In the study, students' probabilistic reasoning levels were investigated for 6 concepts of probability (sample space, experimental probability of an event, theoretical probability of an event, comparison of probabilities, conditional probability and independence). The results of the study revealed that the students progressed through all 4 levels of probabilistic reasoning for each probabilistic concept. 2 students from 24 students were in the same level for all concepts. 11 students were in the same level for five of the 6 concepts. It was determined that the other students continued to be consistently at one level down or one level up in general.



According to the results of the study, students were mostly in the second level (transitional) of probabilistic reasoning for all 6 concepts. As the grade level increases, it was found that the students' probabilistic reasoning levels increase consistently. In addition, when students' levels of probabilistic reasoning were investigated according to their mathematics achievement level it was determined that students who have high level of mathematics achievement were also in higher levels of probabilistic reasoning.

**Keywords:** Mathematics education, secondary school students, probabilistic reasoning

## İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY .....	ii
BEYANNAME.....	iii
ÖNSÖZ.....	iv
ÖZET .....	v
ABSTRACT .....	vii
İÇİNDEKİLER.....	ix
TABLolar LİSTESİ .....	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiii
EKLER LİSTESİ.....	xv
BÖLÜM I .....	1
GİRİŞ .....	1
1.1. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi .....	5
1.2. Araştırmanın Amacı .....	6
1.3. Araştırmanın Problemi .....	6
1.4. Varsayımlar .....	7
1.5. Sınırlılıklar .....	7
1.6. Kısaltmalar .....	7
BÖLÜM II .....	8
KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR .....	8
2.1. Olasılıksal Akıl Yürütme .....	8
2.2. Olasılık Konusunun Matematik Dersi Öğretim Programlarındaki Yeri .....	30
2.3. Olasılıksal Akıl Yürütme Üzerine Yapılan Çalışmalar.....	34
BÖLÜM III.....	45
YÖNTEM .....	45
3.1. Araştırmanın Deseni.....	45
3.2. Katılımcılar.....	45

3.3. Veri Toplama Aracı.....	48
3.3.1. Pilot Uygulamalar .....	56
3.4. Araştırmacının Rolü .....	58
3.5. Verilerin Toplanması.....	58
3.6. Verilerin Analizi.....	58
<b>BÖLÜM IV .....</b>	<b>67</b>
<b>BULGULAR.....</b>	<b>67</b>
4.1. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyeleri .....	67
4.2. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin 6 Olasılıksal Kavrama Göre Dağılımı.....	71
4.3. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin Sınıflara Göre Dağılımı ....	80
4.4. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin Matematik Başarısına Göre Dağılımı.....	83
4.5. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin Özellikleri.....	91
<b>BÖLÜM V .....</b>	<b>114</b>
<b>SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER .....</b>	<b>114</b>
5.1. Sonuçlar ve Tartışma.....	114
5.2. Öneriler.....	119
<b>KAYNAKÇA .....</b>	<b>122</b>
<b>EKLER .....</b>	<b>130</b>
Ek-1: Görüşme soruları .....	130
Ek-2: Görüşme sorularında her alt problemin ölçtüğü olasılıksal kavramlar ve alt kavramlar.....	137
Ek-3: Kodlar .....	144
Ek-4: Olasılıksal kavramların akıl yürütme seviyelerine göre açıklaması ve kodlar.	147
Ek-5: Sosyal ve Beşeri Bilimleri Etik Kurulu onay belgesi.....	148
Ek-6: Araştırma izni.....	149
Ek-7: Gözlemci notları .....	150

Ek-8: Görüşme süreçlerinden örnekler .....	151
ÖZGEÇMİŞ.....	152

## TABLolar LİSTESİ

<b>Tablo</b>	<b>Sayfa</b>
<b>No</b>	<b>No</b>
<b>2.1:</b> Piaget & Inhelder'in (1951) dönemlere göre olasılıksal akıl yürütme açıklamaları (Way, 2003, s.45) .....	11
<b>2.2:</b> Fischbein'in olasılıksal düşünme gelişimin özelliklerinin özeti (Way, 2003, s.50) ....	13
<b>2.3:</b> Jones ve arkadaşlarının (1997) olasılıksal düşünmeyi değerlendirme çerçevesi (s. 103) .....	15
<b>2.4:</b> Ortaokul öğrencilerinin koşullu olasılık ve bağımsızlık konusundaki akıl yürütmelerini değerlendirmek için genişletilmiş çerçeve (Tarr & Jones, 1997, s. 38) .....	18
.....	20
<b>2.5:</b> Olasılıksal akıl yürütme analiz tablosu (Jones vd., 1999, s. 150) .....	20
<b>2.6:</b> Way'in (2003) belirlediği seviyelerin özeti (s.191) .....	27
<b>2.7:</b> PISA belirsizlik alan yeterlik düzeyleri (Seis, 2011, s. 43) .....	29
<b>2.8:</b> Programlarda olasılık alanıyla ilgili temel kavram ve becerilerin dağılımı ve ilk kez karşılaştıkları sınıf seviyesi (Ader, 2018, s. 300) .....	31
<b>2.9:</b> Olasılık konusunun MEB (2009) müfredatındaki yeri (MEB, 2009, s. 119).....	31
<b>2.10:</b> Olasılık konusunun MEB (2013) müfredatındaki yeri (MEB, 2013, s. 42).....	32
<b>2.11:</b> Olasılık konusunun MEB (2018) müfredatındaki yeri (MEB, 2018, s. 76).....	32
<b>2.12:</b> NCTM'ye göre olasılık konusundaki beklentiler (Van De Walle, 2014, s. 531).....	33
<b>3.1:</b> Araştırma grubunu oluşturan öğrencilerin özellikleri .....	47
<b>3.2:</b> Araştırmaya katılan öğrencilerin başarı ve sınıf düzeyine göre dağılımı.....	48
<b>3.3:</b> Görüşme sorularının alındığı çalışmalar .....	49
<b>3.4:</b> Görüşme sorularının ölçtüğü olasılıksal kavramlar .....	50
<b>3.5:</b> Öğrenci cevaplarına örnekler .....	66
<b>4.1:</b> Öğrencilerin örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılığın karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarına göre olasılıksal akıl yürütme seviyeleri.....	72
<b>4.2:</b> Sınıflara göre öğrencilerin akıl yürütme seviyeleri.....	81
<b>4.3:</b> Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin matematik başarı düzeylerine göre dağılımı.....	83

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil No	Sayfa No
3.1: İki aşamalı örnek uzayın tam listesini verebilen öğrenci cevabı örneği .....	60
3.2: Olayın deneysel olasılığı için örnek öğrenci cevabı.....	61
3.3: Olayın teorik olasılığı için 4. seviye öğrenci cevabı .....	62
3.4: Olasılıkların karşılaştırılması için örnek öğrenci cevabı.....	63
3.5: Koşullu olasılık için öğrenci cevabı örneği.....	64
3.6: Bağımlı bağımsız olaylar için örnek öğrenci cevabı .....	65
4.1: Öğrencilerinin altı kavrama göre olasılıksal akıl yürütme seviyeleri .....	67
4.2: Olasılıksal kavramlara göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin dağılımı .....	72
4.3: Ö <sub>7,6</sub> 'nın üç aşamalı örnek uzayı listelemesi .....	75
4.4: Ö <sub>8,6</sub> 'nın 1. probleme ilişkin çözümü .....	77
4.5: Ö <sub>6,1</sub> 'in 9. probleme yönelik cevabı.....	78
4.6: Ö <sub>7,3</sub> 'ün 11. probleme ait cevabı.....	78
4.7: Sınıflara göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin dağılımı .....	82
4.8: Matematik başarısına göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin dağılımı .....	90
4.9: Ö <sub>6,3</sub> 'ün 3. probleme verdiği yanıt.....	92
4.10: Ö <sub>6,3</sub> 'ün deneysel olasılık için cevabı .....	93
4.11: Ö <sub>6,1</sub> 'in 1. probleme cevabı.....	94
4.12: Ö <sub>5,2</sub> 'nin bağımlı bağımsız olaya ilişkin probleme ilişkin cevabı .....	95
4.13: Ö <sub>6,5</sub> 'in bağımlı bağımsız olaya ilişkin probleme ilişkin cevabı .....	95
4.14: Ö <sub>8,2</sub> 'nin iki aşamalı örnek uzaya yanıtı .....	97
4.15: Ö <sub>7,3</sub> 'ün deneysel olasılığa ilişkin deneme sonuçları ve değerlendirmesi .....	98
4.16: Ö <sub>8,1</sub> 'in olasılıkları karşılaştırmasındaki cevabı .....	99
4.17: Ö <sub>8,1</sub> 'in olasılıkları karşılaştırmasındaki ikinci cevabı .....	100
4.18: Ö <sub>7,2</sub> 'nin iki aşamalı örnek uzayı listeleme örneği .....	103
4.19: Ö <sub>7,2</sub> 'nin üç aşamalı örnek uzay listeleme örneği .....	103
4.20: Ö <sub>6,4</sub> 'ün teorik olasılık ifadesi.....	104
4.21: Ö <sub>6,2</sub> 'nin problem 9'a dair cevabı .....	105
4.22: Ö <sub>7,5</sub> 'in problem 15'e verdiği yanıt .....	107

<b>4.23:</b> $\mathcal{O}_{5,6}$ 'nın iki aşamalı örnek uzayı listelemesi .....	108
<b>4.24:</b> $\mathcal{O}_{5,6}$ 'nın üç aşamalı örnek uzayı listelemesi .....	109
<b>4.25:</b> $\mathcal{O}_{7,6}$ 'nın teorik olasılık hesaplamaları .....	111
<b>4.26:</b> $\mathcal{O}_{7,6}$ 'nın 13. problem için cevabı .....	112
<b>4.27:</b> $\mathcal{O}_{8,5}$ 'in 16. probleme ait çözümü .....	113

## EKLER LİSTESİ

<b>EK</b>	<b>Sayfa</b>
<b>No</b>	<b>No</b>
1. Görüşme soruları.....	130
2. Görüşme sorularında her alt problemin ölçtüğü olasılıksal kavramlar ve alt kavramlar.....	137
3. Kodlar.....	144
4. Olasılıksal kavramların akıl yürütme seviyelerine göre açıklaması ve kodlar ..	147
5. Sosyal ve Beşeri Bilimleri Etik Kurulu onay belgesi.....	148
6. Araştırma izni.....	149
7. Gözlemci notları.....	150
8. Görüşme süreçlerinden örnekler.....	151



# BÖLÜM I

## GİRİŞ

Matematik, doğası gereği muhakeme yapmayı gerektirdiğinden matematik öğrenme sürecinde muhakeme becerisinin geliştiği söylenebilir (Gürbüz & Erdem, 2014) ve muhakeme matematiğin temelini oluşturur (Umay, 2003). Hatta matematik, doğayı muhakeme süzgecinden geçirerek nicel bakış açısıyla başka bir deyişle akıl yürüterek anlama çabası olarak tanımlanabilir (Erdem, 2015). Matematik eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, iletişim, araştırma, sorgulama genelleme yapabilme, yaratıcı ve bağımsız düşünebilme, problem çözme becerisi gibi birçok düşünme biçimini içererek bireyin zihinsel gelişimine katkı sağlar ve bireye günlük hayat durumlarında yardımcı olur. Matematik eğitiminin amaçlarından biri çocuklarda bağımsız ve yaratıcı düşüncüyü geliştirmek, matematiksel düşünmeyi öğretmektir (Baki, 2008). Bu doğrultuda olasılık ve istatistik konularının matematiğin en önemli amaçlarından biri olan, bağımsız yaratıcı düşünme becerisini ve temel bir düşünme tipi olan, olasılığa dayalı düşünme becerisini geliştirmesi açısından çok önemlidir (Akkaya, 2010; Gürbüz, 2007).

Matematikte, diğer bilimlerde ve günlük hayatta karşılaşılan birçok problem olasılıksal akıl yürütme becerisine dayalı olarak çözülebilir. Günlük yaşamda karşılaşılan durumlarda, muhakemede bulunma ve olasılıksal muhakeme eylemleri birlikte kullanılarak etkili kararlar verilebilir ve ayrıca olasılık eğitimi, muhakemede bulunma yeteneğini geliştirebilmektedir (Erdem, 2011).

Olasılığın hayatımızda sezgisel yönüyle ve informel olarak birçok durumda yeri vardır. Belirsizlik altında karar vermeyi gerektiren günlük yaşam koşullarında olasılıksal durumları değerlendirmekle karşı karşıya kalınır. Olasılık hayatımızın aslında her anına yansıyan bir olgudur çünkü hayatımızı oluşturan tercihler, şekillendiren kararlar, problemlerin çözüm yollarının analizi, yaşama yön veren tahminler gibi olasılığa dâhildir. Olasılık diğer tüm matematik konu ve kavramları gibi hayat kaynaklıdır. Dolayısıyla olasılık kavramı günlük hayatımızla iç içedir ve farkında olarak ya da olmayarak gün içinde çok kez olasılık hesapları yaparız (Dereli, 2009; Erkin-Kavasoğlu, 2010). Olasılık günlük yaşamın karar verme sürecinde etkin rol oynayan bir alandır (Tunç, 2006) ve üstünde durulması gereken önemli konulardan biridir (Alp, 2010).

Olasılık, önceden sonucu kesin olarak belli olmayan olgunun sonucunu tahmin etmektir (Güzel & Ünal, 2015). Belirsizliklerle dolu hayatta yanlış olasılık kavramının eksikliği birçok yanlış anlamalara, yanlış kararlara, kazalara yol açacaktır. Etkili kararlar verebilmek için yeterli olasılık bilgi ve becerisine sahip olmak gerekir (Erdem, 2011). Günlük yaşayışımızda karşılaştığımız pek çok olay ve verdiğimiz pek çok kararın olasılıksal kavramıyla ilgili olduğu gibi aynı zamanda olasılık şansı ilgilidir (Alp, 2010). Ayrıca olasılık şansın matematiğidir (Baykul, 2002).

Olasılık kuramının 1654 yılından itibaren ortaya çıktığı ve Gottfried Wilhelm von Leibniz'in (1646-1716) Pierre de Fermat ile yazışmalarından doğduğu söylenmektedir (Gillies, 2000'den akt. Güzel & Ünal, 2015). Ancak tarihte Chevalier de Méré'nin Blaise Pascal'a yönelttiği soru üzerine olasılık kuramının başladığına dair söylemler de mevcuttur. Blaise Pascal'ın 1651-1654 yılları arasında zaman zaman kumar oynadığı söylenir. Chevalier de Méré'in de kumara başlamış olduğu bu günlerde içinden çıkamadığı zar ihtimalleri içeren soruyu Pascal'a sormuştur. Sorun Pascal'ın soruyu matematiksel olarak çözmesiyle nihayet bulmuş olur. Ayrıca ilerleyen yıllarda Christiaan Huygens 1657 yılında "On Reasoning in Games of Change" (Şans Oyunlarının Mantığı) adlı kitabında olasılık kuramının matematik temelini işleyen ilk kitabı yazmıştır. Kökleri şans oyunlarına dayanan olasılık kuramı, günümüzde insan bilgisinin önemli araçlarından biri durumuna gelmiştir (Güzel & Ünal 2015). Olasılık hesabı başlangıçta şans oyunları ile canlandırılmış olsa da bugün olasılık kuramı, şans oyunlarına uygulanma özeliğini çoktan aşmış bilim, endüstri, ekonomi, spor, yönetim gibi çağdaş insanın yaşamını etkileyen her alana girmiştir. İstatistik ve olasılık, pek çok şekilde belirsizlik durumlarıyla karşılaştığımızda yararlanılan bir alan olarak yerini almıştır (Akkaya, 2010). Olasılık, bir dizi meslek ve sektörde; yazılımlar, finansal analiz, tıp, fizik, psikoloji, adli bilim, bilgisayar gibi pek çok alanda risk değerlendirmelerinde ve bilimsel araştırmalarda kullanılmaktadır.

Olasılık, doğası gereği üst düzey düşünmeyi gerektiren matematiksel ve olasılıksal muhakeme yoluyla bazı çıkarımlarda bulunmayı sağlar (Gürbüz & Erdem, 2014). Problem çözme, akıl yürütme, iletişim ve ilişkilendirme becerileri ile etkin bir etkileşim içinde olan istatistiksel ve olasılıksal düşünme, matematiksel düşünme içinde önemli bir bileşendir (Çakmak & Durmuş, 2015). Olasılıksal akıl yürütme (muhakeme), kişinin bir olayın meydana gelme olasılığını belirleme kabiliyeti (Fast, 1999) ve aynı zamanda bir kişinin herhangi bir olası duruma karşı bilişsel tepkisi olarak tanımlanmıştır (Jones vd., 1999).

Matematiksel muhakeme sürecinde kullanılan ve zihni çalıştırmayı gerektiren düşünme becerilerinin tamamında olasılıksal muhakemenin olduğu söylenebilir (Gürbüz & Erdem, 2014). Olasılıksal akıl yürütme ve düşünme ilk olarak 1951 yılında Piaget ve İnhelder'in çalışmasında yer almaktadır. Olasılıksal akıl yürütme burada Piaget'in bilişsel gelişim teorisine uygun üç aşamada açıklanmıştır. İşlem öncesi dönemde çocukların (4-7 yaş), mantıktan çok sezgisel davrandıkları belirtilmiştir. Somut işlemler döneminde çocuğun (7-12 yaş) bu entelektüel işlemleri edinmeye başladığı ve soyut işlemler döneminde çocukların (yaklaşık 12 yaş ve üstü) olasılık dağılımları hakkında genellemeler yapmalarını ve daha karmaşık durumları anlamalarını sağlayan entelektüel işlemlere sahip olduğu belirtilmiştir (Way, 2003). Günümüze yaklaştıkça olasılıksal düşünme ve akıl yürütme üzerine çalışmalar devam etmiştir (Fischbein, 1975; Fischbein & Schnarch, 1997; Jones vd., 1997, Jones vd., 1999; Polaki, 2000; Polaki, 2002; Erdem & Gürbüz, 2014; Doruk, Duran & Kaplan, 2018).

Olasılık modern toplumun gerekli bir bileşeni olmuştur ve olasılığın bu gibi nedenle okul müfredatlarında yeri önemlidir. Ortaokul öğrencilerinin olasılıksal düşünme ile erken yaşlarda tanışmaları ve programların seneler içinde üzerine koyarak ilerlemesi olasılıksal düşünmenin olgunlaşması yönünden faydalıdır (Ader, 2018). Hayatı bu derece etkileyen, bilimsel araştırmalara fayda sağlayan olasılık hesapları 1977 programında yer almıştır. 1990'dan günümüze kadar ise olasılık hesaplarının yanı sıra imkânsız ve kesin olaylar, olasılık değerlerinin anlamlandırılması ve farklı olasılıklarının değerlendirilmesine dair kazanımlara yer verilmiştir. 2005 yılında ise olasılık altın çağını yaşamıştır ve olasılıksal düşünmenin alan yazında öne çıkan temel kavram ve becerileri ile örtüşür durumdadır. 2013 ve 2017 programlarında bu kavram ve becerilere önem vermeye devam edilse de bir kısmı lise programı kapsamına alınmıştır. Ayrıca 2005 yılı haricindeki yıllardaki programlarda olasılığın ortaokul son sınıfta öğretilmesine dair yönelim mevcuttur (Ader, 2018). 2013'te yenilenen matematik öğretim programında olasılık konusuna sadece 8. sınıf kazanımlarında yer verilmiştir. 2018 ortaokul matematik öğretim programında ise 2013 programına benzer şekilde olasılık konusu sadece 8. sınıf kazanımlarında "Basit Olayların Olma Olasılığı" alt öğrenme alanı dâhilinde yer almaktadır (MEB, 2018). Ancak bu durum Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi'nin (National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]) belirtilen 6-8. sınıf beklentilerinden daha çok 3-5. sınıf beklentilerine uymaktadır. Buradan yola çıkarak ülkemizde olasılık eğitimine geç kalındığı söylenebilir. Ayrıca programlar matematik

öğretimindeki genel hedefler çerçevesinde incelendiğinde hiçbir programda olasılıksal düşünme ile ilgili ayrıntılı açıklamalara rastlanamamaktadır (Ader, 2018).

Ayrıca eğitim sürecinde olasılık kavramlarının yeterince öğretilmemesi önemli problemlerden birisidir (Dereli, 2009). Olasılık konusu bu kadar önemli olmasına rağmen, bu konuya ilişkin kavramlar çeşitli nedenlerden dolayı etkin bir şekilde öğretilmemektedir (Gürbüz vd., 2010). Boyacıoğlu, Erduran & Alkan'ın (1996) çalışmasında elde edilen bulgulara göre permütasyon ve olasılık konusu öğrencilerin %91'inin anlamakta zorluk çektikleri konu olarak belirlenmiştir. Aynı çalışmada bu konu %84 oran ile öğretmenlerin işlemekte en çok zorlandığı konu olarak ilk sırada yer almıştır. Ayrıca çocukların temel olasılık kavramlarını anlaması herhangi bir eğitim almadan da sezgisel olarak gelişmekte ve bu durum onların kavram yanılgısına düşmelerine de sebep olabilmektedir (Fischbein & Schnarch, 1997; Greer, 2001; Shaughnessy, 1993). Memnun, Altun ve Yılmaz (2010) öğrencilerin olasılık ile ilgili temel kavramları anlamada zorlandıklarını belirtmiştir. Öğrencilerin örnek uzay kavramını anlama ve kullanmada zorluk çektiklerini, olasılık olayları ile ilgili muhakeme yapmada yetersiz olduklarını ve ayrık olay, bağımsız olay gibi bazı olasılık kavramlarını anlamlandırmada zorlandıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca bazı olasılık kavramlarının öğrenilmesinde öğrencilerin yaş ve gelişmişlik düzeylerinin önemli bir rol oynadığını raporlamış ve bunun neticesinde olasılık kavram öğretiminin ve olasılık bilgisinin gerçek yaşam problemlerinde kullanımında yaşın ve sınıf düzeyinin etkisinin araştırılabileceğini önermiştir. Erdem (2011) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerisi ile olasılıksal muhakeme becerisinin ilişkisini incelemiş ve bu iki beceri arasında pozitif ve yüksek bir ilişki olduğunu raporlamıştır ayrıca, özel durum çalışmasıyla öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri ve olasılıksal düşünme yapılarının daha detaylı araştırılmasını önermiştir. Bu önerilerin paralelinde bu çalışmada, farklı yaşlarda, farklı sınıflarda ve farklı düzeylerde olan ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmelerinin derinlemesine incelemek hedeflenmiştir. Konuya ilişkin kavram yanılgılarının ve öğrenme zorluklarının önüne geçilmesi ve kişilerin günlük hayatlarında olasılıksal akıl yürütmelerinin önemi gereğince öğrencilerin olasılığı ve olasılıksal durumları nasıl algıladıkları, nasıl çıkarımlarda buldukları ve olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin incelenmesi gerekmektedir.

## 1.1. Araştırmanın Gereçesi ve Önemi

Matematik eğitiminin amaçlarından biri çocuklarda bağımsız ve yaratıcı düşünceyi geliştirmek, matematiksel düşünmeyi öğretmektir (Baki, 2008). Olasılık eğitimi ise bu bağımsız ve yaratıcı düşünmenin yanı sıra olasılığa dayalı düşünme becerisinin gelişimi açısından oldukça önemlidir. Olasılıksal akıl yürütme matematiksel akıl yürütmede özel bir yere sahiptir çünkü olasılıksal akıl yürütme ve düşünme kesin olmayan durumlardaki akıl yürütmeleri içermektedir (Jones vd., 1999). Olasılıksal düşünme ve akıl yürütme yaratıcılığın ve doğru kararlar verme, doğru analizler yapmanın temel şartlarından. Çünkü olasılıksal akıl yürütme matematiksel muhakeme sürecinde kullanılan ve zihni çalıştırmayı gerektiren düşünme becerilerinin tamamında yer almaktadır ve olasılık doğası gereği üst düzey düşünmeyi gerektiren matematiksel ve olasılıksal muhakeme yoluyla bazı çıkarımlarda bulunmayı sağlar (Gürbüz & Erdem, 2014).

Alan yazın incelendiğinde olasılık konusuyla olasılık kavramsal bilgi ve kavramsal gelişimleri üzerine (Ata, 2013; Bulut & Şahin, 2003; Gürbüz, 2006; Memnun, Altun & Yılmaz, 2010); farklı yaklaşım ve öğretim tekniklerinin olasılık öğretimi, olasılık başarısı ve tutumlara üzerine etkisinin araştırılması adına (Akkaya, 2010; Avaroğlu, 2013; Bulut, 1994; Berkün, 2016; Besler, 2009; Cihan, 2017; Efe, 2011; Ekinözü, 2003; Ercan, 2008; Erkin-Kavasoglu, 2010; Ersoy, 2013; Geçim, 2012; Özdemir, 2012; Sümersan-Seyhanlı, 2007; Şan, 2014; Şen, 2010; Şen, 2010; Topbaş-Tat, 2014; Tuncer, 2011; Tunç, 2006; Ünlü, 2008; Ünlü, 2015; Yağcı, 2010); olasılığın öğrenilmesinde yaşanan zorluklar üzerine (Bulut, Yetkin & Kazak, 2002; Çakmak & Durmuş, 2015; Memnun, 2008) ve kavram yanılgıları üzerine (Çelik & Güneş, 2007; Dereli, 2009; Hayat, 2009; İlgün, 2013; Karapür, 2002; Mut, 2003; Öçal, 2014; Özen, 2013) pek çok çalışma yapılmıştır. Bizzat olasılıksal akıl yürütme üzerine yapılan çalışmalar ise oldukça az sayıdadır (Doruk, Duran & Kaplan, 2018; Fırat, Gürbüz & Doğan, 2016; Gürbüz & Erdem, 2014). Ayrıca öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyeleriyle ilgilenen çalışmaya rastlanamamıştır. Ancak farklı yaşlarda, farklı sınıflarda ve farklı düzeylerde olan ortaokul öğrencilerinin olasılığı kavrayışları ve olasılıksal düşünme durumlarını derinlemesine incelemesi önem arz etmektedir. Konuya ilişkin kavram yanılgılarının ve öğrenme zorluklarının önüne geçilmesi ve kişilerin günlük hayatlarında olasılıksal akıl yürütmelerinin önemi gereğince öğrencilerin olasılığı ve olasılıksal durumları nasıl algıladıkları, nasıl çıkarımlarda buldukları ve olasılıksal akıl yürütmelerinin incelenmesi gerekmektedir ve bu inceleme olasılık konularının öğretimine ilişkin önemli katkı sağlayabilir. Bu doğrultuda bu

çalışmada ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyelerini incelemek hedeflenmiştir.

Ayrıca matematik eğitim programlarının değiştirilip geliştirilmesinde öğrencilerin olasılık süreçlerinin incelenmesi gerekmekte ve böylelikle sınıf içi etkinliklerde bu inceleme ve sonuçlarına göre hazırlanmış olasılık programları uygulanmaktadır (Jones vd., 1997). Bu açıdan da öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinin incelenmesinin oldukça önemli olduğu düşünülmektedir.

Yapılan bu çalışma, Türkiye’de şimdiye kadar dört (öznel-geçişken-informel nicel-sayısal) olasılıksal akıl yürütme seviyelerini inceleyen ilk çalışma olmuştur. Bu çalışma sayesinde Türk öğrencilerin altı kavrama (örnek uzay-olayın deneysel olasılığı-olayın teorik olasılığı-olasılıkların karşılaştırılması-koşullu olasılık-bağımsızlık) yönelik olasılıksal akıl yürütme sürecinde hangi seviyelerde yer aldıkları belirlenecektir. Çalışmanın alan yazına ve olasılıksal akıl yürütmeye ilgili yapılacak yeni çalışmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## **1.2. Araştırmanın Amacı**

Bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarında olasılıksal akıl yürütmeleri incelemek ve seviyelerini belirlemektir. Ayrıca bu araştırmada öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinin sınıf düzeyine ve matematik başarısına göre nasıl değişim gösterdiğinin incelenmesi de amaçlanmıştır.

## **1.3. Araştırmanın Problemi**

Araştırmanın amacını gerçekleştirmek için aşağıdaki problem cümlesi ifade edilmiştir:

Ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmeleri ne seviyededir?

Bu problem cümlesine bağlı olarak aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır:

- 1) Ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri, 6 olasılıksal kavrama (örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, koşullu olasılık ve bağımsızlık) göre nasıldır?

- 2) Ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri sınıf düzeylerine göre nasıl bir değişim göstermektedir?
- 3) Ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri matematik başarılarına göre nasıl bir değişim göstermektedir?

#### **1.4. Varsayımlar**

Araştırmada öğrencilerin bir önceki sene sonu matematik ortalamaları öğrencilerin başarı durumları için geçerli varsayılmıştır.

#### **1.5. Sınırlılıklar**

1. Araştırma Balıkesir İlinin Edremit İlçesindeki bulunan bir devlet okulu ve bu okulda eğitim-öğretimlerini sürdüren 24 öğrenci ile sınırlıdır.
2. Araştırma 2018-2019 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.
3. Araştırmada görüşme soruları, öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerini açığa çıkarmaya yönelik 16 soru ve alt sorular ile sınırlıdır.

#### **1.6. Kısaltmalar**

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

YEĞİTEK: Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü

NCTM: Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)

PISA: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment)

ÖU: Örnek Uzay

ODO: Olayın Deneysel Olasılığı

OTO: Olayın Teorik Olasılığı

OK: Olasılıkların Karşılaştırılması

KO: Koşullu Olasılık

B: Bağımsızlık

## BÖLÜM II

### KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde olasılıksal akıl yürütmenin ne olduğu, olasılık konusunun eğitim programlarındaki yeri ve olasılıksal akıl yürütme üzerine yapılan çalışmalara yer verilecektir.

#### 2.1. Olasılıksal Akıl Yürütme

Yabancı literatürdeki “reasoning” kelimesi dilimizdeki karşılığını “muhakeme” , “usa vurma” veya “akıl yürütme” kelimeleri olarak bulmaktadır. “Muhakeme” eldeki bilgilere dayanarak düşünüp yansız bir karar verme, usa vurma, akla mantığa yakın olup olmadığına bakma; “akıl yürütme” ise genellemeler yapma ve tahminlerde bulunma anlamına gelmekte, “reasoning” kavramı bu anlamların hepsini kapsamaktadır (Umay, 2003). Bu çalışmada akıl yürütme tercümesiyle ele alınan kelime muhakeme kelimesiyle eş anlamlıdır.

Akıl yürütme (muhakeme), eldeki bilgilerden hareketle matematiğin kendine özgü araç (semboller, tanımlar, ilişkiler vb.) ve düşünme tekniklerini (tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme vb.) kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci olarak tanımlanabilir (MEB, 2013).

Erdem (2011) muhakeme kavramını şu biçimlerde tanımlamıştır:

- Belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde düşünüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu “neden” ve “nasıl” soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey düşünme eylemi”
- Düşünme eyleminin çok üzerinde bir uğraş olup, hakkında muhakemede bulunulacak problemin bütün hususlarını ele alarak etraflıca düşünüp mantıklı bir sonuca varma işi (s.15).



Öğrencilerin muhakeme etme becerileri birkaç gün ya da birkaç ayda gelişmez (Memnun, 2008), küçük yaşlarda başlar ve yaşın ilerlemesiyle birlikte değişir ve gelişir. Muhakeme yeteneği insanın herhangi bir eğitim almadan da gerektiğinde etkili bir şekilde kullanabildiği doğal bir özelliğidir (Erdem, 2011). Matematiksel akıl yürütme becerisi çok farklı alanlarda düşüncenin gelişimi için bir araçtır. Akıl yürütebilen insanlar sadece matematik dâhilinde değil günlük hayatta da ilişkileri fark etmeye yatkın olurlar, rastlantısal ve nedensel ilişkilerin daha iyi ayırdına varabilirler. Akıl yürütme becerisi erken yaşlardan itibaren üzerinde durulması gereken ve her düzeyde farklılaşan bir beceridir (Olkun & Toluk-Uçar, 2009).

Matematik hesaplama becerilerini öğretmekten ibaret değildir. Muhakeme matematiğin temelini oluşturur (Umay, 2003). Akıl yürütmelere dayalı matematik günlük hayatta devamlı kullanılmaktadır. Hatta matematik, doğayı muhakeme süzgecinden geçirerek nicel bakış açısıyla başka bir deyişle akıl yürüterek anlama çabası olarak tanımlanabilir (Erdem, 2015). Matematik, doğası gereği muhakeme yapmayı gerektirdiğinden matematik öğrenme sürecinde muhakeme becerisinin geliştiği söylenebilir (Gürbüz & Erdem, 2014). Muhakemenin en yoğun olarak kullanıldığı alanlardan biri, belki de birincisi matematiktir ve matematiksel muhakeme matematiğin temelini oluşturur (Umay, 2003).

Matematik eğitimi bireylere, çeşitli matematiksel durumların incelendiği ortamlar oluşturarak bireylerin akıl yürütme becerilerinin gelişmesini hızlandırır (MEB, 2009). Matematiksel muhakeme yapma becerisi yeterince gelişmemiş olan bir öğrencinin yeni matematik konularını anlaması güçleşir (Memnun, 2008). Muhakeme etme becerisi, öğrencilerin olasılık konusu ile ilgili kavramları öğrenmesi için önemlidir. Öğrencilerin olasılık konusu ile ilgili kavramları öğrenirken, farklı muhakeme yollarına başvurmaları gerekir (Memnun, 2008). Matematiksel muhakeme sürecinde kullanılan ve zihni çalıştırmayı gerektiren düşünme becerilerinin tamamında olasılıksal muhakemenin olduğu söylenebilir (Gürbüz & Erdem, 2014).

Olasılıksal akıl yürütme, kişinin bir olayın meydana gelme olasılığını belirleme kabiliyeti (Fast, 1999) ve aynı zamanda bir kişinin herhangi bir olası duruma karşı bilişsel tepkisi olarak tanımlanmıştır (Jones vd., 1999). Matematiksel muhakeme sürecinde kullanılan ve zihni çalıştırmayı gerektiren düşünme becerilerinin tamamında olasılıksal muhakemenin olduğu söylenebilir (Gürbüz & Erdem, 2014). Matematikte, diğer bilimlerde

ve günlük hayatta karşılaşılan birçok problem olasılıksal akıl yürütme becerisine dayalı olarak çözülebilir. Günlük yaşamda karşılaşılan durumlarda, muhakemede bulunma ve olasılıksal muhakeme eylemleri birlikte kullanılarak etkili kararlar verilebilir.

Olasılıksal akıl yürütmenin gelişimine yönelik ilk değerli bilgileri çocukların düşünceleri sezgisel fikirleri keşfetmek üzerinde olan iki önemli çalışma; Piaget ve Inhelder (1951) ve Fischbein'dir (1975). Piaget ve Inhelder'in (1951/1975) çalışmalarında yaşla birlikte artması muhtemel olmayan sezgisel bir anlayışın varlığını ortaya koymuşlardır. Piaget ve Inhelder'e (1951/1975) göre akıl yürütme, her zaman çıkarımsaldır ve mantıksal matematiksel sistemlere dayanır. Olasılık kavramlarının oluşumu ile çeşitli zihinsel işlemlerin oluşumu arasında doğrudan bir ilişkinin olduğunu söylemişlerdir. Piaget ve Inhelder'e (1951/1975) göre şans olaylarının düzensizliğini ve geri dönüşümsüzlüğünü kavrayabilmek için çocuklar önce mantıksal ve aritmetik işlemlerin düzenini ve geri dönüşümünü kavramak zorundadır, aritmetik işlemlerin gelişimi ile olasılıksal akıl yürütme arasında bir ilişki vardır (Piaget & Inhelder 1951/1975'ten akt. Way, 2003).

Piaget ve Inhelder (1951/1975) tarafından açıklanan olasılıksal düşünme gelişim düzeylerinin her aşamasının temel özelliklerinin bir özeti aşağıda verilmiştir ve Tablo 2.1'de özetlenmiştir (akt. Way, 2003).

Tablo 2.1: Piaget & Inhelder'in (1951) dönemlere göre olasılıksal akıl yürütme açıklamaları (Way, 2003, s.45)

	<i>Mantıksal ve Aritmetik İşlemler</i>	<i>Kombinasyonlar ve Permütasyonlar</i>	<i>Olasılıksal Akıl Yürütme</i>
İşlem öncesi 7 yaşa kadar	*Uygun işlemler yoktur. *Mantıksaldan çok sezgiseldir. *Bütünün korunumuna sahip değildir.	*Çiftlerin kombinasyonlarını bulmaya izin veren bir sistemden şüphelenmez. *Çarpımsal işleme sahip değildir.	*Kesinlik ve rastgelelik arasında ayırım yapmaz. *Hiçbir şey ya öngörülebilir ya da kesin ya da kesinlikle öngörülemez değildir.
Somut işlemler 7 den 12 yaşa kadar	*Mantıksal sırayı işlemsel gruplandırır. *İlişkileri anlamada somut seviye.	*Kombinasyon sistemlerini keşfetmeye başlar. *Halen işlemlerin ilişkilendirilmesi gelişmektedir.	*Şans fikri gelişmeye başlar. *Raslantısallık kavramını ve çoklu olasılıkları tutarsız bir şekilde olsa da anlayabilir.
Soyut işlemler 12 yaş ve üstü	*İlişkileri anlamada somut düzeydedir. *Formel düşünce. *İşlemleri bir araya getirir.	*Bazı bütün kombinasyonel sistemleri keşfedebilir.	*Şansın organize olmuş yargılaması *Rastlantısallığı yapılandırılmış işlemlerle karşılaştırabilir.

- *İşlem Öncesi Dönem*

Çocuklar (yaklaşık 4 ile 7 yaş arası), kesinlik (rastgele olmama) ve belirsizlik (rastgelelik) arasında ayırım yapamamaktadır, çünkü bu farklılaşmayı yapmak için gerekli özel entelektüel işlemlere (mekânsal-zamansal ve mantıksal-aritmetik) sahip değildirler. Çocuklar parçaları ve bütünü etkin bir şekilde ilişkilendirme yeteneğinden yoksundurlar. Örneğin, iki mavi top ve bir kırmızı top içeren çanta ile ilgili olarak, eğer bir top çekilirse en büyük olasılıkla ne olacağı sorulursa, çocuk 'kırmızı' cevabını verebilir. En az olası durum gerçekleştiğinde şaşırırmazlar. Bu gelişim dönemindeki çocuklar, bir madeni para deneyinde sürekli tura geldikten sonra sıranın yazıya geçtiğini söyleyebilir (olumsuzluk sonralık etkisi) veya sürekli tura geldikten sonra turanın gelmeye devam edeceğini söyleyebilir (olumlu sonralık etkisi). Her para atışının bağımsız olduğunu algılayamaz.

- *Somut işlemler dönemi*

Bu aşamada çocuk (7-12 yaş) bu entelektüel işlemleri edinmeye başlamıştır ve bu nedenle kesinlik ve belirsizlik arasındaki farkı anlayabilir ve kısıtlı durumlarda olasılığı ölçmeye başlayabilir. Tüm olasılıklar henüz analiz edilmemiş olsa da, çocuklar parça ve bütün ilişkisine dayanarak olasılık kararları verebilirler.

- *Soyut İşlemler Dönemi*

Bu aşamadaki çocuklar (yaklaşık 12 yaş ve üstü) olasılık dağılımları hakkında genellemeler yapmalarını ve daha karmaşık durumları anlamalarını sağlayan entelektüel işlemlere sahiptir.

Piaget ve Inhelder (1951) çalışmasından sonra olasılıksal akıl yürütmenin gelişimine yönelik ilk değerli bilgileri çocukların düşünceleri sezgisel fikirleri keşfetmek üzerinde olan diğer önemli çalışma Fischbein'in (1975) çalışmasıdır. Fischbein çocukların içinden geçtiği olasılıksal düşünme gelişim evrelerinin açıklamasının temelini oluşturmuştur. Tablo 2.2, her aşamanın temel özelliklerine genel bir bakış sunmaktadır.

Tablo 2.2: Fischbein'in olasılıksal düşünme gelişimin özelliklerinin özeti (Way, 2003, s.50)

	<b>Şans Sezgisi ve Göreceli Sıklığı</b>	<b>Olasılık tahmini</b>	<b>Öğretimin etkisi</b>	<b>Kombinasyonel işlemler</b>
Okul öncesi < 7 yıl	*Bazı tahmin edilemezlik duygusu. *Deneme çıktıklarına cevap olarak tahminleri adapte eder.	*Olasılık kararını olasılık tahminine dayandırabilir.	*Öğretim en az etkiye sahiptir.	*Somut materyaller kullanarak algılanan kombinasyonlara biraz yatkınlık.
Somut işlemler 7-12 yaş	*7/8 yaşında şans organize bir kavramsal yapı haline gelir. *Kavram yanılgıları oluşur.	*9/10 yaşında temel durumlardaki olasılıkların sezgisel karşılaştırmalarını yapar.	*Orantısız düşünme tam olarak kazanılamamasına rağmen karşılaştırma stratejilerinde öğretimine açıktır.	*Deneme yanılmayla basit yöntemler kurar.
Formel işlemler 11-12 yaş+	*Akıl yürütmenin gelişimi daha eksiksiz bir olasılık kavramına yol açar ancak yine de nedensel bağımlılıklar arayabilir.	*Geliştirilmiş yeteneği.	*Olasılıkların oluşumunu sağlayan öğretime açıktır.	*Sistemik yöntemler henüz tam gelişmemiştir fakat öğretime açıktır.

Fischbein'e (1975) göre okul öncesi dönemde çocukların rastgelelik hissi vardır, ancak rastgele bir olayı kontrol edebileceği inancı ve olayların bir önceki olaylardan etkileneceği düşüncesi vardır. Her ne kadar küçük çocuklar olasılıkları hesaplamak ve oranları karşılaştırmak için yeterli bir kavramsal çerçeveye sahip olmasalar da, Fischbein olasılıkları sezgisel olarak tahmin edebilme yeteneğine sahip olduklarını ve dolayısıyla olasılık kararları verebileceklerini savunur. Ayrıca okul öncesi dönemde çocuk, somut kaynakları kullanırken bazı kombinasyonlar, izinler ve düzenlemeler yapabilir.

Somut işlemler döneminde çocuk, Fischbein'e (1975) göre bazı somut stratejilerdeki temel öğretimle, dokuz ve on yaşındakiler, orantılı düşünme henüz tam olarak alınmamış olsa bile, karşılaştırma problemlerinde olasılık yargılarını başarıyla yapabilir. Deneme ve yanılma ile çocuklar kombinasyonları, permütasyonları ve düzenlemeleri bulmak için basit stratejiler geliştirebilirler.

Fischbein'e (1975) göre soyut işlemler döneminde ise 11 veya 12 yaşından sonra, çocuğun akıl yürütmesi, işlemlerin gerçekleştirilebileceği bir noktaya gelir. Fischbein, 11-12 yaş arasındaki çocukların, bir dizi elementin olası tüm kombinasyonlarını, permütasyonlarını ve düzenlemelerini bulmak için sistematik prosedürleri kullanma yeteneğini tam olarak geliştirmedeğini söyler.

İlerleyen yıllarda Jones, Langrall, Thorton ve Mogill tarafından küçük yaşta çocukların olasılıksal düşünmelerini açıklayan bir çerçeve oluşturulmuştur. Jones ve arkadaşları (1997) yürütmüş oldukları çalışmada alt sınıf seviyesindeki öğrencilerin olasılık konusundaki düşünmelerini sistematik bir biçimde tanımlayan bir çerçeve geliştirmiştir. Bu çalışmada örnek uzay, bir olayın olma olasılığı, olasılık karşılaştırmaları ve koşullu olasılık kavramları üzerinde durulmuş ve öğrencilerin kavramlarına odaklanmıştır. Her bir kavram ile ilgili olarak öznel, geçişken, informel nicel ve sayısal olmak üzere 4 seviye tespit edilmiştir. Belirlenen seviyelerdeki öğrencilerin gösterdikleri özellikler hiyerarşik olarak ilerlemektedir ve SOLO taksonomisine paraleldir. Ayrıca Jones ve arkadaşları (1997) çerçeveyi geçerli kılmak için üçüncü sınıf seviyesinde sekiz öğrenci ile problem durumları üzerine mülakatlar yapmışlardır. Jones ve arkadaşlarının (1997) olasılıksal düşünmeyi değerlendirmek için geliştirdiği çerçeve Tablo 2.3'te verilmiştir.

YAPI	Seviye 1 Öznel	Seviye 2 Geçişken	Seviye 3 İnfornel Nicel	Seviye 4 Sayısal
<b>Örnek Uzay</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin çıktılarının tam olmayan bir kümesini listeler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin ve bazen iki aşamalı bir deneyin çıktıların tam bir kümesini listeler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kısmen üretken bir strateji kullanarak İki veya üç aşamalı bir deneyin çıktılarını tutarlı bir şekilde listeler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>İki ve üç aşamalı durumlar için çıktıların tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.</li> </ul>
<b>Bir Olayın Olma Olasılığı</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öznel değerlendirmelerine bağlı olarak çok /en az olası olayı tahmin eder.</li> <li>Kesin ve imkânsız olayı tanıyabilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sayısal verilere dayalı olarak çok /en az olası olayı tahmin eder. Fakat öznel değerlendirmesine dönüş mümkündür.</li> <li>Kesin, imkânsız ve mümkün olayları makul parametrelerle ayırt edebilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sayısal verilere dayalı olarak çok /en az olası olayı tahmin eder.</li> <li>Olasılıkları karşılaştırmak için formel olmayan bir şekilde sayıları kullanır.</li> <li>Kesin, imkânsız ve mümkün olayları ayırt edebilir ve seçimlerini sayısal olarak destekleyebilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tek boyutlu deney için en çok/en az olası olayı tahmin eder.</li> <li>Bir olayın sayısal olarak olasılığını belirtebilir.</li> </ul>
<b>Olasılıkların Karşılaştırılması</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>İki farklı örnekleme uzayında bir olayın olma olasılığını, genel olarak sayısal veya öznel yargılara dayalı olarak, karşılaştırır.</li> <li>"Adil" olasılık durumlarını "adil olmayan"lardan ayırt edemez.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sayısal değerlere bağlı olarak olasılık karşılaştırması yapar.</li> <li>(doğru olarak nitelendirilmeyebilir ya da sınırlamalara sahip olabilir).</li> <li>"Adil" olasılık durumlarını "adil olmayan"lardan ayırt etmeye başlar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sayısal değerlere bağlı olarak tutarlı bir şekilde olasılık karşılaştırması yapar.</li> <li>"Adil" ve "adil olmayan" olasılık durumlarını ayırt etmek için niceliksel akıllıca yargıyı kullanır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Olasılığı sayısal bir şekilde belirler ve karşılaştırır.</li> <li>Eşit olasılıklı olayları eşit sayısal olasılık ile belirler.</li> </ul>
<b>Koşullu Olasılık</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tek boyutlu deneyde ilk denemeden önce sonuçların tam listesi verilmiş olmasına rağmen, bu denemeyi takiben, sonuçların tam listesini veremez. Yerine koyulmayan durumlarda ortaya çıkan kesin ve imkânsız olayları tanıyabilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bazı olayların olasılığının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder; fakat farkındalık eksiktir ve genellikle yalnızca daha önceden gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlandırılmıştır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tüm olayların olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Değişim ve değişmeyen durumlara (koşullara) sayısal olasılık atar.</li> <li>Bağımlı ve bağımsız olayları ayırır.</li> </ul>

Tablo 2.3: Jones ve arkadaşlarının (1997) olasılıksal düşünmeyi değerlendirme çerçevesi (s. 103)

Tabloda görüldüğü üzere olasılıksal düşünme her bir kavram için o ile ilgili olarak öznel, geçişken, informel nicel ve sayısal olmak üzere 4 seviyede ilerlemektedir. Bu çerçevede öğrencilerin olasılık konusundaki düşüncelerini ve akıl yürütmelerini sistematik bir biçimde tanımlayan bir modeldir. Bu modelde örnek uzay, olayın olma olasılığı, olasılık karşılaştırmaları ve koşullu olasılık kavramlarına odaklanmıştır. Her bir boyut ile ilgili olarak öznellikten sayısal akıl yürütmeye doğru gelişen dört düşünme seviyesi ortaya konmuştur. Olasılıksal düşünmenin ilerlediği seviyeler genel özellikleriyle şöyle tanımlanmıştır:

#### *Seviye 1- Öznel (Subjective)*

Bu tür akıl yürütme sergileyen öğrenciler olasılık durumlarını göz önünde bulundurarak kısıtlı bir bakış açısı benimserler. Nadiren, örnek alanın sonuçlarının tam bir listesini sağlarlar ve mümkün olandan ziyade gerçekleşmesi muhtemel olan şeylere öznel olarak odaklanma eğilimindedirler. Deneysel olasılık, teorik olasılık, olasılık karşılaştırmaları, koşullu olasılık ve bağımsızlık gibi Bu seviyedeki öğrencilerin, sorgulamadan ziyade tepkilerini doğrulayacak gibi görünen küçük örnek verilere fazla güvenme eğilimi vardır.

#### *Seviye 2- Geçişken (Transitional)*

Bu seviyede muhakeme gösteren öğrenciler, öznel ve informel nicel yargılar arasında geçiş halindedir. Tek aşamalı bir deney için tutarlı bir şekilde tam bir sonuç kümesi tanımlasalar da, örnek uzayı ile olasılık arasında sıkı bağlantılar kurarlar ve sıklıkla öznel akıl yürütmeye geri dönerler. Koşullu olasılık görevlerinde, seviye 2 düşünürleri genellikle, numune alanı azaldığında bazı ancak hepsinin değil, olayların olasılıklarının değiştiğini fark eder.

#### *Seviye 3- İformel Nicel (Informal Quantitative)*

Seviye 3'teki öğrenciler, bir ve iki aşamalı deneylerin sonuçlarını listelerken daha sistematik stratejiler kullanırlar. Ancak, düşüncelerindeki büyük değişim olasılıkları ve koşullu olasılıkları belirlerken niceliksel akıl yürütmenin daha tutarlı bir kullanımıdır. Konvansiyonel olasılıklar veya olasılıklar her zaman ifade edilmese de, öğrenciler daha çok, daha az ve aynı olasılık gibi karşılaştırmalar kullanırlar ve bazen “5 üzerinden 3” gibi temsilleri icat ederler.



#### *Seviye 4- Sayısal (Numerical)*

Seviye 4 muhakemesini sergileyen öğrenciler, bir deneyin sonucunu oluşturmak ve hem deneysel hem de teorik durumlarda sayısal olasılıkları belirlemek için sistematik stratejiler kullanırlar. Seviye 4 öğrencilerin sayısal akıl yürütme özelliği de olasılık ve bağımsızlıkta çalışır.

Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmeleri açıklamak için Tarr ve Jones (1997) koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarının üzerinde durmuşlardır. Tarr ve Jones (1997) koşullu olasılık ve bağımsızlık yapılarıyla ilk tanımlayıcıları geliştirmek için öğrencilerin akıl yürütmelerini incelemişlerdir. Araştırma ve ortaokul öğrencilerinin gözlemlerinin bir sentezine dayanarak, öğrencilerin iki yapı hakkındaki düşüncelerini değerlendirmek için bir çerçeve-koşullu olasılık ve bağımsızlık-formüle edilmiş, incelenmiş ve onaylanmış, her iki yapı için de öznelde sayısal muhakemeye kadar bir sürekliliği yansıtan dört düşünme seviyesi içeren, öğretim ve değerlendirme için değerli kriterler sağlayacağını düşündükleri bir çerçeve geliştirmişlerdir. Bu çerçevede daha önce geliştirilmiş koşullu olasılık ve bağımsızlık için ilk tanımlayıcılar yeniden düzenlenmiş, uygun olmayanlar çıkarılmış ve ek tanımlayıcılar eklenmiştir. Bu çerçeve Tablo 2.4'te verilmiştir.

YAPI	Seviye 1 Öznel	Seviye 2 Geçişken	Seviye 3 İformel Nicel	Seviye 4 Sayısal
<b>Koşullu Olasılık</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Değiştirme ve yer değiştirme olmayan durumlarda "kesin" ve "imkansız" olayların ortaya çıktığını tanımlar.</li> <li>Genelde herhangi bir olayın koşullu olasılığını "değiştirme" durumuyla "birlikte" veya "olmadan" öznel mantık kullanılarak kullanılır.</li> <li>Tahminleri formüle ederken verilen sayısal bilgileri dikkate almaz.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bazı olayların olasılıklarının "değiştirmeden" durumda değiştiğini kabul eder. Ancak tanıma eksik ve genellikle daha önce gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlı.</li> <li>Koşullu olasılıkları belirlemede sayıların uygunsuz kullanımını. Örneğin, örnek alamı iki sonuç içerdiğinde, her zaman iki sonucun eşit derecede muhtemel olduğunu varsayar.</li> <li>Temsilcilik, koşullu olasılık hakkında karar verirken kafa karıştırmacı bir etki olarak hareket eder.</li> <li>Öznel yargılara geri dönebilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Değişim olmayan bir durumda tüm olayların olasılıklarının değiştiğini kabul eder</li> <li>İlişkili ve tekrarlanmayan durumları değerlendirirken, örneklem uzayının bilesik kompozisyonunu takip eder.</li> <li>Değiştirilmemiş bir durumda bile kesin olarak nicel olabilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Değişen ve değişmeyen olmayan durumlarda sayısal olasılıklar atar</li> <li>Her denemeden önce ve sonra olayların yerine koyma ve değiştirme yapma ihtimallerini karşılaştırmak için sayısal muhakeme kullanılır</li> <li>İki olayın ilişkili olduğu şartları belirtir.</li> </ul>
<b>Bağımsızlık</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmeye yatkınlık.</li> <li>Bir etkinliğin sonucunu kontrol edebilecekleri yaygın inanç.</li> <li>Bağımsızlığa anlamlı bir odaklanmayı engelleyen öznel muhakeme kullanılır.</li> <li>Ardışık sonuçları tahmin etmede istenmeyen güveni sergiler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ardışık olayların ilişkili mi yoksa alakasız mı olduğuna dair bir tanıma gösterir.</li> <li>Sık sık olumlu ya da olumsuz yenilik yönelimi olan bir "temsil edilebilirlik" stratejisi kullanılır.</li> <li>Ayrıca öznel akıl yürütmeye geri dönebilir.</li> <li>Değiştirme koşullarında "ile" ve "olmadan" sayısal olasılıkları atar.</li> <li>Her denemeden önce ve sonra olayların olasılıklarını değiştirme durumlarında "ile" ve "olmadan" karşılaştırmak için sayısal mantık kullanılır.</li> <li>İki olayın ilişkili olduğu gerekli koşulları belirtir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>İlk olayların sonuçlarının ikinci olayların sonuçlarını ne zaman etkilediğini veya etkilemediğini tanımlar.</li> <li>Değişim durumlarında, örnek alanını restore edilmiş olarak görür.</li> <li>Yenileme durumu olan ve olmayan, kesin olmayan, bağımsız ve bağımlı olayları ayırt edebilir.</li> <li>Temsili olmak için bir miktar geri dönüş.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Muhakeme gerekçelerini haklı çıkarmak için sayısal olasılıklar kullanılarak, ikame ve ikame olmayan durumlarda bağımlı ve bağımsız olayları ayırt eder.</li> <li>Ardışık olayların sonuçlarını gözlemler, ancak temsil etme stratejisini reddeder</li> <li>Olayların eşit derecede muhtemel olduğu durumlarda olayların eşit olduğu durumlarda sonuçları tahmin etmekte isteksizlik veya reddetme.</li> </ul>

Tablo 2.4: Ortaokul öğrencilerinin koşullu olasılık ve bağımsızlık konusundaki akıl yürütmelemlerini değerlendirmek için geliştirilmiş çerçeve (Tarr & Jones, 1997, s.38)

İlerleyen yıllarda ise Jones, Thornton, Langrall ve Tarr (1999) daha büyük çocukların olasılıksal akıl yürütmeleri üzerinde çalışmaya devam etmişlerdir. Jones ve arkadaşları (1999), öğretmenlerin öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini anlamalarına ve geliştirmelerine yardımcı olacak bir arka plan sağlamak amacıyla ilkokul ve ortaokul öğrencileri tarafından sergilenen olasılıksal akıl yürütmeyi tanımlamak ve açıklamak için bir çalışma yapmıştır. Çalışmalarında üç yıllık bir dönem boyunca ilkokul ve ortaokul öğrencileriyle bir dizi öğretim deneyi gerçekleştirmiş ve öğrencilerin düşüncelerini sistematik olarak gözlemleyerek, olasılıksal akıl yürütmelerini açıklayan ve tahmin eden bir çerçeve çalışması oluşturmuşlar ve altı temel kavram belirlemişlerdir. Bu kavramlar *örnek uzayı*, *bir olayın deneysel olasılığı*, *bir olayın teorik olasılığı*, *olasılık karşılaştırmaları*, *koşullu olasılık* ve *bağımsızlıktır*. Jones ve arkadaşlarının (1999) oluşturdukları olasılıksal akıl yürütmeyi açıklayan çerçeve Tablo 2.5'te verilmiştir. Bu çalışmada veri analizinde Jones ve arkadaşları (1999) tarafından geliştirilen olasılıksal akıl yürütmeyi açıklayan bu çerçeve esas alınmıştır.

YAPI	Seviye 1 Öznel	Seviye 2 Geçişken	Seviye 3 İnförmel Nicel	Seviye 4 Sayısal
<b>Örnek Uzay</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin çıktılarının tam olmayan bir kümesini listeler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin ve bazen iki aşamalı bir deneyin çıktılarını tam bir kümesini listeler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kısmen üretken bir strateji kullanarak iki aşamalı bir deneyin çıktılarını tutarlı bir şekilde listeler.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>İki ve üç aşamalı durumlar için çıktıların tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.</li> </ul>
<b>Bir Olayın Deneysel Olasılığı</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Rastgele deneylerden elde edilen ve rileri ilgisiz olarak değerlendirir ve en fazla veya az olası olayı belirlemek için öznel yargılar kullanır.</li> <li>Deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkinin çok az veya hiç farkındalığını gösterir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>En fazla veya en az olası olayı belirlerken deneysel ve rinin küçük örneklerine çok fazla inanır; herhangi bir örneklemin ana popülasyonunun <i>temsili</i> olması gerektiğine inanır.</li> <li>Deneysel ve riler yerleşmiş fikirlerle çatıştığında öznel yargılara geri dönebilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>En fazla veya en az olası olan olayı belirlemek için daha kapsamlı örneklemin gerekli olduğunu fark etmeye başlar.</li> <li>Denemelerin bir örneğinin teorik olasılıktan önemli ölçüde farklı olan deneysel bir olasılık ürettiğini fark eder.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun ve riyi toplar.</li> <li>Denemelerin büyük bir örneğinden belirlenen deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını fark eder.</li> <li>Bir olayın olasılığının yalnızca deneysel olarak belirlenebileceği durumları belirtir.</li> </ul>
<b>Bir Olayın Teorik Olasılığı</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öznel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder</li> <li>Kesin ve imkansız olayları fark eder.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Niceliksel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder ama öznel yargılara geri dönebilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Niceliksel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayları tahmin eder.</li> <li>Olasılıkları karşılaştırmak için sayıları införmel olarak kullanır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir ve basit ikiaşamalı deneyler için en çok veya en az olası olayları tahmin eder</li> <li>Bir olaya sayısal bir olasılık atar (gerçek bir olasılık veya bir ihtimal şekli).</li> </ul>
<b>Olasılıkların Karşılaştırılması</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>İki farklı örnek uzaylardaki bir olayın olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılar kullanır.</li> <li>"Adil" olasılık durumlarını "adil olmayan"lardan ayırt edemez.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Niceliksel yargılara dayanarak olasılık karşılaştırmaları yapar, ancak her zaman doğru bir şekilde değil.</li> <li>"Adil" olasılık durumlarını "adil olmayan"lardan ayırt etmeye başlar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Karşılaştırmaları açıklamak için geçerli niceliksel akıl yürütmeyi kullanır ve olasılıkları ifade etmenin kendi yollarını bulur.</li> <li>"Adil" ve "adil olmayan" olasılık durumlarını ayırt etmek için niceliksel akıl yürütmeyi kullanır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sayısal bir olasılık atar ve geçerli bir karşılaştırma yapar.</li> </ul>
<b>Koşullu Olasılık</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin ilk denemesinin ardından ikinci deneme için olası çıktıların tam bir listesini her zaman ve remez.</li> <li>Değişen durumları (koşulları) yorumlamada öznel akıl yürütmeyi kullanır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bazı olayların olasılığının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder; fakat farkındalık eksiktir ve genellikle yalnızca daha önceden gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlanmıştır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tüm olayların olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder</li> <li>Niceliklerle değişen olasılığı ölçer.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Değişim ve değişmeyen durumlara (koşullara) sayısal olasılık atar.</li> <li>Değişen ve değişmeyen durumlarda (koşullarda) her bir denemeden önce ve sonra olayların olasılığını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütmeyi kullanır.</li> </ul>
<b>Bağımsızlık</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmek için bir eğilimi vardır.</li> <li>Birinin bir deneyin çıktısını kontrol edebileceğine dair yaygın bir inancı vardır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olabileceğini fark etmeye başlar.</li> <li>Sonraki çıktıyı tahmin etmek için önceki denemelerden çıktıların <i>dağılımını</i> kullanır (temsilsizlik).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Yerine koyarak ve yerine koymayarak durumlarda bağımsız ve bağımlı olayları ayırt edebilir.</li> <li>Temsilsizliğe dayalı stratejilere geri dönebilir.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanır.</li> </ul>

Tablo 2.5: Olasılıksal akıl yürütme analiz tablosu (Jones vd., 1999, s. 150)

Jones ve arkadaşları (1999) öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmeleri üzerine 6 olasılıksal kavram üzerinde durmuşlardır. Bu kavramlar; örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarıdır. Oluşturulan çerçevede her bir kavram hiyerarşik olarak artan beceriler içeren 4 seviyede ilerlemektedir. Bu seviyeler öznel, geçişken, informel nicel ve sayısal seviyeler olarak nitelenmiştir. Çerçeveyi oluşturan olasılıksal kavramlar ve bu kavramlara ait seviyelerin özellikleri şöyledir:

### *Örnek Uzay (Sample Space)*

Herhangi bir deneyin sonuçlarının oluşturduğu kümeye örnek uzayı denir (Altun, 2010). Bir deney ve şans durumu için *örnek uzay* bu deneyin olası tüm çıktılarının kümesidir. Örneğin, bir torbada iki kırmızı, üç sarı ve beş mavi renkte karo varsa örnek uzay bu on karonun tamamını içerir. Örneğin bir zar atıldığında üste bir sayı gelme olayı için örnek uzay her zaman 1’den 6’ya kadar rakamlardan oluşur (Van De Walle, 2014).

Örnek uzay; bir, iki veya üç aşamalı deneylerin sonuçlarını içerebilir. Örneğin; bir para atma deneyindeki yazı ve tura sonuçları bir aşamalı örnek uzayı oluştururken, iki zarın birlikte atılmasında oluşabilecek (1,1), (1,2), (1,3) ... (6,6) gibi 36 durum iki aşamalı örnek uzaya örnektir. 2 zar ve 1 madeni paranın beraber atılması deneyinde oluşabilecek (1,1,yazı), (1,1,tura), (1,2,yazı), (1,2,tura)... (6,6,yazı), (6,6,tura) gibi 72 durum üç aşamalı örnek uzaya örnektir.

Örnek uzay kavramı bütün olasılıksal anlamaların temelidir (Seis, 2011). Memnun’a (2008) göre öğrencinin, olasılık konusunun öğrenilebilmesi için öğrencilerin küme, kesir, ondalık kesir ve *örnek uzay* kavramları ile yüzde hesabı ve kesir karşılaştırması konuları gibi ön koşul olan bilgilere sahip olduğundan emin olması, bilgilerinin yeterliliğini sağlamalı ve bu konulardaki eksikliklerini telafi etmesi gerekir. Örnek uzay kavramının anlaşılmasının diğer olasılık kavramlarının anlaşılıp anlaşılabilmesi üzerinde etkisi vardır (Jones vd., 1996; Jones vd., 1999; Memnun, 2008).

Jones ve arkadaşlarının (1999) çerçevesinde olasılıksal akıl yürütme basamaklarına göre *örnek uzay* kavramında; *seviye 1*’deki (*öznel*) öğrenci bir aşamalı deneylerin sonuçlarının listesini eksik kurar, *seviye 2*’deki (*geçişken*) öğrenci bir aşamalı deneylerin listesini tamamlayabilirken aynı zamanda bazen de iki aşamalı deneylerin listesini tamamlayabilir. *Seviye 3*’teki (*informel nicel*) öğrenci sürekli olarak iki aşamalı deneylerin

sonuçlarını listeleyebilir aynı zamanda da bu listelemeyi kısmen meydana getirdiği stratejilere bağlı olarak yapar. *Seviye 4*'teki (*sayısal*) öğrenci ise iki veya üç aşamaları deneylerin sonuçlarını listelemek için oluşturduğu stratejileri benimser ve eksiksiz olarak uygular (Jones vd., 1999).

#### *Bir Olayın Olma Olasılığı (Probability of An Event)*

Bir olayın olma olasılığı o olayın gerçekleşebilme durumunun sayısal olarak ifade edilmesi şeklindedir (Gürbüz vd., 2010). Bir olayın olma olasılığı aşağıdaki ifade ile bulunur (MEB, 2009, s. 81):

$$\text{Birelayınolmaolasılığı} = \frac{\text{İstenilenolayınçıkıtısayısı}}{\text{Mümkünolantümçıkıtlarınsayısı}}$$

Van De Walle (2014) bazı olayların meydana gelme olasılığının diğerine göre azlığı veya çokluğunu netleştirmek için olasılık spektrumunu oluşturmuştur. Bu spektrumun bir ucunda imkânsız olay, diğer ucunda ise kesin olay yer almaktadır. Van De Walle (2014) bu çarklar kullanılarak öğrencilerin imkânsız ve kesin olay arasındaki spektrumun farklı yerlerindeki olasılıkları görmesinde kullanılabileceğini belirtmiştir. Çarkların ilkinde hiç mavi renk yoktur ve çarkın ibresinin mavi gelme olayın olasılığını imkânsız olarak sağ uçta belirtir. Spektrumda 2. çarkta çok az mavi bölge vardır ve bu çarkın ibresinin mavi gelme olasılığı çok düşük olarak değerlendirilmiştir. Spektrumda 3. çarkta sarı ve mavi bölgeler eşit alanlı bölgeleri kaplamakta, bu spektrumun ortasına denk gelmekte ve eşit olasılıklı olarak nitelendirilmektedir. Spektrumun ilerleyen kısmında 4. çarkta mavi bölgenin alanı sarı bölgeden fazladır ve mavi gelme olasılığı büyük olasılıklı olarak ifade edilmiştir. Spektrumun sonunda ise çark tamamen mavidir ve çarkın ibresinin mavi gelme olasılığı kesin olay olarak spektrum çubuğunun sağında yer almaktadır. Öğrenciler bu doğru üzerinde seçilen herhangi bir noktaya karşılık gelen olasılıklar hakkında düşündürülebilir ve rastgele seçilmiş araç gereçler tasarlayabilirler.

Literatür incelendiğinde olasılığın 3 farklı türünün belirtildiği görülmektedir. Bunlar; deneysel, teorik ve öznel. Olasılık çeşitlerinden; *teorik olasılık* her bir çıktının eş olasılıklı olduğu bir olasılık deneyinden teorik olarak beklenen olasılık, *deneysel olasılık* ise her bir çıktının eş olasılıklı olmadığı bir olasılık deneyinin sonunda hesaplanan olasılık olarak tanımlanabilir (Erkin-Kavasoğlu, 2010). *Öznel* yaklaşımda ise olasılık kavramı bir kişinin belli bir durumdaki inancının, görüşünün bir ölçüsüdür (Argün, Arıkan, Bulut &

Halıcıoğlu, 2014). Teorik olasılık, deney sonuçları üzerinde değil deneyin mantıksal analizi üzerine kuruludur ancak bazı olasılıklar teorik olasılıkla veya teorik olarak meydana gelme olasılığı ile analiz edilemez, deneysel verilerle belirlenebilir. Göreceli sıklığın veri grubunun (örneklem) büyüklüğü arttıkça teorik olasılığa veya gerçek olasılığın yaklaşık değerine yaklaşır. Bu durum *Büyük Sayılar Kuralı* olarak adlandırılır (Van De Walle, 2014). Örneğin madeni para birbirinden bağımsız olarak 1000 defa havaya atıldığında tüm atışlar sonunda gözlenen toplam yazı sayısının toplam atış sayısına oranın  $\frac{1}{2}$ 'ye yaklaştığı görülür (Güzel & Ünal, 2015). Bir olayın gerçekleşmesi ile ilgili olarak kuramsal olarak beklenen sonuç denemelerde elde edilmeyebilir ancak deney sayısının artması halinde kuramsal sonuca daha yakın değerler elde edilir (Altun, 2010).

Bir A olayının olma olasılığı  $O(A)$  ile gösterilecek olursa, olasılık değeri  $0 \leq O(A) \leq 1$  aralığındadır. Yani her olayın olma olasılığı 0 ile 1 aralığındadır (Altun, 2010). Bu değerlerden 0 *imkânsız olay* ve 1 *kesin olaya* karşılık gelmektedir. Örneğin bir zar atma deneyinde zarın “7’den büyük gelmesi” olayı imkânsız olaydır ve olasılık değeri 0’dır; “zarın 7’den küçük gelmesi” kesin olaydır ve değeri 1’dir (Altun, 2010).

Jones ve arkadaşlarının (1999) çerçevesinde olasılıksal akıl yürütmeyi basamaklarına göre *olayın deneysel olasılığında*; *seviye 1’deki (öznel)* öğrenci rastgele deneylerden elde edilen verileri ilgisiz olarak değerlendirir ve en fazla veya en az olası olayı belirlemek için öznel yargılar kullanır ayrıca deneysel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkinin ya farkında değildir ya da çok az farkındadır. *Seviye 2’deki (geçişken)* öğrenci en fazla veya en az olası olayı belirlerken deneysel verinin küçük örneklerine çok fazla inanır; herhangi bir örneklemin ana popülasyonunun *temsili* olması gerektiğine inanır. Ayrıca deneysel veriler yerleşmiş fikirlerle çatıştığında öznel yargılara geri dönebilir. *Seviye 3’teki (informel nicel)* öğrenci en fazla veya en az olası olan olayı belirlemek için daha büyük bir örneklemin gerekli olduğunu fark etmeye başlar. Ayrıca denemelerin bir örneğinin teorik olasılıktan önemli ölçüde farklı olan deneysel bir olasılık ürettiğini fark eder (Jones vd., 1999). *Seviye 4’teki (sayısal)* öğrenci ise deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek için uygun veriyi toplar. Büyük denemelerden belirlenen deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını (Büyük Sayılar Kuralı) farkeder.

Jones ve arkadaşlarının (1999) çerçevesinde olasılıksal akıl yürütmeyi basamaklarına göre *olayın teorik olasılığında*; *seviye 1’deki (öznel)* öğrenci öznel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder ve kesin ve imkansız olayları farkeder.

*Seviye 2*'deki (*geçişken*) öğrenci niceliksel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder ama öznel yargılara geri dönebilir. *Seviye 3*'teki (*informel nicel*) öğrenci niceliksel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayları tahmin eder. Ayrıca olasılıkları karşılaştırmak için sayıları informel olarak kullanır. *Seviye 4*'teki (*sayısal*) öğrenci ise bir ve basit iki aşamalı deneyler için en çok veya en az olası olayları tahmin eder. Ayrıca öğrenci bir olaya sayısal bir olasılık belirler (gerçek bir olasılık veya bir ihtimal şekli) (Jones vd., 1999).

#### *Olasılıkların Karşılaştırılması (Probability Comparisons)*

Olasılıkların karşılaştırılması iki farklı örnek uzaydaki olayların karşılaştırılması olarak ele alınmaktadır. Örneğin; içerisinde 2 mavi 3 kırmızı top bulunan A torbası ile içerisinde 1 mavi 4 kırmızı top bulunan B torbalarından mavi çekme olasılıklarının kıyaslanması *olasılıkların karşılaştırılması* olarak değerlendirilebilir. Ayrıca yarışmalardaki âdil veya âdil olmama durumlarının kararında olasılık karşılaştırılmasına başvurulur.

Jones ve arkadaşlarının (1999) çerçevesinde olasılıksal akıl yürütmeyi basamaklarına göre *olasılıkların karşılaştırılmasında*; *seviye 1*'deki (*öznel*) öğrenci iki farklı örnek uzaylardaki bir olayın olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılar kullanır. Öğrenci “adil” olasılık durumlarını “adil olmayan”lardan ayırt edemez. *Seviye 2*'deki (*geçişken*) öğrenci niceliksel yargılara dayanarak olasılık karşılaştırmaları yapar ancak her zaman doğru bir şekilde olmaz. Öğrenci “adil” olasılık durumlarını “adil olmayan”lardan ayırt etmeye başlar. *Seviye 3*'teki (*informel nicel*) öğrenci karşılaştırmaları açıklamak için doğru sayısal veya niceliksel akıl yürütmeyi kullanır ve olasılıkları ifade etmenin kendi yollarını bulur. Ayrıca öğrenci “adil” ve “adil olmayan” olasılık durumlarını ayırt etmek için niceliksel akıl yürütmeyi kullanır. *Seviye 4*'teki (*sayısal*) öğrenci ise sayısal bir olasılık atar ve geçerli karşılaştırmalar yapabilir (Jones vd., 1999).

#### *Koşullu Olasılık (Conditional Probability)*

Bir A olayının evrensel kümede gerçekleşmesi yerine evrensel kümenin bir alt kümesinde gerçekleşmesi durumu koşullu olasılık durumudur (Argün vd., 2014). Örneğin; “Bir zar atma deneyinde üste gelen sayının çift olduğuna göre 2 olma olasılığı nedir?” sorusunda üste gelen sayının çift olması altında cevap aranacaktır. Zar atma deneyinin evrensel kümesine ait 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayıları değil, çift sayılar 2, 4 ve 6 alt



kümesi alınacaktır. Başka bir deyişle koşullu olasılık, başka bir olayın gerçekleşmesinden dolayı meydana gelen bir olayın olasılığını ifade eder (Dollard, 2007'den akt. İlgün, 2013, s. 19).

Jones ve arkadaşlarının (1999) çerçevesinde olasılıksal akıl yürütmeyi basamaklarına göre *koşullu olasılıkta*; *seviye 1*'deki (*öznel*) öğrenci bir aşamalı deneyin birinci denemesinin ardından ikinci deneme için olası çıktılarının tam listesini her zaman veremez. Değişen durumları (koşulları) yorumlamada öznel akıl yürütmeyi kullanır. *Seviye 2*'deki (*geçişken*) öğrenci bazı olayların olasılığının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder; fakat farkındalık eksiktir ve genellikle yalnızca daha önceden gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlandırılmıştır. *Seviye 3*'teki (*informel nicel*) öğrenci tüm olayların olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder, niceliklerle değişen olasılığı ölçebilir. *Seviye 4*'teki (*sayısal*) öğrenci ise değişim ve değişmeyen durumlara (koşullara) sayısal olasılık atar. Öğrenci değişen ve değişmeyen durumlarda (koşullarda) her bir denemeden önce ve sonra olayların olasılığını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütmeyi kullanır (Jones vd., 1999).

#### *Bağımsızlık (Independence)*

İki olaylı deneylerde belli bir aşamada olayın meydana gelmesinin diğer aşamada başka bir olayın meydana gelmesinde etkisi olup olmaması olayların bağımlı veya bağımsız olduklarını belirler. İkinci olayın meydana gelmesinin birinci olaya bağlı olması durumunda *bağımlı olay* gerçekleşir, bir olayın meydana gelmesinin ya da gelmemesinin diğer olay üzerinde hiçbir etkisi olmaması da *bağımsız olay* durumudur (Van De Walle, 2014). İki olayın bağımsız olması demek birinin gerçekleşmesinin diğerinin gerçekleşme olasılığını etkilememesi demektir ancak iki olaydan birinin gerçekleşmesi diğerinin olasılığı arttırıyor veya azaltıyorsa bu durumda olaylar bağımlıdır (Altun, 2010). Örneğin; iki madeni paranın beraber atılması durumunda, paralardan biri diğerinin üzerine hiçbir etkiye sahip değildir, bu durum bağımsız olaya bir örnektir. Ancak bir torbadan top çekme deneyinde ilk çekilen topun tekrar torbaya koyulmaması ikinci deneyin olasılıklarını değiştirir bu da bağımlı olaya örnektir.

Ayrık olay ise, olaylarla ilgili kümelerin ortak elemanlarının bulunmaması durumunda oluşur. Örneğin; bir zar atıldığında zarın 3'ten küçük gelmesi ve zarın 5'ten büyük gelmesi

ayrık olaylardır. Çoğu kez bağımsız olay ve ayrık olay birbirine karıştırılmaktadır (Altun, 2010).

Memnun ve arkadaşları (2010) yaptıkları çalışmada çalışmaya katılan öğrencilerin iki olayın birlikte gerçekleşmesi, ayrık olay ve bağımsız olay kavramlarını anlamada zorlandıklarını ve bu öğrencilerin büyük bir kısmının (%53) bağımsız olay kavramı ile ilgili alt soruları cevaplayamadıklarını, bağımsız olay kavramının öğrenilmesinde öğrencilerin yaşa bağlı gelişmişlik düzeylerinin önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Jones ve arkadaşlarının (1999) çerçevesinde olasılıksal akıl yürütmeyi basamaklarına göre *bağımsızlıkta; seviye 1*'deki (*özel*) öğrenci ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmek için bir eğilimi vardır. Öğrencinin bir deneyin sonucunu kontrol edebileceğine dair yaygın bir inancı vardır. *Seviye 2*'deki (*geçişken*) öğrenci ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olabileceğini fark etmeye başlar, bir sonraki çıktıyı tahmin etmek için önceki denemelerden çıktılarının *dağılımını* kullanır (temsilcilik). *Seviye 3*'teki (*informel nicel*) öğrenci değişim durumu olan ve olmayan bağımsız ve bağımlı olayları ayırt edebilir ancak temsilciliği temel alan stratejilere geri de dönebilir. *Seviye 4*'teki (*sayısal*) öğrenci ise bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanır (Jones vd., 1999).

Bu altı kavrama göre de 4 farklı düşünme seviyesi tanımlanmıştır. Jones ve arkadaşları (1999) oluşturdukları çerçeve, öğrencilerin olasılıktaki akıl yürütmesinin zamanla büyüdüğünü ve dört seviyeyi kapsadığını göstermektedir. Bu çerçeveye göre çocukların farklı ülkelerde ortaokulda üçüncü veya dördüncü seviyede düşünebildiklerini farklı çalışmalarda ortaya konmuştur (Ader, 2018).

Ayrıca öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme konusundaki bu arka plan bilgisinin öğretim sürecinin planlama, uygulama ve değerlendirme aşamalarında etkili bir şekilde kullanılabileceğini söylemişlerdir (Jones vd., 1999). Planlama ile ilgili olarak, öğretmenlere öğrencilerin olasılıksal düşüncesinin güçlü bir resmini sunduğundan bu bilgi ile bilgilendirilen öğretmenlerin, çerçevede belirlenen olasılıksal akıl yürütme seviyelerine uyan anlatımlar planlayabilirler. Bu bağlamda Jones ve arkadaşları (1999) geliştirdikleri olasılıksal düşünme çerçevesinin öğretmenlerin uygun olasılık görevleri oluşturma, öğrencilerin akıl yürütmelerini izleme ve değerlendirme ve eğitimi buna göre uyarlama için kullanılabileceğini söylemişlerdir.

İlerleyen yıllarda da çocuklarda olasılıksal akıl yürütme üzerine çalışmalar devam etmiştir. Way (2003), 4-12 yaşlarındaki çocukların olasılıkla ilgili akıl yürütürken kullandıkları stratejilerin özelliklerini belirlemek amacıyla farklı yaş seviyesinden toplam 74 öğrenciyle bir çalışma yürütmüştür. Çalışmasında öğrencilere olasılık konusuyla ilgili soruların bulunduğu uygulamalar yapmıştır. Çalışma sonucunda 3 farklı düşünme seviyesi belirlemiştir:

- I. *Olasılıksal Olmayan Düşünme,*
- II. *Gelişmekte Olan Olasılıksal muhakeme*
- III. *Olasılığın Nicelleştirilmesi*

Ayrıca yaş büyüdükçe olasılıksal akıl yürütmenin ve olasılıksal bir dil kullanmanın ilerlediğini kaydetmiştir. Ayrıca öğrenciler tarafından farklı öğrenme stratejileri geliştirilmesi gerektiği tek bir stratejinin öğrenmelerini negatif yönde etkilediğini raporlamıştır. Tablo 2.6'da Way'in (2003) belirlediği seviyelere ait bilgilerin özeti verilmiştir

Tablo 2.6: Way'in (2003) belirlediği seviyelerin özeti (s.191)

Seviye	Özellikler
Olasılıksal Olmayan Düşünme (ort. 5,8 yaş)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Minimum rastgelelik anlayışı</li><li>• Görsel karşılaştırma yapabilir</li><li>• Olasılıkları sıralayamaz</li></ul>
Gelişmekte Olan Olasılıksal muhakeme (9,2 yaş)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Örnek alanın tanınması</li><li>• Görsel karşılaştırma veya tahmin</li><li>• Karşılaştırmalar için toplama ve çıkarma stratejileri</li><li>• Eşitlik olasılığı ve imkânsızlık kavramları</li></ul>
Olasılığın Nicelleştirilmesi (ort. 11,3 yaş)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Sayısal karşılaştırma yapılır</li><li>• İkiye katlama ve yarıya çıkarma stratejileri</li><li>• Oransal düşünme</li><li>• Ortaya çıkan miktar belirleme</li></ul>

Way (2003) yaklaşık olarak 5 yaş civarını olasılıksal olmayan düşünme evresi olarak belirlemiştir. Bu evrede çocuklarda minimum rastgelelik anlayışının hâkim olduğunu ve öğrencilerin olasılıkları karşılaştırmada sadece görsel durumları değerlendirebildiklerini belirtmiştir. Way (2003) ikinci evre olarak gelişmekte olan olasılıksal muhakeme evresinde öğrencilerin yaş ortalamasını yaklaşık 9 olarak

belirlemiştir. Bu evrede öğrencilerin eşit olasılıklı ve imkânsız durumlarını fark edebildiklerini ve olasılık karşılaştırmalarını yapabilmek için strateji geliştirdiklerini belirtmiştir. Son evre olarak olasılığın nicelleştirilmesi evresini Way (2003) yaklaşık 11 yaş olarak hesaplamıştır. Bu evrede çocukların olasılık hesaplarını sayısal verilerle yapmaya başladıklarını belirtilmiştir.

Bahsedilen çalışmaların haricinde olasılıksal akıl yürütme, belirsizlik adıyla PISA’da da yer almaktadır. PISA matematik okuryazarlığı tanımı çerçevesinde matematik değerlendirmesini; kullanılan matematiksel içerik, öğrencinin etkinliğini açıklayan süreçler ve kullanılan bağlamlar şeklinde üç farklı yönden ele alınmaktadır. Matematiksel içerik ise dört farklı kategoride ele alınmıştır. Bunlar:

- Sayısal olayları veya durumları, sayısal ilişkileri ve örüntüleri içeren nicelik (quantity);
- Uzamsal ve geometrik çalışmaları içeren uzay ve şekil (space and shape);
- Değişkenler arasındaki ilişkileri ve bunların sunulması sırasında (denklem kullanımındaki gibi) kullanılması gereken cebirsel bilgi ve anlayışı içeren değişim ve ilişkiler (change and relationships),
- Olasılıkları, istatistiksel olayları ve durumları içeren belirsizlik (uncertainty) kategorileridir (YEĞİTEK, 2011, s. 15).

Ayrıca olasılık teorisi ve istatistik biliminin konusu olan belirsizlik, birçok problem durumunun matematiksel analizinin temelinde yatan bir olgu olduğu, okul müfredatlarında bu konulara daha fazla yer verilmesi önerileri yapılmaktadır. Bu alanda; veri toplama, veri analizi ve verilerin sunumu, olasılık ve çıkarımda bulunma önem arz etmektedir (YEĞİTEK, 2011).

PISA olasılıksal ve istatistiksel düşünmenin gelişiminin ve yeterlik düzeylerinin incelenmesinde kullanılan Belirsizlik Yeterlik Ölçeği hazırlanmıştır. Bu ölçek Tablo 2.7’de verilmiştir.

DÜZEY	Genel Yeterlikler	Görevler
6	Gerçek hayat durumlarının matematiksel temsili oluşturmak için istatistiksel ve olasılıksal içeriklerde yüksek düzeyde düşünme ve akıl yürütme becerilerini kullanma. Problemleri çözmek, delil ve açıklamalar geliştirebilmek ve anlatabilmek için kavrayış gösterir ve dikkatlice düşünür.	Olasılık bilgisini kullanarak gerçek hayat durumları üzerine dikkatlice düşünür (reflect) ve yorumlar; orantısız akıl yürütür, büyük sayılar ve yuvarlamayı kullanarak gerekli hesaplamaları yapar. Pratik, gerçek içeriklerdeki olasılığı kavradığını gösterir. Yeni, alışıldığın dışındaki olasılıkla ilgili durumlarda üst düzeylerde yorum yapar, mantıksal akıl yürütür ve kavrayış sergiler. Verinin dikkatli ve derinlemesine yorumuna dayanarak sağlam dayanaklı görüş (argumentation) geliştirir. İstatistiksel kavramları kullanarak karmaşık akıl yürütümler gerçekleştirir. Örneklemenin temel düşüncelerini anladığını gösterir ve ayrıntılı ortalamayla ilgili ve kavrayış gerektiren sistematik sayma stratejilerini kullanarak hesaplamalar yapar. Kendi üst düzey karmaşık görüş (argümantasyon) ve açıklamalarını baskalarına anlatabilir.
5	Kısmen yapılandırılmış ve matematiksel temsilin kısmen belirli olduğu problem durumlarında olasılıksal ve istatistiksel bilgiye başvurma. Verilen bilgiyi analiz etmek ve yorumlamak için, uygun modeller geliştirmek ve birbirini izleyen hesaplama işlemlerini yerine getirmek için akıl yürütür ve kavrayış gösterir.	Alışıldığın dışında yeni bir olasılıksal deneyin çıktılarını yorumlar ve üzerine dikkatlice düşünür (yansıtır). Teknik diii kullanarak metni yorumlar ve uygun olasılıksal hesaplamaya çevirir. İlgili bilgiyi belirler, tanır ve ortaya çıkarır; yorumlar ve çeşitli kaynaklardan gelen bilgilerle bağdaştırır (örn. çoklu tablo, grafik, metin gibi). Standart olasılık durumları üzerine iyice düşünür ve kavrayış gösterir. Alışıldığın dışında yeni bir olgu veya durumu analiz etmek için olasılık kavramlarını uygular. Orantısız akıl yürütür ve istatistiksel kavramlarla akıl yürütür. Veriye dayalı çok adımlı akıl yürütür. Olasılık bilgisi ve istatistiksel kavramların (rastgelelik, örnekleme, bağımsızlık gibi) uygulamalarını içeren karmaşık modellemeler yapar. Toplama, orantı, büyük sayıların çarpımı, yuvarlamayı içeren hesaplamaları, alışıldığın dışındaki istatistiksel içerikli problemleri çözmek için kullanır. Birbirine ilgili hesaplar.
4	Yeni, sık karşılaşılmadık durumlardaki basit problemleri çözmek için sayısal muhakeme ile birlikte istatistiksel ve olasılıksal kavramları kullanır; çok adımlı veya ardışık hesaplama işlemlerini gerçekleştirir; verileri yorumlamaya dayalı tartışmalar yapar ve açıklar.	Alışıldık olmayan (bilimsel içeriğe sahip olanlar dahil) fakat kolay anlaşılır içerikli metni yorumlar. Tablo ve grafiklerdeki verinin farklı yönlerini dikkate aldığı gösterir. Metin şeklindeki açıklamaları uygun olasılık hesabına çevirir. Çeşitli istatistiksel grafiklerden verileri seçer ve yorumlar, temel hesaplamaları yapar. Temel istatistiksel kavram ve tanımların (olasılık, beklenen değer, rastgelelik, ortalama) anlamasını gösterir. Problemlerin çözümünde temel olasılık bilgisini kullanır. Gerçek dünyadaki niceliksel kavramların sözel ifadelerin ("büyük artış" gibi) temel matematiksel açıklamalarını inşa eder. Veriye dayalı matematiksel argümantasyonlarda bulunur. Sayısal akıl yürütme için kullanır. Çok adımlı hesaplamaları içeren basit aritmetik işlemleri ve yüzde ile ilgili çalışmaları gerçekleştirir. Tablodan bilgi çıkarır ve bu bilgilere dayalı basit görüşler oluşturur ve başkalarına anlatır.
3	İstatistiksel bilgileri ve verileri yorumlar ve farklı bilgi kaynaklarıyla bağlantı kurar; basit olasılık kavram, sembol ve kurallarıyla temel muhakeme yapar.	Tablo şeklinde temsil edilen bilgiyi yorumlar. Standart olmayan grafikleri okur ve yorumlar. Karmaşık fakat iyi tanımlanmış ve tanıdık olasılık deneylerinin olasılık çıktılarını belirlemek için akıl yürütür. Veri sunum biçimlerini kavradığını gösterir. Örneğin; sayı duygusu, iki farklı tablodaki bağlantılı bilgiyi bağdaştırır, veriyi uygun grafik türü ile bağdaştırır. Sıradan/ortalama (common sense) akıl yürütmelemlerini başkalarına anlatır.
2	Bilinen grafiksel formda sunulan istatistiksel bilginin yerini belirler; temel istatistiksel kavram ve kuralları anlatır.	Basit ve bilinen bir grafik türünde sunulan konu ile ilgili bilgileri tanımlar. Yaygın ve bilinen formda verilen metin ile ilgili grafik arasında bağlantı kurar. Basit istatistiksel hesaplamaları anlatır ve açıklar (Örn, ortalama). Sütun grafiği gibi sık karşılaşılan veri gösteriminden doğrudan değerleri okur.
1	Bilinen deneysel içeriklerde temel olasılıksal düşünceleri anlatır ve kullanır.	Basit ve tanıdık deneylerdeki (örn, madeni para ve zarla ilgili) temel olasılık kavramlarını anlatır. Sınırlı ve iyi tanımlanmış oyun durumlarındaki kombinyonel çıktıları sistematik şekilde listeler ve sayar.

Tablo 2.7: PISA belirsizlik alan yeterlik düzeyleri (Seis, 2011, s. 43)

## 2.2. Olasılık Konusunun Matematik Dersi Öğretim Programlarındaki Yeri

Olasılık modern toplumun gerekli bir bileşeni olmuştur ve olasılığın bu gibi nedenlerle okul müfredatlarında yeri önemlidir. Ülkemizde olasılık konusu 1977 programından yer almaya başlamıştır. 1977 programında bu yana da tüm programlarda da mevcuttur. Programlarda yer alan olasılık içerikleri incelendiğinde ortaokul seviyesinde 2005 programı haricinde ortaokulun son sınıfında öğretilmesinin planlandığı görülmektedir (Ader, 2018). Günümüze kadar ki programlarda olasılık alanıyla ilgili temel kavram ve becerilerin dağılımı ve ilk kez karşılaştıkları sınıf seviyeleri Tablo 2.8’de verilmiştir.

Tablo 2.8: Programlarda olasılık alanıyla ilgili temel kavram ve becerilerin dağılımı ve ilk kez karşılaştıkları sınıf seviyesi (Ader, 2018, s. 300)

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programları										
	1926	1931	1938	1949	1977	1990	1998	2005	2013	2017
Olasılığın tanımının temel kavramları (deney, çıktı vb)	-	-	-	-	-	✓(8)	✓(8)	✓(6)	✓(8)	✓(8)
Olasılık hesaplama	-	-	-	-	✓(8)	✓(8)	✓(8)	✓(6)	✓(8)	✓(8)
Olayların olasılıklarının incelenmesi/ karşılaştırılması	-	-	-	-	-	✓(8)	✓(8)	✓(6)	✓(8)	✓(8)
İmkânsız/kesin olaylar	-	-	-	-	-	✓(8)	✓(8)	✓(6)	✓(8)	✓(8)
Ayrık/ayrık olmayan olaylar	-	-	-	-	✓(8)	*	*	✓(8)	-	-
Bağımsız olay	-	-	-	-	-	✓(8)	✓(8)	-	-	-
Deneysel/teorik/öznel olasılık	-	-	-	-	-	-	-	✓(8)	-	-

\*Kazanımlarda bu kavramlar adıyla belirtilmemiş olsa da, kazanım içeriğinde hedef alınmaktadır.

Tablo 2.8 incelendiğinde 2005 yılı haricinde olasılık konusunu içeren yıllardaki programlarda öğrenciler olasılık ile 8. sınıfta tanışmaktadır. Olasılık konusuna it kazanımlar ilk olarak 1977 programında yer almıştır. 1990’dan günümüze kadar ise olasılık hesaplarının yanı sıra imkânsız ve kesin olaylar, olasılık değerlerinin anlamlandırılması ve farklı olasılıklarının değerlendirilmesine dair kazanımlara yer

verilmiştir. 2005 yılında ise olasılık altın çağını yaşamıştır ve olasılıksal düşünmenin alan yazında öne çıkan temel kavram ve becerileri ile örtüşür durumdadır. 2013 ve 2017 programlarında bu kavram ve becerilere önem verilmeye devam edilse de bir kısmı lise programı kapsamına alınmıştır (Ader, 2018).

Olasılık konusu 2005 programında altın çağını yaşasa da 2005 sonrası olasılık adına programlarda daralmaya gidilmiştir. Ayrık/ayrık olmayan olaylar ve bağımlı/bağımsız olaylar 2005 programı sonrasında daralan olasılık sebebiyle 2013 ve 2017 programlarında yer almamaktadır. Ayrıca programlar matematik öğretimindeki genel hedefler çerçevesinde incelendiğinde hiçbir programda olasılıksal düşünme ile ilgili ayrıntılı açıklamalara rastlanmamıştır (Ader, 2018). Olasılık konusuna ait kazanımların 2009, 2013 ve 2018 olmak üzere değişen yıllara göre müfredattaki yeri sırasıyla Tablo 2.9, Tablo 2.10 ve Tablo 2.11’de verilmiştir.

Tablo 2.9: Olasılık konusunun MEB (2009) müfredatındaki yeri (MEB, 2009, s. 119)

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Sınıf	Kazanım
Veri	Olasılık	4	1. Olayların olma olasılığı ile ilgili tahminler yapar.
			2. Basit bir olayın olma ihtimali ile ilgili deney yapar ve sonucu yorumlar.
			3. Bir olayın adil olup olmadığı hakkında yorum yapar.
		5	1. Olayların olma olasılığı ile ilgili tahminler yapar.
			2. Basit bir olayın olma ihtimali ile ilgili deney yapar ve sonucu yorumlar.
			3. Bir olayın adil olup olmadığı hakkında yorum yapar.
Olasılık ve İstatistik	Olası Durumları Belirleme	6	1. Deney, çıktı, örnek uzay, olay, rastgele seçim ve eş olasılıklı terimlerini bir durumla ilişkilendirerek açıklar.
			2. Bir olayı ve bu olayın olma olasılığını açıklar.
			3. Bir olayın olma olasılığı ile ilgili problemleri çözer ve kurar.
	Olay Çeşitleri	7	1. Permütasyon kavramını açıklar ve hesaplar.
			1. Kombinasyon kavramını açıklar ve hesaplar.
			2. Permütasyon ve kombinasyon arasındaki farkı açıklar.
Olasılık Çeşitleri	7	1. Kesin ve imkânsız olayları açıklar.	
		2. Tümleneyen olayı açıklar.	
		1. Ayrık ve ayrık olmayan olayın deneyini, örnek uzayını ve olayını belirler.	
Olasılık Çeşitleri	8	2. Ayrık ve ayrık olmayan olayları açıklar.	
		3. Ayrık ve ayrık olmayan olayların olma olasılıklarını hesaplar.	
		1. Bağımlı ve bağımsız olayları açıklar.	
Olasılık Çeşitleri	8	2. Bağımlı ve bağımsız olayların olma olasılıklarını hesaplar.	
		1. Geometri bilgilerini kullanarak bir olayın olma olasılığını hesaplar.	
Olasılık Çeşitleri	8	1. Deneysel, teorik ve öznel olasılığı açıklar.	

2009 yılındaki müfredatında olasılık konusu 4. sınıftan 8. sınıfa kadar her sınıf düzeyinde yer almaktadır. Kazanımlar incelendiğinde olasılık konusunun detaylı ve kapsamlı şekilde yer aldığı görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin ortaokula gelmeden 4. sınıftan itibaren olasılık konusuyla karşılaşmış oldukları görülmektedir. Ortaokul müfredatında ise olasılık konusunda; olası durumları belirleme, olay ve olasılık çeşitleri,

tablo ve grafikler ve merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri olmak üzere farklı alt öğrenim alanlarıyla detaylı kazanımlar yer almaktadır. 2013 yılında ise müfredatın değişmesiyle olasılık konusunun sınıflara göre kazanımları değişmiştir. Değişen öğretim programıyla olasılık konusu 2013 yılı programında sadece 8. sınıfta yer verilmiştir (Şen, 2017).

Tablo 2.10: Olasılık konusunun MEB (2013) müfredatındaki yeri (MEB, 2013, s. 42)

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Sınıf	Kazanım
Olasılık	Basit Olayların Olma Olasılığı	8	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bir olaya ait olası durumları belirler.</li> <li>2. “Daha fazla”, “eşit”, “daha az” olasılıklı olayları ayırt eder, örnek verir.</li> <li>3. Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değerinin eşit olduğunu ve bu değer <math>1/n</math> olduğunu açıklar.</li> <li>4. Olasılık değerinin 0-1 arasında olduğunu anlar ve kesin (1) ile imkânsız (0) olayları yorumlar.</li> <li>5. Basit bir olayın olma olasılığını hesaplar.</li> </ol>

2013 yılında değişen öğretim programında olasılığın yeri oldukça azalmıştır. Öncesinde 4. sınıftan itibaren tüm sınıflarda yer alan olasılık yapılan değişikliklerle sadece 8. sınıfta basit olayın olma olasılığı alt öğrenme alanıyla yer almıştır. Daha sonra öğretim programının yeniden değişmesiyle olasılık konusu 2013 müfredatındaki yeriyle benzer şekilde kalmıştır. Olasılık konusunun ortaokul matematik dersi öğretim programındaki son hali Tablo 2.11’de verilmiştir.

Tablo 2.11: Olasılık konusunun MEB (2018) müfredatındaki yeri (MEB, 2018, s. 76)

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Sınıf	Kazanım
Olasılık	Basit Olayların Olma Olasılığı	8	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bir olaya ait olası durumları belirler.</li> <li>2. “Daha fazla”, “eşit”, “daha az” olasılıklı olayları ayırt eder, örnek verir.</li> <li>3. Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değerinin eşit olduğunu ve bu değer <math>1/n</math> olduğunu açıklar.</li> <li>4. Olasılık değerinin 0 ile 1 arasında (0 ve 1 dâhil) olduğunu anlar.</li> <li>5. Basit bir olayın olma olasılığını hesaplar.</li> </ol>

Daha önceki ilköğretim matematik dersi öğretim programında 4. sınıftan başlayıp ilköğretimin bitimine kadar tüm sınıfların kazanımlarında yer alan olasılık konusu ilköğretim müfredatlarında günümüzde sadece 8. sınıf kazanımlarında mevcuttur. Ortaokul matematik dersi öğretim programı; Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri



İşleme ve Olasılık olmak üzere beş öğrenme alanından oluşmaktadır. Olasılık öğrenme alanı sadece 8. sınıfta yer almaktadır. Bu düzeyde öğrencilerin bir olaya ait olası durumları ve farklı olasılıklara sahip olayları belirlemeleri, eş olasılıklı olayları incelemeleri ve basit olayların olma olasılıklarını hesaplamaları beklenmektedir (MEB, 2018). Öğretim programında şu anki haliyle olasılık, çıktı, olay, eş olasılık, imkânsız olay, kesin olay terim ve kavramları yer almaktadır. Olasılık konusu Tablo 2.10’da görüldüğü üzere sadece 8. sınıf kazanımlarında basit olayın olma olasılığı alt öğrenme alanındadır.

Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]) okul matematiği için içerik standartları ve sınıf düzeyine göre beklentileri belirlemiştir. Olasılık konusundaki standardı “Olasılığın temel kavramlarını anlamalı ve uygulamalıdır” şeklinde belirtilmiştir. Ayrıca sınıf düzeyleri için beklentiler Tablo 2.12’de verilmiştir.

Tablo 2.12: NCTM’ye göre olasılık konusundaki beklentiler (Van De Walle, 2014, s. 531)

Sınıf Düzeyi	Beklentiler
Anaokulu öncesi- Anaokulu-2. Sınıflar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Olası ya da olası olmayan şeklindeki öğrenci deneyimleriyle ilgili olayları tartışmalıdır.</li> </ul>
3-5. Sınıflar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Olası ya da olası olmayan durumları tartışmalı ve kesini eşit şanslı ve imkânsız gibi kelimeleri kullanarak olasılık derecesini tartışmalıdır.</li> <li>• Basit deneylerin çıktılarının olasılığını tahmin etmeli ve tahminler, denemelidir.</li> <li>• 0’dan 1’e bir sayı ile temsil edilebilen bir olayın olasılığının miktarını anlamalıdır.</li> </ul>
6-8. Sınıflar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tümleyen ve ayrık olayları açıklamak için uygun terminolojiyi anlamalı ve kullanmalıdır.</li> <li>• Deneylerin ve simülasyonların sonuçlarına yönelik tahminlerde bulunmak ve bunları denemek için orantıyı ve olasılıkla ilgili temel bir anlayışı kullanmalıdır.</li> <li>• Alan modelleri, ağaç şeması ve düzenlenmiş listeler gibi yöntemleri kullanarak bileşik olaylara (bağımlı ve bağımsız olaylara) yönelik olasılıkları hesaplamalıdır.</li> </ul>

Tablo 2.12’de NCTM’ye göre olasılık konusundaki beklentiler verilmiştir. Bu beklentiler detaylı incelendiğinde 3-5. sınıflar için yer alan beklentileri MEB’de (2018) yer alan 8. sınıf kazanımlarıyla benzer şekildedir. Bu durum Türkiye’deki olasılık eğitiminde 8. sınıfta başlayan olasılık kazanımlar ile ulusal konseyde belirtilen 3-5. sınıf

beklentilerinin paralel olduğu gör÷lmektedir. Bu durumun ÷lkemizde olasılık eğitiminin geç yaşta başlıyor olduğunu g÷sterdiği s÷ylenebilir. Ayrıca verilen beklentilerde 6-8. sınıf beklentilerin g÷n÷m÷zde ÷lkemizde uygulanan m÷fredatta 8. sınıfta başlayan olasılık eğitimi kazanımlarının üstündedir.

### **2.3. Olasılıksal Akıl Yürütme Üzerine Yapılan alışmalar**

Bulut (1994) farklı öğretim yöntemlerinin ve cinsiyetin sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık başarısı ile olasılığa karşı tutumları üzerindeki etkilerini test etmek amacıyla bir çalışma yür÷tmüştür. Kızlar, erkeklerden anlamlı olarak daha yüksek OBT (Olasılık Basan Testi) ortalamasına sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Bununla beraber, kızlar ve erkekler arasında istatistiksel olarak OTÖ (Olasılığa Karşı Tutum Ölçeği) puanına göre ortalamalar arasında bir fark olmadığı, OBT ve OTÖ açısından öğretim metotları ve cinsiyet arasında etkileşim olmadığı raporlanmıştır.

Tarr ve Jones (1997) öğrencilerin koşullu olasılık ve bağımsızlık yapılarıyla ilgili akıl yürütmelerini incelemişlerdir. alışmalarında 4-8. sınıflardaki 15 öğrenciyle görüşmeler yaparak bir ereve geliştirmişlerdir. Araştırma ortaokul öğrencilerinin gözlemlerinin bir sentezine dayanarak, öğrencilerin iki yapı hakkındaki düşüncelerini değerlendirmek için bir ereve-koşullu olasılık ve bağımsızlık-form÷le edilmiş, incelenmiş ve onaylanmış. Her iki yapı için de öznelden sayısal muhakemeye kadar bir sürekliliği yansıtan dört düşünme düzeyi belirlenmiştir. Bu çerçevenin öğretim ve değerlendirme için değerli kriterler sağlayacağını belirtmişlerdir.

Jones ve arkadaşları (1997) küçük yaştaki öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini incelemişlerdir. Bu çalışmada olasılığın 4 kavramı üzerinde öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini açıklayan ereve oluşturmuşlardır. Bu alışma 1999 yılına üst yaşlardaki öğrencilerle 6 kavram üzerinde geliştirilmiştir. Jones ve arkadaşları (1999), öğretmenlerin öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini anlamalarına ve geliştirmelerine yardımcı olacak bir arka plan sağlamak amacıyla ilkokul ve ortaokul öğrencileri tarafından sergilenen olasılıksal akıl yürütmeyi tanımlamak ve açıklamak için bir çalışma yapmıştır. alışmalarında üç yıllık bir dönem boyunca ilkokul ve ortaokul öğrencileriyle bir dizi öğretim deneyi gerçekleştirmiş ve öğrencilerin düşüncelerini sistematik olarak gözlemleyerek, olasılıksal akıl yürütmelerini açıklayan ve tahmin eden bir ereve çalışması oluşturmuşlar ve altı temel kavram belirlemişlerdir. Bu kavramlar *örnek uzayı, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, koşullu*

*olasılık ve bağımsızlıktır.* Çalışmada oluşturulan olasılıksal akıl yürütmeyi açıklayan çerçeve detaylarıyla yukarıda verilmiştir (bkz. Tablo 2.5).

Fischbein ve Schnarch (1997) yaşla birlikte olasılıksal, sezgisel temelli kavram yanılgılarının evrimini incelemek amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. 5. sınıfta 20 öğrenci (10-11 yaş), 7. sınıfta 20 öğrenci (12-13 yaş), 9. sınıfta 20 öğrenci (14-15 yaş), 20 sınıfta 11 (16-17 yaş) ve 18 öğretmen adayıyla çalışma sürdürülmüştür. Yedi olasılık probleminde oluşan bir anket geliştirilmiştir ve her sorun bilinen bir olasılıksal kavram yanılgısı ile ilişkilidir. Sonsuzluk kavramlarıyla yapılan önceki araştırmalara dayanarak, bu kavram yanılgılarının soyut işlem döneminin ortaya çıkması sırasında istikrara kavuşacağını varsaymışlar ancak 5., 7., 9. ve 11. sınıf öğrencilerinin ve öğretmen adaylarının olasılık problemlerine verilen yanıtlar, hipotezlerinin aksine, bazı yanlış anlamaların yaş ilerledikçe güçlendiğini, diğerlerinin ise zayıfladığını belirtilmiştir.

Amir ve Williams (1999) kültürün olasılıksal düşünmeye etkisini araştırmak için 11-12 yaş grubundaki öğrencilerle bir çalışma yapmışlardır. Çalışmalarında sonuç yaklaşımı, eş olasılık, temsiliyet gibi kavramlara dayalı sorular sorularak öğrenci düşünceleri incelenmiştir. Verilerin analizinde kültürün olasılıksal düşünmeyi etkilediği ortaya çıkmıştır. Olasılıksal düşünmede özellikle dinin, inançların ve konuşma dilinin etkili olduğu belirtmişlerdir.

Batanero ve Serrano (1999), yaş ile birlikte öğrencilerin rastgelelik kavramına yükledikleri anlamın nasıl değiştiğini incelemişlerdir. Bu amaçla 14 ve 17 yaşlarındaki toplam 277 öğrenciyle bir çalışma yürütmüşlerdir. Çalışma sonucunda öğrencilerin rastgelelik kavramını anlamasında yaşın çok etkili olmadığını ve rastgelelik kavramının anlaşılması zor bir kavram olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca bu kavramın anlaşılması için olasılıktaki diğer birçok kavramın (örnek uzay, bir olayın olasılığı, olasılık karşılaştırma vb.) anlaşılmasının gerekli olduğu belirtmişlerdir.

Nazlıçiçek-Koyuncu (2000) öğrencilerin örnek uzayın belirlemede zorluklar yaşadıklarını ve özellikle iki zarın aynı anda atılmasında, öğrenciler bütün çıkanları listelemede sistematik bir yaklaşım gösteremediklerinden örnek uzayı ifade edemediklerini belirtmiştir. Yazıcı (2002) örnek uzay ile evrensel küme kavramlarının karıştırıldığını ve öğrencilerin “kesin olay” ile “imkânsız olay” arasındaki farkı açıklayamadıklarını belirtmiştir.

Olasılıksal düşünmeyi anlamak için Efraim Fischbein'in anısına Greer (2001), Fischbein'in yaptığı çalışmaları derlemiştir. Bu amaçla Fischbein'in "Çocuklardaki Olasılıksal Düşünmenin Sezgisel Kaynakları (The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children)" kitabını incelemiş ve bu çalışmasında, yaptığı derlemeleri 3 bölümde özetleyerek Fischbein'in çalışmasının olasılık öğretiminin geliştirilmesindeki önemini belirtmiştir.

Polaki (2002), araştırmasını Lesotho ülkesindeki ilkokul dördüncü ve beşinci sınıflardan toplam 12 öğrenci ile bir çalışma yürütmüştür. Çalışmasında olasılıksal düşüncede büyümeyle ilişkili temel özellikleri tanımlamayı ve izlemeyi amaçlamıştır. Çalışmasını 2 versiyonda gerçekleştirmiştir, ilk versiyon küçük ölçekli deneysel verilerin analizine ve örnek uzay kompozisyonuna odaklanmıştır. Örnek uzay simetri analizlerine ek olarak, ikinci versiyonda büyük ölçekli deneysel veriler (bilgisayar simülasyonlarından alınmış) kullanılmıştır. Araştırma sonucuna göre her ne kadar öğretim denemesinin her bir versiyonunu takip eden öğrenciler arasında olasılıksal düşünme konusunda anlamlı bir fark olmamasına rağmen, nicel ve nitel verilerin analizi, her iki versiyonun da öğrencilerin olasılıksal düşünme üzerinde gözle görülür bir etkisi olduğunu göstermektedir. İki boyutlu deneyler için örnek uzayın listelenmesine yönelik bir strateji üretmek, bir olayın olasılığı ile ilgili düşüncelerinde bir dönüm noktası olduğu belirtilmiştir. Araştırmaya göre sonuçlar, nicel düşünce alanındaki gözlemlenenlere benzer merkezi kavramsal yapıların, öğrencilerin olasılık içinde düşündükleri bağlamında var olduğu fikrini desteklemektedir. Ek olarak, bu çalışmada öğretimi bilgilendirmek için olasılık çerçevesinin başarılı bir şekilde kullanılması, öğretim etkinliklerinin tasarlanmasında ve olasılık düşüncesinde ölçütlerin belirlenmesi için bir temel olarak kullanılabilceğini raporlanmıştır.

Watson ve Moritz (2002), öğrencilerin bir olayın olma olasılığı, birleşik olayların olasılığı ve koşullu olasılık kavramları için muhakemelerinin yaşla birlikte nasıl değiştiğini incelemek amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. Bu amaçla yaşları 5-11 olan öğrencilerle çalışmışlardır. Çalışma bulgularına göre farklı yaş gruplarındaki öğrencilerin koşullu olasılık kavramıyla ilgili sorulara verdikleri doğru cevapların oranı karşılaştırıldığında öğrenim düzeyi arttıkça doğru cevap verme seviyelerinin de arttığı görülmüştür. Ancak birleşik olayların olasılığıyla ilgili sorulara verilen doğru cevap oranlarıyla öğrenim düzeyi arasında bir ilişki bulunamadığını raporlamışlardır.

Bulut, Yetkin ve Kazak (2002) Ortaöğretim Matematik Eğitimi Programlarında kayıtlı olan 4. sınıf matematik öğretmen adaylarının olasılık başarısını, olasılığa ve matematiğe yönelik tutumlarını cinsiyete göre incelemiştir. Analizler sonuçlarına göre, matematik öğretmen adaylarının olasılık başarı ortalamaları arasında istatistiksel olarak erkekler lehine anlamlı bir fark bulunmuş iken, matematik dersine yönelik tutumlarının ortalamaları arasında kızlar lehine bir fark bulunmuştur. Çalışma sonucunda erkeklerin olasılık başarıları ile olasılığa yönelik tutumları arasında, olasılığa yönelik tutumları ve matematiğe yönelik tutumları arasında anlamlı ilişkiler bulunmuştur.

Karapür (2002) ortaöğretim okulları öğrencilerinde olasılık öğretiminde görülen kavram yanlışlarını tespit etme ve bu yanlışların nedenlerini araştırmak amacıyla 2001-2002 öğretim yılında Van'daki liselerde okuyan 217 öğrenciye sınıf ortamında 32 sora içeren anket uygulaması ile gerçekleştirmiştir. Anket sonuçlarını ki-kare istatistik tekniği ile değerlendirdiği araştırma sonucuna göre öğrenciler olasılık kavramlarında öğretmenlerinden etkilenecek yanlışlığa düşmüşlerdir. Öğretmenlerin olasılık dersini günlük hayatla ilişkilendirmemesi, ders işleme metodu, derste çözülen problem miktarı, dersin dikkatli takip edilmesi, anlaşılmayan kavramların öğretmene sorulması şeklindeki sebepler kavram yanlışlığına düşülmesini etkilediği raporlanmıştır. Sınıf mevcutlarının kalabalık olması öğrencilerin dikkatlerini toplamalarına engel olmakta ve yanlışları da arttırmaktadır. Olasılık dersinin kavram haritaları ve çalışma yaprakları dâhilinde işlenmesi kavramlardaki yanlışları engellediği de belirtilmiştir.

Mut (2003) olasılık konusunda öğrencilerin gösterdikleri kavram yanlışlarını, öğrencilerin sınıf seviyelerine, önceden olasılık konusu ile ilgili öğretim alıp almadıklarına ve cinsiyetlerine göre incelemeyi amaçladığı çalışmada değişik okul çeşidi (genel liseleri, özel liseler, Anadolu liseleri, meslek liseleri, ve ortaokullar) ve değişik sınıf seviyesinden (5-10.sınıf arası) seçilmiş, sosyo-ekonomik ve kültürel bakımından farklılık gösteren 885 öğrenci ile çalışmasını yürütmüştür. Öğrencilere 8 farklı kavram yanlışlığı çeşidini içeren ve 14 olasılık probleminden oluşmuş Olasılık Kavram Yanlışlığı Testi (OKYT) ve bir anket uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin kavram yanlışlığı çeşitlerinin sıklığı sınıf seviyelerine göre değişmektedir. b) Örneklem Büyüklüğünün Etkisi Yanlışlığı ve Zaman Etkisi Yanlışlığı'nda önceden olasılık öğretimi almış öğrencilerin yüzdesinin öğretim almamış öğrencilerin yüzdesinden daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Buna ek olarak, diğer olasılık kavram yanlışlığı çeşitlerinde ise olasılık

konusunda öğretim almamış öğrencilerin yüzdelerinin, öğretim almış öğrencilere göre daha yüksek olduğu ve cinsiyete göre tüm olasılık kavram yanılığısı çeşitlerinin sıklığının değiştiği raporlanmıştır.

I. Lamprianou ve T.A. Lamprianou (2003), 9-12 yaşlarındaki öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini incelemek ve bu akıl yürütmelerinde cinsiyetin ve yaşın etkisini araştırmışlardır. Bu amaçla toplam 426 ilköğretim öğrencisiyle çalışmışlardır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin bazen sezgilerine dayalı olarak cevaplar verdikleri, bazen de konu ile ilgili olmayan öznel cevaplar verdiklerini belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin testteki başarılarında ne yaş ne cinsiyetin belirleyici olduğunu ve bu başarılarında sadece olasılıksal muhakeme becerileri belirleyici olduğunu raporlamışlardır.

Way (2003), 4-12 yaşlarındaki çocukların olasılıkla ilgili akıl yürütürken kullandıkları stratejilerin özelliklerini belirlemek amacıyla farklı yaş seviyesinden toplam 74 öğrenciyle bir çalışma yürütmüştür. Çalışmasında öğrencilere olasılık konusuyla ilgili soruların bulunduğu uygulamalar yapmıştır. Çalışma sonucunda 3 farklı düşünme seviyesi belirlemiştir:

- I. *Olasılıksal Olmayan Düşünme,*
- II. *Gelişmekte Olan Olasılıksal muhakeme*
- III. *Olasılığın Nicelleştirilmesi*

Ayrıca yaş büyüdükçe olasılıksal akıl yürütmenin ve olasılıksal bir dil kullanmanın ilerlediğini kaydetmiştir. Ayrıca öğrenciler tarafından farklı öğrenme stratejileri geliştirilmesi gerektiği tek bir stratejinin öğrenmelerini negatif yönde etkilediğini raporlamıştır.

Gürbüz (2006), olasılık kavramlarıyla ilgili geliştirdiği somut materyallerin 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavramsal gelişimine etkisini araştırmak için bir çalışma yapmıştır. Çalışmasında somut öğretim nesnelere, çalışma yaprakları ve kavram haritası kullanmıştır. Bir ilköğretim okulunda öğrenim gören 20 sekizinci sınıf öğrencisine uygulamasının öncesinde ve sonrasında açık uçlu sorulardan oluşan Kavramsal Gelişim Testi uygulamıştır. Çalışmasının sonucunda geliştirilen materyallerin olasılık kavramlarının gelişiminde etkili olduğunu belirtmiştir.

Çelik ve Güneş (2007) farklı seviyelerdeki öğrencilerin olasılıkla ilgili gerçek dünyadaki sezgi ve deneyimleri sonucu oluşan anlama ve kavram yanılıklarını

derinlemesine incelemek amacıyla Trabzon ilindeki 7, 8 ve 9. sınıflarda öğrenim gören toplam 218 öğrenci üzerinde boylamsal (cross-sectional) yürüttüğü çalışmada veri toplamak amacıyla çoktan seçmeli bir test hazırlamış ve öğrencilerden sorulara verdikleri cevabın nedenini açıklamalarını istemişlerdir. Çalışmasının sonucunda, “temsil etme” ve “negatif ve pozitif yeniden meydana gelme” ile ilgili sınıf seviyesi arttıkça azaldığını, ancak “basit ve bileşik olaylar”, “birleşme yanılığını ve “örnek kümenin büyüklüğü” ile ilgili yanılığın ise her sınıf seviyesinde öğrencilerin büyük birçoğunda olduğunu saptamışlardır. Öğrenciler genel olarak verdikleri doğru cevapların nedenlerini açıklamada yetersiz kaldığını raporladığı çalışmasının ışığında, öğrencilerin yanılığa düştükleri kavramları fark edebilecekleri araştırma gerektiren ve somut materyaller içeren etkinliklere derslerde yer verilmesini önermişlerdir.

Memnun (2008), olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar ile bu kavramların yeterince iyi öğrenilememe nedenleri araştırmış, bu nedenleri ortaya koyulmaya çalışmış ve bu nedenlere bağlı olarak çözüm önerileri sunmuştur. Memnun çalışmasında; olasılık konusunda yapılmış olan yerli ve yabancı çalışmalar araştırılmış, elde edilen bulgulardan yararlanılarak kavramların öğrenilememe nedenleri sınıflandırmış ve yapılan sınıflama Ishikawa Diyagramı ile göstermiştir. Bu diyagramda, olasılık kavramlarının öğrenilememe nedenleri altı kategoride (*yaş, önbilgilerin yetersizliği, muhakeme etme becerisinin yetersizliği, öğretmen, kavram yanılığı ve öğrencilerin olumsuz tutumları*) toplanmıştır.

Dereli (2009) ilköğretim sekizinci sınıftaki olasılık konusunda; öğrencilerin karşılaştıkları hatalarını ve kavram yanılıklarını tespit etmek, olasılık konusundaki hataların ve kavram yanılıklarının giderilmesine katkıda bulunmak, olasılık konusundaki hataları ve kavram yanılıkları ile ilgili yapılacak çalışmalara örnek teşkil etmek açısından amaçlarıyla bir çalışma yürütülmüştür. Manisa'nın Alaşehir ilçe merkezindeki 7 ilköğretim okulunda 8. sınıflarda öğrenim gören toplam 349 öğrenci ile yapılan çalışmada veri toplama aracını geliştirmek için, uygulama öncesinde ilköğretim matematik öğretmenleri ile nitel görüşmeler yapılarak; öğrencilerin olasılık konusundaki karşılaştıkları hataları ve kavram yanılıkları belirlenmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanmış ilköğretim matematik programında belirtilen amaç ve davranışları kapsayan 8. sınıf düzeyine uygun 25 açık uçlu sorudan oluşan veri toplama aracı 349 öğrenci üzerinde uygulanmıştır. Araştırma sonucuna göre; öğrencilerin olasılık çeşitlerinden, deneysel ve teorik olasılığı ayırt etmede kavram

yanılıgına düştükleri görülmüştür. Bağımlı ve bağımsız olayları açıklamada yanılıgıya düşen öğrenciler olasılık hesaplamalarında da yanılıgıya düştükleri görülmüştür. Kavram yanılıgına sahip öğrencilerin seçimin önemli olduğu sorularda permütasyon, sıralamanın önemli olduğu sorularda ise kombinasyon cevabını verdikleri raporlanmış. Ayrıca kombinasyon kavramını iyi bilmeyen öğrenciler kombinasyon problemi kuramadıkları, kesirlerde sadeleştirmede ve çarpma işlemlerinde işlem hataları görüldüğu belirtilmiştir

Hayat (2009) İstatistik ve Olasılık öğrenme alanı olasılık alt öğrenme alanına yönelik olarak ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri ile olasılıkla ilgili görülen kavram yanılıgılarını belirlemek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Bu araştırmanın örneklemi, 2008-2009 eğitim öğretim yılında Erzurum il merkezinde yer alan çeşitli ilköğretim okullarında öğrenim gören 130 8. sınıf öğrencisi oluşturduğu bu çalışmada veri toplama aracı olarak Olasılık Başarı Testi (OBT) kullanmıştır. Çalışmadan elde edilen veriler SPSS 13. 0 paket programında değerlendirerek araştırma sonucunda olasılık alt öğrenme alanı ile ilgili olarak öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin yeterli olmadığu, kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olmadığu ve olasılıkla ilgili bazı temel kavramlara yönelik kavram yanılıgılarına sahip oldukları belirtmiştir.

Gürbüz, Çatlıoğlu, Birgin ve Erdem (2010) etkinlik temelli öğretimle geleneksel öğretimin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerine etkisini karşılaştırmak amacıyla yarı deneysel yöntemle bir araştırma yürütmüşlerdir. 25 deney ve 25'i kontrol grubu olmak üzere toplam 50 ilköğretim 5. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilen çalışmada, çalışma grubundaki öğrencilere 12 açık uçlu sorudan oluşan Kavramsal Gelişim Testi deneysel işlem öncesinde ve sonrasında uygulanmıştır. Verilerin analizinde bağımsız örneklem t-testi ve kovaryans analizi (ANCOVA) kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda etkinlik temelli öğretimin geleneksel öğretime göre olasılık kavramlarının gelişiminde daha etkili olduğu belirtmişlerdir.

şen (2010) ilköğretim altıncı sınıf matematik dersinde sezgisel düşünme kontrollü bilgisayar destekli, bilgisayar destekli ve geleneksel olasılık öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına, sezgisel düşünme düzeylerine ve kalıcılığa etkisini belirlemek amacıyla yarı-deneysel modele dayalı olarak bir çalışma gerçekleştirmiştir. Araştırmada rastgele seçilen öğrencilerden oluşan iki deney ve bir kontrol grubu ile yürütülmüştür. Birinci deney grubundaki öğrenciler sezgisel düşünme kontrollü olarak hazırlanan



bilgisayar destekli öğretim materyali ile ikinci deney grubu Milli Eğitim Bakanlığının da kullandığı Vitamin isimli bilgisayar destekli öğretim materyali ile; kontrol grubu ise geleneksel yöntem ile üç hafta süren öğrenim görmüştür. Araştırmanın sonucunda en başarılı grubun sezgisel düşünme kontrollü bilgisayar destekli öğrenim gören grup olduğu belirtilmiştir.

Memnun, Altun ve Yılmaz (2010) sekizinci sınıf öğrencilerin olasılığa ilişkin temel kavramları anlama düzeyleri ve bu kavramları uygulama becerileri incelenmişlerdir. Bir ilköğretim okuluna devam etmekte olan 90 sekizinci sınıf öğrencisi üzerinden yürütülen çalışmada verileri, toplam 5 açık uçlu sorudan oluşan bir *olasılık başarı testi*nden elde etmişlerdir. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplardan elde edilen veriler incelenmiş, yüzde ve frekans analizi ile çözümlenmişler ve çalışmanın sonunda; olasılık kavramlarının öğrenilmesinde öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyinin oldukça önemli olduğu ve bazı olasılık kavramlarının öğrenilmesinde öğrencilerin gelişmişlik düzeylerinin önemli bir rol oynadığı ortaya çıktığını raporlamışlardır. Ayrıca öğrencilerin örnek uzay kavramını anlama ve kullanmada, olasılık olayları ile ilgili muhakeme yapmada ve ayrık olay, bağımsız olay gibi bazı olasılık kavramlarını anlamlandırmada zorlandıklarının gözlemlediklerini belirtmişlerdir.

Akkaya (2010) çalışmasında, ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerine olasılık ve istatistik konularına ilişkin kavramların Yapılandırmacı ve Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımlarına göre öğretiminde bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiği incelemiştir. Yapılandırmacılık ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına uygun öğrenme ortamlarının tasarlanması ve tasarlanan öğretimin uygulanması sonucunda öğrencilerin oluşturdukları matematik bilgilerin anlamlılığının incelenmesini amaçlandığı için nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay (durum) yöntemini kullanmıştır. Gelişimsel araştırmanın esas alındığı çalışmada öğrenciye uygulanan etkinlikler uygulamıştır. Çalışmasının sonucunda bağımlı-bağımsız olay kavramlarının oluştururken öğrencilerin yeni oluşturdukları yapıları benzer problemler üzerinde tekrar tekrar kullanarak yapıyı oluşturma esnasında kullandıkları gözlemlenmiştir. Deneysel ve kuramsal olasılık kavramlarının oluşturma sürecinde ise bazı öğrenciler kuramsal olasılığı hesaplayabilmek için bileşik olayların olasılıklarını çarparak bulabilecekleri bilgi yapısını tanıyıp kullandıkları görülmüştür.

Özen (2013) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, olasılık kavram yanlışlarını elen alan soruları cevaplama performanslarının nasıl olduğunu belirlemek ve öğretmen adaylarının bu kavram yanlışlarının altında yatan nedenlerini araştırmayı amaçlamıştır. Bu doğrultuda yürüttüğü çalışmada 2011-2012 öğretim yılı bahar döneminde Sakarya ilindeki üniversitenin eğitim fakültesinden seçilen son sınıf 12 öğretmen adayına Olasılık Kavram Yanılgısı Testi uygulamış ve bu öğrenciler ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Çalışma sonucuna göre adayların hiçbirinin zaman çizelgesi yanılgısı ve bileşik olasılık ile ilgili kavram yanılgısını ele alan sorulara doğru yanıt veremedikleri ve adayların yarısından azının koşullu olasılık, örnek uzayın etkisi, çakışma yanılgısı ve temsil kısa yolu ile ilgili kavram yanılgısına neden olduğu belirtilmiştir. Son olarak, bu çalışmada, çıktılarının sırasını göz ardı etmenin, bileşik olasılık ile ilgili kavram yanılgısına neden olduğu bulunmuştur.

Gürbüz ve Erdem (2014), 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakemeleri arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. 167 tane 7. sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilen çalışmada veri toplamak amacıyla iki test [Matematiksel Muhakeme Testi (MMT), Olasılıksal Muhakeme Testi (OMT)] geliştirilmiş ve kullanılmıştır. Öğrencilerin her bir testten aldıkları puanlar arasındaki ilişkiyi belirlemek için Pearson korelasyon katsayısı ( $r$ ) hesaplamışlar ve her bir testteki bazı sorulara ilişkin örnek öğrenci cevapları doğrudan aktararak tartışılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakemeleriyle olasılıksal muhakemeleri arasında doğru bir ilişki olduğu saptanmıştır.

Öçal (2014) 8 ve 11. sınıf öğrencilerinin, olasılık konusundaki sezgi temelli kavram yanlışları ile öğretmenlerinin farkındalıklarının ve olağan derslerindeki öğretme pratiklerinin bu kavram yanlışlarını ne derece çözdüğünü belirlemeyi amaçlamıştır. Bu doğrultuda yürüttüğü çalışmada öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar, öğrencilerin birçok sezgi temelli kavram yanlışlarının olduğunu göstermiştir. Bu kavram yanlışlarının içerisinde, hazır bulunma ve temsil etme sezgiselleri, basit ve bileşik olaylar, birleşme yanılgısı, zaman eksenini olasılığı ve Stavy ve Tirosh'un sezgi kuralları teorisindeki kavram yanlışları gözlemlenmiştir. Çalışmanın bulgularına göre, öğretmenler, olasılıkta öğrencilerin ihtiyaçlarını, anlamalarını ve kavram yanlışlarını dikkate almak yerine akademik yılda müfredatı tamamlamaya odaklandıkları görülmüştür.

Çakmak ve Durmuş (2015) ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanındaki zorlandıkları kavramları belirlemek ve bunların nedenlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Çalışmasında 6-8.sınıf öğrencilerine (418 öğrenci) anlama güçlüklerini belirlemek üzere bir anket geliştirilmiş ve anket sonuçlarına göre zorlandıkları kavramlarda neden zorlanıldıklarını anlamak adına yarı yapılandırılmış mülakatlar yapmıştır. Çalışma sonucunda, zorlanmalarının nedenlerini öğrenci görüşlerine göre; *ilgili kavramları sınıf düzeyi arttıkça unutma, ele alınan konuyla ilgili kavramları diğer kavramlarla ilişkilendirememe, ezberleyerek öğrenme sonucu yorum yapamama, kavramlara doğru anlamlar yükleyememe ve yeteri kadar kavramları somut deneyimlere dayanarak öğrenmemeleri* olarak listelemiştir.

Fırat, Gürbüz ve Doğan (2016) bilgisayar destekli argümantasyona dayalı öğrenme ortamında öğrencilerin olasılıksal düşünmelerini, kavram yanlışlarını ve tahmin becerilerini incelemek amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. Bu çalışmada olasılık konusunda hazırlanan bilgisayar destekli bir materyal argümantasyon sürecine entegre etmişler ve Adıyaman il merkezinde bulunan iki ortaokuldaki 6 öğrenciden 3 gruba uygulamışlardır. Araştırma sonucunda uygulanan bilgisayar destekli argümantasyon yöntemi ile öğrencilerin olasılıksal düşünme becerilerinin arttığı, olasılık konusundaki kavram yanlışlarının azaldığı ve doğru tahmin etme becerilerinin geliştiği sonucuna varmışlardır. Ayrıca uygulama sürecinde öğrencilerin tahminlerindeki değişim incelenerek, öğrencilerin bağımsız olay ve örnek uzay kavramlarını bilmedikleri ve olasılık hesabı yapmakta güçlük çektiklerini belirtmişlerdir.

Doruk, Duran ve Kaplan (2018) argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel üst biliş farkındalıkları ile olasılıksal muhakeme becerilerine etkisini belirlemek ve öğrencilerin argümantasyon tabanlı olasılık öğretimine yönelik görüşlerini ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma yürütmüşlerdir. Araştırmada karma araştırma yönteminin sıralı açıklayıcı deseninden yararlanılmıştır ve araştırmanın örneklemini, 2014-2015 öğretim yılının ikinci döneminde Karadeniz Bölgesi'ndeki bir ilin bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 51 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Bu öğrencilerden 26'sı deney grubu 25'i ise kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Araştırmanın nicel kısmında ön-test, son-test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmış, nicel veri toplama aracı olarak da matematiksel üst biliş farkındalık ölçeği ile olasılıksal muhakeme beceri düzeyi belirleme ölçeği kullanılmıştır. Ayrıca deney grubundan seçilen öğrencilerle

yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılarak öğrencilerden uygulanan argümantasyon tabanlı olasılık öğretimine yönelik görüşleri alınmıştır. Araştırma sonucunda matematiksel üst biliş farkındalık bakımından argümantasyon tabanlı olasılık öğretimi ile mevcut öğretim yöntemi arasında anlamlı bir farklılaşma tespit edilememiş, olasılıksal muhakeme bakımından ise argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin mevcut öğretime göre daha etkili olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin süreç içerisinde kaliteli argümanlar üretme anlamında geliştikleri gözlemlenmiş ve öğrencilerin çoğunun uygulanan öğretim yöntemine yönelik görüşlerinin olumlu olduğu raporlanmıştır.

## BÖLÜM III

### YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmacının rolü, katılımcılar, veri toplama aracı, veri toplama süreci ve veri analizi ile ilgili açıklamalara yer verilerek yöntem bölümü sunulacaktır.

#### 3.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın deseni olarak, nitel araştırma desenlerinden olgubilim (phenomenology) deseni kullanılmıştır. Fraenkel, Wallen ve Hyun (2012) olgubilim yaklaşımını şu şekilde açıklamaktadır:

Olgubilim (fenomenolojik) bir çalışma yürüten bir araştırmacı, bireylerin belirli bir olguya (fenomenoloji) ilişkin çeşitli tepkilerini ve algılarını araştırır. Olgubilimciler genellikle insanların benzer deneyimleri algılaması ve yorumlamasında bazı ortaklıklar olduğunu varsaymaktadır; onlar bu ortaklıkları belirlemeyi, anlamayı ve betimlemeyi amaçlamaktadır. Bu algılayışın ortaklığı, deneyimin özü “essence”-temel özelliği (özellikleri)- olarak adlandırılır. Araştırmacıların belirlemek ve betimlemek istedikleri bir olgunun temel yapısıdır (s. 432).

Bu araştırma için olgubilim desenin seçilmesinin nedeni bu desenin bireylerin bir olguya ilişkin deneyimlerinin belirlenmesi, algıları, yükledikleri anlamların ortaya çıkarılması, anlaşılması ve betimlenmesini amaçlayan çalışmalar için uygun bir araştırma zemini oluşturmasıdır. Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmelerine ilişkin deneyimlerinin, algılarının, olasılıksal durumlara yükledikleri anlamların anlaşılması ve olasılıksal akıl yürütmelerinin derinlemesine analizi ve betimlenmesi amaçlandığından olgubilim deseni kullanılmıştır. Öğrencilerin farklı durumlardaki olasılıksal akıl yürütmelerinde algılarının, yaşantılarının, anlamalarının ve akıl yürütmelerinin ortaya çıkarılması amaçlandığı için olgubilim deseni seçilmiştir.

#### 3.2. Katılımcılar

Araştırma 2018-2019 eğitim öğretim yılı I. ve II. dönemlerinde Balıkesir ilinin Edremit ilçesinde yer alan alt sosyo-ekonomik durumdaki öğrencilerin bulunduğu bir

devlet ortaokulunda gerçekleştirilecektir. Katılımcılar bu ortaokulda 5, 6, 7 ve 8. sınıfa devam eden yirmi dört öğrenciden oluşmuştur. Bu öğrenciler 2013 yılında yenilenen müfredatta sadece 8. sınıfta yer alan olasılık konusu ile çalışmanın uygulamaları yapılan kadar okulda karşılaşmamış ve olasılık konusunu öğrenmemiş öğrencilerdir. Öğrenciler 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri arasından her bir sınıf seviyesinden altışar öğrenci olmak üzere maksimum çeşitlilik örneklemesine uygun olacak şekilde seçilmiştir. Bu seçim, öğrencilerin bir önceki eğitim öğretim yılındaki sene sonu matematik dersi ortalamalarına uygun olarak ve sınıflarında matematik derslerindeki başarı düzeylerinin alt, orta ve üst düzey olmasına dikkat edilerek, her düzeyden ikişer öğrenci olmak üzere öğretmenleri tarafından yapılmıştır. Seçim yapılırken matematik not ortalamalarında 0-60 alt, 60-85 orta ve 85-100 üst düzey başarı durumu olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin ortaya konulması ve sınıflar arasındaki aradaki farkların belirlenmesi amacıyla farklı sınıf düzeylerinden öğrenciler seçilmiştir. Ayrıca katılımcıların gönüllü olmasına ve gerekli veriyi toplamaya yardımcı olacak şekilde, düşüncelerini rahat ifade edebilen öğrenciler arasından yapılmasına dikkat edilmiştir.

Araştırmanın belirlenen devlet okulunda yürütülebilmesi için Balıkesir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izin alınmıştır (Ek-6). Araştırma grubunu oluşturan öğrencilerin özellikleri Tablo 3.1’de verilmiştir. Araştırmaya 13 erkek, 11 kız olmak üzere toplam 24 öğrenci katılmıştır. Araştırmanın etiği gereği, öğrencilerin gerçek isimleri yerine Ö<sub>5.1</sub>, Ö<sub>5.2</sub>, Ö<sub>5.3</sub>...Ö<sub>8.6</sub> şeklinde kod isimler verilmiştir. Bu kodlarda Ö’nün yanındaki ilk rakam öğrencinin sınıfını belirtmektedir. İkinci rakamlar ise alt başarı seviyesinden üst seviyeye doğru sıralanmaktadır. 5. Sınıflarda Ö<sub>5.1</sub>, Ö<sub>5.2</sub> kodlu öğrenciler alt seviyeden, Ö<sub>5.3</sub>, Ö<sub>5.4</sub> kodlu öğrenciler orta seviyeden ve Ö<sub>5.5</sub>, Ö<sub>5.6</sub> kodlu öğrenciler de üst seviyedendir. 6, 7 ve 8. sınıflardaki kodlamalarda bu şekilde devam etmektedir. Ayrıca öğrenciler her sınıf düzeyinden 6 öğrenci arasından bir önceki sene matematik ortalaması sıralamasına göre dizilmiştir. Örneğin, Ö<sub>8.6</sub> kodlu öğrenci 8. sınıf öğrencisi ve 6. sıralamada yani 8. sınıftan katılımcılar arasından başarısı en üst olandır.

Tablo 3.1: Araştırma grubunu oluşturan öğrencilerin özellikleri

<b>ğrenci</b>	<b>Cinsiyet</b>	<b>Sınıfı</b>	<b>Bir nceki yılsonu matematik ortalamaları</b>
Ö <sub>5.1</sub>	K	5	50,53
Ö <sub>5.2</sub>	K	5	51,95
Ö <sub>5.3</sub>	K	5	76,15
Ö <sub>5.4</sub>	E	5	81,78
Ö <sub>5.5</sub>	E	5	86,78
Ö <sub>5.6</sub>	K	5	90,01
Ö <sub>6.1</sub>	E	6	53,22
Ö <sub>6.2</sub>	E	6	59,83
Ö <sub>6.3</sub>	E	6	74,33
Ö <sub>6.4</sub>	K	6	80,91
Ö <sub>6.5</sub>	E	6	88,25
Ö <sub>6.6</sub>	K	6	88,33
Ö <sub>7.1</sub>	E	7	57,91
Ö <sub>7.2</sub>	K	7	59,66
Ö <sub>7.3</sub>	E	7	69,33
Ö <sub>7.4</sub>	K	7	83,33
Ö <sub>7.5</sub>	K	7	96,33
Ö <sub>7.6</sub>	E	7	99,08
Ö <sub>8.1</sub>	E	8	53,41
Ö <sub>8.2</sub>	E	8	57,33
Ö <sub>8.3</sub>	E	8	79,91
Ö <sub>8.4</sub>	E	8	81,41
Ö <sub>8.5</sub>	K	8	96,66
Ö <sub>8.6</sub>	K	8	99,33

Tablo 3.2: Araştırmaya katılan öğrencilerin başarı ve sınıf düzeyine göre dağılımı

Sınıf Düzeyi	Cinsiyet	Başarı Düzeyi		
		Alt	Orta	Üst
5	Kız	2	1	1
	Erkek	0	1	1
6	Kız	0	1	1
	Erkek	2	1	1
7	Kız	1	1	1
	Erkek	1	1	1
8	Kız	0	0	2
	Erkek	2	2	0
Toplam		8	8	8

### 3.3. Veri Toplama Aracı

Veriler yarı yapılandırılmış görüşmelerle toplanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme, araştırmacı tarafından önceden belirlenmiş ya da görüşme sırasında ortaya çıkan konulara göre yeni soruların da sorulabildiği bir görüşme yöntemi olarak kullanılır (Güler, Halıcıoğlu & Taşgın, 2013).

Görüşmelerde 16 problem kullanılmıştır (Ek-2). Problemler Jones ve arkadaşları (1999), Polaki (2002), Tarr ve Jones (1997), Fast'ten (1997) alınmış ve ayrıca ortaokul matematik ders kitapları ve kılavuz kitaplarından yararlanılarak uzman görüşü doğrultusunda araştırmacı tarafından oluşturulan sorular eklenerek hazırlanmıştır. Belirlenen kavramları ölçmekte yetersiz kaldığı düşünülen noktalar için soru eklemiştir. Ayrıca ülkemizle olasılık konusu işlenirken daha çok kullanılan soru tarzlarına yer vermeye çalışılmıştır. Örneğin olasılık konusu işlenirken bağımlı bağımsız durumları için bir torbadan çekilen topun geri konulması veya konulmaması durumlarını içeren soru oldukça yaygın kullanılmaktadır. Bu nedenle araştırmacı tarafından bu tarz bir soru veri toplama aracına eklenmiştir. Problemlerin uyarlandığı çalışmalar Tablo 3.3'te ve görüşme sorularının ölçtüğü olasılıksal kavramlar Tablo 3.4'te verilmiştir. Yabancı literatürden alınan problemler Türk öğrencilerin kültür ve alışkanlıklarına göre düzenlenmiş ve yabancı isimler Türkçeleştirilmiştir. Ayrıca, her alt problemin hangi olasılıksal akıl yürütme kavramını ve alt kavramını ölçmeye yönelik olduğu ayrıntılı bir şekilde Ek-2'de verilmiştir.



Problemler doğrudan bir kavramın bir seviyesine yönelik değildir. Örneğin; 14. problem bağımsızlık kavramının bir seviyesine yönelik değildir. Öğrencinin bağımsızlık kavramına ilişkin 14, 15 ve 16. problemlerdeki cevaplarına, açıklamalarına ve akıl yürütmelerine göre o öğrencinin bağımsızlık kavramında hangi seviyede olduğu belirlenmiştir.

Tablo 3.3: Görüşme sorularının alındığı çalışmalar

<b>Problem</b>	<b>Alındığı Çalışma</b>
1. Problem	Polaki (2002)
2. Problem	Araştırmacı tarafından oluşturulmuştur.
3. Problem	Araştırmacı tarafından oluşturulmuştur.
4. Problem	Jones vd. (1999)
5. Problem	Polaki (2002)
6. Problem	Polaki (2002)
7. Problem	Araştırmacı tarafından oluşturulmuştur.
8. Problem	Polaki (2002)
9. Problem	Polaki (2002)
10. Problem	Jones vd. (1999)
11. Problem	Jones vd. (1999)
12. Problem	Tarr ve Jones (1997)
13. Problem	Jones vd. (1999)
14. Problem	Fast (1997)
15. Problem	Jones vd. (1999)
16. Problem	Araştırmacı tarafından oluşturulmuştur.

Tablo 3.4: Görüşme sorularının ölçtüğü olasılıksal kavramlar

<b>Problem</b>	<b>Problemin ölçtüğü kavramlar</b>
1. Problem	ÖÜ, OTO
2. Problem	ÖÜ, OTO
3. Problem	ÖÜ, OTO
4. Problem	ÖÜ, OK
5. Problem	ÖÜ, OTO
6. Problem	ÖÜ, OTO
7. Problem	ODO
8. Problem	ÖÜ, OTO, OK
9. Problem	ÖÜ, OTO, OK
10. Problem	ÖÜ, OTO, OK
11. Problem	ÖÜ, OTO, OK
12. Problem	OTO, OK, KO
13. Problem	OTO, OK, KO
14. Problem	OTO, B
15. Problem	OTO, B
16. Problem	OTO, OK, KO, B

**ÖÜ:** Örnek uzay

**OK:** Olasılığın Karşılaştırılması

**ODO:** Olayın Deneysel Olasılığı

**KO:** Koşullu Olasılık

**OTO:** Olayın Teorik Olasılığı

**B:** Bağımsızlık

#### *Problem 1*

*Örnek uzay ve olayın teorik olasılığı kavramlarını içeren problem Polaki'nin (2002) çalışmasından bir değişiklik yapılmadan alınmıştır. Problemden 3 beyaz 5 siyah bölmesi olan çark görseli verilmiş ve bir oyunda olduğu söylenmiştir. Bu problemde oyuna başlamadan önce her oyuncu siyah ya da beyaz renk seçtiği ve çarkın ibresinin seçtiği renge geldiği her seferde 1 puan kazandığı verilmiştir. Öğrenciye *Oyunu kazanmak istiyorsan, hangi rengi seçersin?* sorusu yöneltilmiştir. Problemden örnek uzay kavramından, "Bir aşamalı deneyler için sonuçların listesini kurar." ve olayın teorik olasılığı kavramından "En çok veya en az olası olayları tahmin eder." alt kavramlarını ölçülmeye çalışılmıştır. Öğrenciden alınan cevaplara göre seviyesi belirlenmeye çalışılmıştır.*

### *Problem 2*

Altı yüzlü bir zar atma olayı içeren problem araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Problemde zar atma olayının olası sonuçları sorularak örnek uzayın “Bir aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.” alt kavramı sorgulanmıştır. Problemde hangi sonucun gelme ihtimali daha yüksek olduğu sorularak olayın teorik olasılığı kavramında “En çok veya en az olası olayları tahmin eder.” alt kavramı ölçülmeye çalışılmıştır. Ayrıca 7 gelme olasılığı ve 7’den küçük gelme olasılığı sorularak olayın teorik olasılığı kavramında “Kesin ve imkânsız olayları fark eder.” alt kavramları test edilmeye çalışılmıştır.

### *Problem 3*

Altı yüzlü iki zarın havaya atılma olayını içeren problem araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Problem *örnek uzay* ve *olayın teorik olasılığı* kavramlarında öğrenci seviyelerini belirlemeye yöneliktir. Problemde oluşabilecek durumlar sorularak öğrencinin örnek uzay kavramından “İki aşamalı deneylerin çıktıların tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” alt kavramı test edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca 6-6 gelme olalsılığı sorularak teorik olasılık kavramının “İki aşamalı deneyler için olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramına bakılmıştır.

### *Problem 4*

Okul fuarındaki bir oyunda, bir para ve bir zar aynı zamanda atıldığı, tura ve 6 gelirse bir ödöl kazanılacağı verilen problem Jones ve arkadaşlarından (1999) Türkçeye aynen uyarlanmıştır. Problem *örnek uzay*, *olayın teorik olasılığı* ve *olasılığın karşılaştırılması* kavramlarını incelemektedir. Problemde tüm olası sonuçlar sorularak örnek uzay kavramında “İki aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.” alt kavramı sorgulanmıştır ve bunun için üretken bir strateji benimseyip uygulayabilmesi test edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca paranın tura gelme olasılığı ile zarın 6 gelme olasılığını karşılaştırması istenerek olasılıkların karşılaştırılması kavramında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramlarını ölçmek hedeflenmiştir.

### *Problem 5*

*Örnek uzay* ve *olayın teorik olasılığı* kavramlarını inceleyen problem Polaki’nin (2002) çalışmasından Türkçeye uyarlanmıştır. Problemin orijinalindeki Thabo ismi Tolga ismine çevrilmiştir. Tolga’nın çekmecelerinde 3 farklı renk pantolonun, 2 farklı ayakkabı

ve 2 farklı renk gömleği olduğu verilmiştir. Önce bir pantolon ve bir ayakkabıyı kaç farklı şekilde seçebileceği sorularak “İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” alt kavramı sonra bir gömlek, bir pantolon ve bir ayakkabıyı kaç farklı şekilde seçebileceği sorularak “Üç aşamalı durumlar için çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” alt kavramını incelenmeye çalışılmıştır. Ayrıca pantolonlarının arasından kırmızı pantolonu seçme olasılığı da sorularak sayısal olarak olasılık değeri hesaplaması sorgulanmıştır.

#### *Problem 6*

Bu problem, Problem 5’in devamı niteliğindedir. Örnek uzay kavramının dördüncü seviyesinde iki ve üç aşamalı örnek uzayı öğrencinin sürekli olarak yapabilmesi ve bir strateji geliştirmesinin de devamlılığı mevcuttur. Bu amaçla öğrencinin geliştirdiği stratejiyi sürdürüp sürdüremeyeceğini test etmek amacıyla bu problem veri toplama aracına alınmıştır. *Örnek uzay ve olayın teorik olasılığı* kavramlarını inceleyen problem Polaki’nin (2002) çalışmasından Türkçeye uyarlanmıştır. Problemin orijinalindeki Palesa ismi Pelin ismine çevrilmiştir. Pelin’in çekmecelerinde 7 farklı bluzunun (1 kırmızı, 1 yeşil, 3 mavi ve 2 sarı), 3 farklı eteğinin ve 2 farklı ayakkabısının olduğu verilmiştir. Önce bir bluz ve bir eteği kaç farklı şekilde seçebileceği sorularak örnek uzay kavramından “İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” alt kavramı sorgulanmıştır. Sonra bir bluz, bir etek ve bir ayakkabıyı kaç farklı şekilde seçebileceği sorularak örnek uzay kavramından “Üç aşamalı durumlar için çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” alt kavramı incelenmeye çalışılmıştır. Ayrıca problemde bluzlarının arasından en çok hangi renk bluzu giyme ihtimali ve sarı bluzu seçme olasılığı da sorularak olayın teorik olasılığı kavramının “En çok veya en az olası olayları tahmin eder.” ve “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramları sorgulanmıştır.

#### *Problem 7*

Öğrencinin deneysel olasılık deneme örnekleminin farkına varmasının araştırıldığı problem araştırmacı tarafından eklenerek *deneysel olasılık* kavramının araştırılması hedeflenmiştir. Problem “Deneysel olasılık deneme örnekleminin farkına varır.” alt kavramı yöneliktir. Öğrencinin cevabına göre hangi deneysel olasılık koduna uyduğuna

bakılmıştır. Öğrenciden Bir parayı 10 kere havaya atarak, sonuçlarını yazması istenmiştir. Daha sonra 10 kere daha gerekirse 10 kere daha deneme yaptırarak öğrencinin deneme sonuçlarını değerlendirmesi sorgulanarak seviyesi test edilmeye çalışılmıştır. Örneğin öğrenci deneylerden elde edilen verileri ilgisiz olarak değerlendirir, öznel yargılar kullanır, deneysel ve teorik olasılığın farkına varmaz ise seviye 1 olarak değerlendirilebilir. Deney sonuçlarının ana popülasyonun temsili olarak değerlendirirse seviye 2, denemelerin teorik olasılıktan önemli ölçüde farklı olan deneysel sonuçlar ürettiğini fark edebilirse seviye 3, denemelerin arttıkça teorik olasılığa yaklaştığını fark ederse seviye 4 olarak değerlendirilebilir.

#### *Problem 8*

“Bozuk Para Atma Oyunu” adlı problem Polaki’nin (2002) çalışmasından alınmıştır. Probleme geçen Mpho ismi Mehmet olarak ve Teboho ismi Tolga ismine çevrilmiştir. Problem *örnek uzay, olayın teorik olasılığı ve olasılığın karşılaştırılması* kavramlarını ölçmeye yöneliktir. Probleme Mehmet ve Tolga yazı-tura oyununu oynadıkları ve her birinin hilesiz bir para attığı söylenmiştir. Eğer paralarda aynı yüz gelirse Mehmet’in 1 puan kazandığı, eğer paralarda farklı yüzler gelirse Tolga’nın kazandığı söylenmiş ve adil bir oyun olup olmadığı sorulmuştur. Probleme hem örnek uzay kavramının “İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” alt kavramı; teorik olasılık kavramının “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramı sorgulanmıştır. Ayrıca “Adillik” kavramı sorgulanarak olasılığın karşılaştırılması kavramının “Adil olasılık durumlarını adil olmayanlardan ayırt eder.” alt kavramlarının değerlendirilmesi yapılmaya çalışılmıştır.

#### *Problem 9*

Polaki’nin (2002) çalışmasından alınan problemde *örnek uzay, olayın teorik olasılığı ve olasılığın karşılaştırılması* kavramları ölçülmeye çalışılmıştır. Probleme öğrenciye birincisinde 3 kırmızı ve 3 mavi, ikincisinde 5 kırmızı ve 6 mavi top bulunan iki torba sunulmuştur. Kırmızı topu bulduğunda ödül kazanacağı söylenerek hangi torbayı tercih edeceği sorulmuştur. Öğrencinin olasılıkların karşılaştırılması kavramında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramı sorgulanmıştır. Ayrıca problem örnek uzay kavramının “Bir aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.” alt

kavramı ve olayın teorik olasılığı kavramının “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramına yöneliktir.

#### *Problem 10*

Jones ve arkadaşlarından (1999) değişiklik yapılmadan alınan problem örnek uzay, olayın teorik olasılığı ve olasılıkların karşılaştırılması kavramları üzerinedir. Problemde birinde makinede 1 ahududu ve 4 tane yaban mersinli sakız topu ve diğer makinede ise 2 ahududu ve 3 yaban mersinli sakız topu olan iki adet sakız makinesi verilmiştir. Öğrenciye eğer ahududulu istiyorsan, hangi sakız topu makinesi daha iyi ya da iki makineden de ahududu alma şansı aynı olup olmadığı sorulmuştur. Problemde olasılıkların karşılaştırılmasında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramı sorgulanmıştır. Ayrıca problemde örnek uzay kavramında “Bir aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.” alt kavramı ve olayın teorik olasılığı kavramında “Bir aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.” alt kavramı araştırılmıştır.

#### *Problem 11*

Problem 10’un devamı niteliğinde olan bu problem de Jones ve arkadaşlarından (1999) değişiklik yapılmadan alınmıştır ve *örnek uzay, olayın teorik olasılığı ve olasılıkların karşılaştırılması* kavramlarını ölçmektedir. Bu problemde önceki problemden farklı olarak birinde makinede 1 ahududu ve 1 tane yaban mersinli sakız topları ve diğer makinede ise 3 ahududulu ve 3 yaban mersinli sakız topları olan iki adet sakız makinesi verilmiştir. Problemde olasılıkların karşılaştırılmasında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramı sorgulanmıştır. Ayrıca problem örnek uzay kavramının “Bir aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.” alt kavramı ve olayın teorik olasılığı kavramında “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramına yöneliktir. Görüşme esnasında verilen cevaplar sorgulayarak seviyelerin belirlenmesi amaçlanmıştır.

#### *Problem 12*

Tarr ve Jones’tan (1997) alınan problemde bir değişiklik yapılmamıştır. Problemde *olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması ve koşullu olasılık* kavramları ölçülmektedir. Problemin senaryosunda görüşme yapılan öğrencinin de dâhil olduğu 5 kişi arasından sınıf başkanı ve sınıf başkanı seçiminden sonra da başkan yardımcısı seçimi yapılacağı verilmiştir. Öğrencinin sınıf başkanı seçiminden sonra kişi sayısı değişiminde

olasılıkların değerini değiştireceğini fark etmesi sorgulanmaktadır. Problem olayın teorik olasılığı kavramında “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” ve “En çok veya en az olası olayları tahmin eder.” alt kavramlarına yöneliktir. Ayrıca bu problem olasılıkların karşılaştırılmasında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramı ve koşullu olasılık kavramında “Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.” alt kavramı sorgulanmıştır.

### *Problem 13*

Jones ve arkadaşlarından (1999) alınan problem *olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması ve koşullu olasılık* kavramları llmektedir. Problemde Pete ismi Pınar olarak ve Fred ismi Fatih olarak değiştirilmiştir. Problemin senaryosunda öncelikle Pınar, 1 ile 10 arasında bir sayı düşünüyor ve Fatih’in bunu tahmin etmesini istediği verilerek Fatih’in doğru cevap verme olasılığı sorulmuştur. Sonrasında Pınar’ın, Fatih’in tahmininin hemen öncesinde ona ipucu vererek tuttuğu sayının 6’dan büyük olduğunu söylenerek bu ipucunun Fatih’in sayıyı tahmin etme şansını nasıl etkilediğini ve doğru sayıyı tahmin etme şansının değişimini fark etmesi sorgulanmaktadır. Problem olayın teorik olasılığı kavramında “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramına yöneliktir. Ayrıca bu problem olasılıkların karşılaştırılmasında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramı ve koşullu olasılık kavramında “Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.” alt kavramı sorgulanmıştır.

### *Problem 14*

*Olayın teorik olasılığı ve bağımsızlık* kavramlarına yönelik sorulan problem Fast’ten (1997) alınmıştır. Problemde bir madeni paranın dört kere atıldığında TTTT (tura-tura-tura-tura) geldiği belirtilerek beşinci atış sorgulanmıştır. Öğrencilerin ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark edebilmesi zmlenmeye çalışılmıştır. Problem olayın teorik olasılığı kavramında “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramına yöneliktir. Ayrıca bu problem olasılıkların karşılaştırılmasında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramı ve koşullu olasılık kavramında “Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.” alt kavramı sorgulanmıştır.

### *Problem 15*

Jones ve arkadaşlarından (1999) herhangi bir değişiklik yapılmadan alınan *problem olayın teorik olasılığı ve bağımsızlık* kavramlarına yöneliktir. Öğrencinin ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark edebilmesi tekrar sorgulanarak öğrenci seviyesi belirlenmeye çalışılmıştır. Problemden seçenekler verilerek kırmızı-beyaz bir pulu beş kez çevrildiğinde hangi seçeneğin gelmesinin daha olası olduğu sorulmuştur. Problem olayın teorik olasılığı kavramında “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” alt kavramına ve bağımsızlık kavramında “Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark eder.” alt kavramına yöneliktir.

### *Problem 16*

Araştırmacı tarafından oluşturulan problem bağımsızlık kavramının seviyelerinin tespit edilmesine yöneliktir. Torbanın içerisinden top çekme deneyi içeren ve çekilen topun geri atıldığı ve geri atılmadığı durumlarının sorulmuş. Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark edip etmedikleri ve bağımsız-bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanıp kullanmadıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca problem öğrencinin bir olaya sayısal bir olasılık atayıp atayamadığı, en çok veya en az olası olayları tahmin etmesine yönelik sorular da içermektedir. Problem olayın teorik olasılığı kavramında “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” ve “En çok veya en az olası olayları tahmin eder.” alt kavramlarına yöneliktir. Ayrıca bu problem olasılıkların karşılaştırılmasında “İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.” alt kavramı ve koşullu olasılık kavramında “Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.” alt kavramı sorgulanmıştır. Bu problem bağımsızlık kavramında “Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark eder.” ve “Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanır.” alt kavramlarına da yöneliktir.

#### **3.3.1. Pilot Uygulamalar**

Pilot uygulama sonucunda görüşme formundaki sorulara son şekli verilmiştir (Ek-1). Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinin incelendiği bu çalışmada beş öğrenci ile pilot uygulamalar yürütülmüştür. Pilot uygulamalar esas uygulamanın yapıldığı okuldan farklı ildeki bir okulda ve bir önceki eğitim öğretim yılı olan 2017-2018 eğitim öğretim yılında yapılmıştır.



Bu çalışmada pilot uygulamaları aşağıdaki amaçları taşımaktadır:

- Veri toplama aracının öğrencilerin düşünce ve akıl yürütmelerini ortaya çıkarmada etkili olup olmadığını belirlemek, olasılıksal akıl yürütme seviyelerini değerlendirmekte uygunluğunu kontrol etmek ve bu doğrultuda veri aracının yeniden düzenlenmesi,
- Veri toplama sürecinde görüşmelerde hangi noktalar üzerinde durulması gerektiğinin fark edilmesi,
- Pilot uygulamalardan elde edilen bulgulardan hareketle öğrenci cevaplarının olasılıksal akıl yürütmelerinin çerçeveye uygun analizinin nasıl yapılacağına test edilmesi,
- Araştırmacının öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinin değerlendirmesinde deneyim kazanması.

Yukarıda belirtilen amaçlar doğrultusunda yapılan pilot çalışmalar sonucunda veri aracında biçimsel düzenlemeler ve değişiklikler şöyledir:

- Problemler olasılıksal akıl yürütme çerçevesindeki sıralamaya uyacak ve bütünlük oluşturacak şekilde yeniden sıralanmış ve anlaşılmayan cümleler revize edilmiştir.
- Bir zar atma deneyi içeren, farklı olasılıksal akıl yürütme kavramını test eden problemler birleştirilmiştir.
- Örnek uzay kavramını inceleyen problemlerden iki aşamaları örnek uzayı test eden ve üç aşamalı örnek uzayı test eden sorular akıcı bütünlüğü sağlamak adına birleştirilmiştir.
- Bağımsızlık kavramının seviyeleri belirlenmesinden eksiklik olduğu fark edilmiş ve torbanın içerisinden top çekme deneyi içeren ve çekilen topun geri atıldığı ve geri atılmadığı durumlarının sorulduğu problem 16 eklenmiştir. Ekleme sonucunda tekrar pilot uygulama yapıp bağımsızlık kavramının alt kavramlarının değerlendirilmesinde yeterliliği tekrar test edilmiştir.

Ayrıca pilot çalışmalar sonucu öğrencilerin bir saati aşan görüşmelerde sıkılabildiği fark edilmiş ve öğrencinin sorulara gereken özeni göstermeme ihtimali göz önünde bulundurularak uygulamaların iki mola ile yapılmasına karar verilmiştir.

### **3.4. Araştırmacının Rolü**

Nitel araştırmalarda araştırmacının rolü oldukça önemlidir. Çünkü araştırmacı katılımcıları analiz edebilmek adına çalışmaya bizzat katılan, dūřüncelerin ortaya çıkması için grūřmeyi soruları ile yönlendiren dolayısıyla sūrecin bir parçası durumundadır. Öğrencilerin olasılıksal akıl yūrtme seviyelerinin incelendiği bu çalışmada yapılan yarı yapılandırılmış grūřmelerde araştırmacı katılımcı gözlemci konumundadır. Ayrıca araştırmacı araştırmanın sağlıklı yūrtūlmesi ve doğru analizin gerçekleştirilmesi adına sorumludur. Bu doğrultuda araştırmacı katılımcılara fikirlerini rahat bir Őekilde ifade edebilmeleri için onlarla uygulamalar öncesi grūřmeler yapmış, kayıt cihazlarından rahatsız olmamaları gerektiğini, isimlerinin herhangi bir yerde kullanılmayacağını, grūřmelerin gizli kalacağını ve not olarak değerlendirilmeyeceğini belirtmiştir.

### **3.5. Verilerin Toplanması**

Öğrencilerin olasılıksal akıl yūrtme seviyelerinin incelendiėi bu arařtırmada yapılan grūřmelerin öncesinde, arařtırmaya katılan öğrencilere yapılacak uygulama adına bilgiler verilerek rahatlamaları saėlanacak grūřmeler yapılmıřtır. Katılımcılardan özellikle dūřūndükleri her Őeyi çekinmeden ifade etmeleri istenmiřtir. Yapılan grūřmelerde yapılacak kayıtlardan bahsedilmiř ve grūřmelerin gizli kalacaėı belirtilmiřtir. Grūřmeler, içinde sadece katılımcının ve arařtırmacının bulunduėu ortamda gerçekleřtirilmiř ve grūřmelerde ses kaydı alınmıřtır. Grūřmeler yaklařık olarak bir ėrenci ile toplam 1 saat ile 1 saat 40 dakika arasında öėrenciden öėrenciye farklılık göstermiřtir. Grūřmeler yarı yapılandırılmıř grūřmeler olarak sūrdürūlmūř öėrencilerin dūřūncelerini açıėa çıkarmak için gerekli sorular yöneltilmiřtir.

### **3.6. Verilerin Analizi**

Arařtırmanın veri kaynaklarını katılımcılarla yapılan grūřmeler, grūřmelere ait ses kayıtları, grūřmeler sūresince arařtırmacının gözlemleri ve öėrencilerin cevaplarını içeren grūřme formları oluřturmaktadır. Bu kaynakların gerekli analizleri yapılarak öğrencilerin olasılıksal akıl yūrtmeleri deėerlendirilmiřtir. Verilerin analizinde içerik analizi tekniėi kullanılmıřtır. Yıldırım ve Őimřek'e (2016) göre içerik analizinde birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceėi bir biçimde dūzenleyerek yorumlamak temel amaçtır.

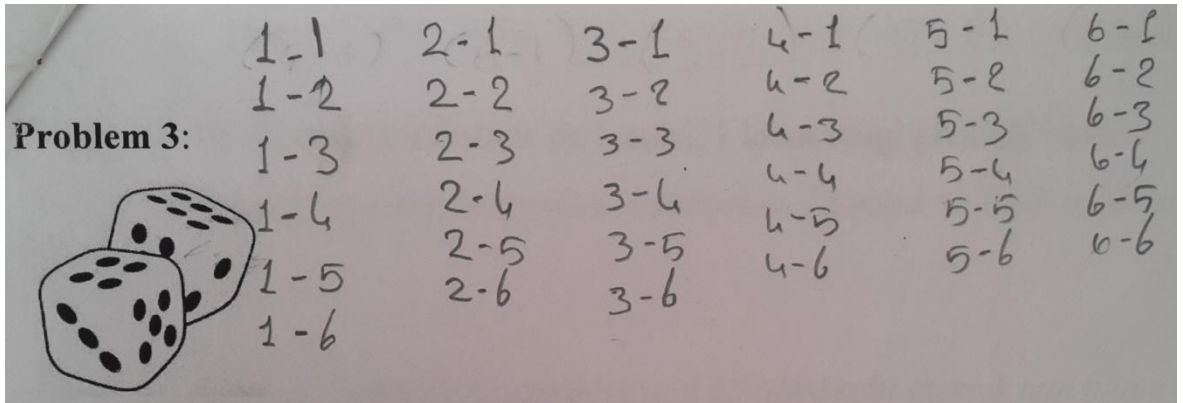
İlk olarak Jones ve arkadaşlarının (1999) çalışmasından alınan olasılıksal akıl yürütme seviyelerini açıklayan çerçeve Türkçeye çevrilmiştir ve değerlendirmede bu çerçeve kullanılmıştır. Çerçeve 6 kavramı ve bu kavramların alt kavramlarının 1 (öznel), 2 (geçişken), 3 (informel nicel) ve 4 (sayısal) olarak seviyelerinin tanımlayıcıları bulunmaktadır. Bu çerçevede verilen seviyelerin tanımlayıcılarına göre kodlar oluşturulmuştur. Tanımlayıcılarda farklı beceri içeren cümleler ayrılarak farklı kodlar verilmiştir. Örneğin çerçevede örnek uzay kavramının 1. seviyesi “*Bir aşamalı bir deneyin çıktılarının tam olmayan bir kümesini listeler*” tanımı “ÖU1: Bir aşamalı bir deneyin çıktılarının listesini eksik kurma.” kodu olarak düzenlenmiştir. Örnek uzay kavramının 2. seviyesinin tanımı “*Bir aşamalı bir deneyin ve bazen iki aşamalı bir deneyin çıktılarının tam bir kümesini listeler.*”; “ÖU2a: Bir aşamalı deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.” ve “ÖU2b: Bazen iki aşama deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.” olarak ikiye bölünerek kod oluşturulmuştur. Kodlamaların bu şekilde yapılmasının nedeni olarak örneğin, bir aşamalı deney çıktı kümesini tam veren öğrenci bazen iki aşamalı deneylerin çıktı kümesini listeleyemez. Örnek uzay kavramının 3. seviyesinde çerçevede geçen “*Kısmen üretken bir strateji kullanarak iki aşamalı bir deneyin çıktılarını tutarlı bir şekilde listeler.*” tanımlaması “ÖU3a: Kısmen üretken bir strateji kullanarak iki aşamalı bir deneyin çıktılarını tutarlı bir şekilde listeler.” şeklinde kod oluşturulmuştur. Son olarak örnek uzay kavramında 4. seviye için çerçevede geçen “*İki ve üç aşamalı durumlar için çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.*” açıklaması “ÖU4a: İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” ve “ÖU4b: Üç aşamalı durumlar için çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” kodlarına bölünmüştür. Diğer olasılıksal kavramlar için kodlamalar benzer şekilde yapılmıştır ve Ek-3’te yer almaktadır.

Seviyelerin tanımlayıcı açıklamalarına göre görüşmeler her öğrenci için toplanan veri kaynakları değerlendirilmiş ve öğrencinin cevabı olasılıksal akıl yürütmenin 6 kavramı için tanımlayan açıklamalarla karşılaştırmış ve uygun kodu belirlenmiştir. Her bir öğrencinin *örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık* kavramlarına ilişkin seviye 1 (öznel), seviye 2 (geçişken), seviye 3 (informel nicel) ve seviye 4 (sayısal) seviyelerinden uygun olan seviyesi belirlenmiştir. Kodlamalar iki araştırmacı tarafından yapılmıştır ve karşılaştırılmıştır. Yapılan kodlamaların güvenilirliği için veriler iki araştırmacı tarafından

kodlanmış ve kodlama yüzdesi Miles ve Huberman'ın (1994) uyuşma hesabı kullanılarak %88 olarak bulunmuştur. Uyuşmayan kodlamalar üzerinde iki araştırmacı fikirlerini belirtmiş, tartışılmış, öğrencilerin cevapları ve ses kayıtları tekrar incelenerek bir karara varılmıştır.

Öğrencilerin verdikleri cevaplar değerlendirilirken Ek-3'teki kodlar ve Ek-4'teki çerçeve kullanılmıştır. Öğrencilerin belirlenen 6 olasılıksal kavram üzerinde akıl yürütme seviyeleri incelenirken eğer cevaplarında öznel yargılar yoğunlaşmış ise *seviye 1 (öznel)*, eğer öznel yargılar ve sayısal değerlendirmeler arasında gidip geliyor ancak öznel yargılara ara sıra da olsa dönüyorsa *seviye 2 (geçişken)* olarak değerlendirilmiştir. Öğrenci cevapları ve çözümlenmeleri doğru niceliksel akıl yürütmeler içeriyor ise *seviye 3 (informel nicel)* ve sayısal olasılık değerleri olarak tam ve doğru değerlendirmeler içeriyorsa *seviye 4 (sayısal)* olarak kabul edilmiştir.

*Örnek uzay* kavramında, öğrenci yalnız bir aşamalı örnek uzayı listeleyebilir ise *seviye 1 (öznel)*, bir aşamalı deneyler ve bazen de iki aşamalı deneyler için listeleme yapabiliyor ise *seviye 2 (geçişken)* olarak belirlenmiştir. Öğrenci iki aşamaları deneyleri kısmen üretken bir strateji ile listeleyebiliyor ise *seviye 3 (informel nicel)* ve iki ve üç aşamalı deneyleri tam ve doğru olarak üretken bir strateji ile listeleyebiliyorsa *seviye 4 (sayısal)* olarak kabul edilmiştir.




Şekil 3.1: İki aşamalı örnek uzayın tam listesini verebilen öğrenci cevabı örneği

Hilesiz bir çift zar atılması olayında 2 zardan bahsedildiği için iki aşamalı örnek uzay sorgulanmış olmaktadır. Öğrenci cevabı incelendiğinde öğrencinin ufak sayı değerlerinden başlayarak ileri doğru sistematik bir şekilde listeleme yaptığı görülmektedir. Bu durum örnek uzay kavramında 3. seviyede bulunan öğrenci cevabına örnek olarak gösterilebilir. Çünkü örnek uzayda 3. seviyede yer alan öğrenci “Kısmen üretken bir

strateji kullanarak iki aşamalı bir deneyin çıktılarını tutarlı bir şekilde listeler.” tanımlamasına uymaktadır. Bu öğrenci bu problemde başka problemlerde de üç aşamalı örnek uzay içeren listelemeyi de stratejiye dayalı yapabilirse öğrenci *seviye 4 (sayısal)* olarak kodlanır. Çünkü örnek uzayda 4. seviyede yer alan öğrenci “İki ve üç aşamalı durumlar için çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.” açıklamasına uymaktadır.

*Olayın deneysel olasılığında*, öğrenciye para atma deneyi yaptırılmış ve yaptığı denemeleri değerlendirmesi istenmiştir. Öğrenci denemeler için öznel yargılarına yoğunlaştığı görüldüğünde *seviye 1 (öznel)* olarak belirlenmiş, denemelerinin örneğinin tüm popülasyonu temsil ettiğine yönelik cevaplar veriyorsa *seviye 2 (geçişken)* olarak yorumlanmıştır. Ancak denemelerin kendi olasılığını üretmek deneysel olasılığı ürettiğini fark eden öğrenci *seviye 3 (informel nicel)* olarak ve denemelerin sayısı arttıkça deneysel olasılığın teorik olasılığa döndüğünü fark eden öğrenci *seviye 4 (sayısal)* olarak kabul edilmiştir.

**Problem 7:**  
Bir parayı 10 kere havaya atarak, sonuçlarını yazar mısın?



1-T	10 → 7 tura 3 yazı
2-Y	
3-T	20 → 14 tura 6 yazı
4-Y	
5-T	100 → 51 tura 49 yazı
6-Y	
7-T	200 → 105 tura 95 yazı
8-T	
9-T	
10-T	

Çok atsak da Tura fazla gelir.

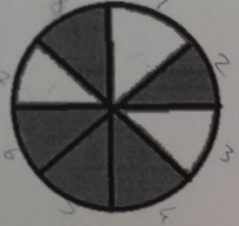
Şekil 3.2: Olayın deneysel olasılığı için örnek öğrenci cevabı

Bozuk parayı 10 kere havaya atarak deneme yapması istenen öğrenci Şekil 3.2’de görüldüğü üzere 7 tura 3 yazı çıktısını elde etmiştir. Öğrenciye eğer 20 atış yapılırsa hangi kaç yazı kaç olacağını tahmin etmesi istenmiştir. Öğrenci elde ettiği çıktılarının 2 katını alarak 10 kerede 7 tura 3 yazı geldiğine göre 20 kerede 14 tura 6 yazı gelir cevabını vermiştir. Ayrıca öğrenci atışlar devam etse de turanın fazla geleceğini belirtmiştir. Öğrenci cevaplarında da görüldüğü üzere bu öğrenci ilk 10 denemesinin ana popülasyonun temsili olduğuna inanmıştır. Bu öğrenci temsil ediciliği savunduğu için olayın deneysel

olasılığında 2. seviye için “Herhangi bir örneklemin ana popülasyonunun temsili olması gerektiğine inanır.” koduna uyduğu için seviye 2 (geçişken) olarak kodlanmıştır.

Olayın teorik olasılığında, öğrenci kesin ve imkânsız olayı fark ediyor ancak öznel yargılara dayanarak en az olası ve en çok olası olayın belirliorsa *seviye 1 (öznel)*, niceliksel yargılarla en az olası ve en çok olası durumu tahmin edebiliyorsa ancak öznel yargılara da geri dönebiliyorsa *seviye 2 (geçişken) olarak belirlenmiştir*. En az ve en çok olası durumu sayıları informel olarak söyleyerek belirliyorsa *seviye 3 (informel nicel)* ancak doğru sayısal olasılık değerleriyle belirliyorsa *seviye 4 (sayısal)* olarak kabul edilmiştir.

**Problem 1: Şimdi Hangi Renk?**



$\frac{3}{8}$  B  $\frac{5}{8}$  S

Bir oyunda oynadığını düşün! Oyuna başlamadan önce her oyuncu siyah ya da beyaz renk seçiyor. Sonra, oyuncular sırayla çarkı çeviriyor. Her bir oyuncu çarkın ibresi seçtiği renge geldiği her seferde 1 puan kazanıyor. En yüksek puanı alan bir ödül kazanıyor.

Oyunu kazanmak istiyorsan, hangi rengi seçersin?

$\frac{5}{8}$  çünkü siyah gelme olasılığı daha fazla.

Nasıl karar verdin? Çünkü stane beyaz stane siyah vardır.

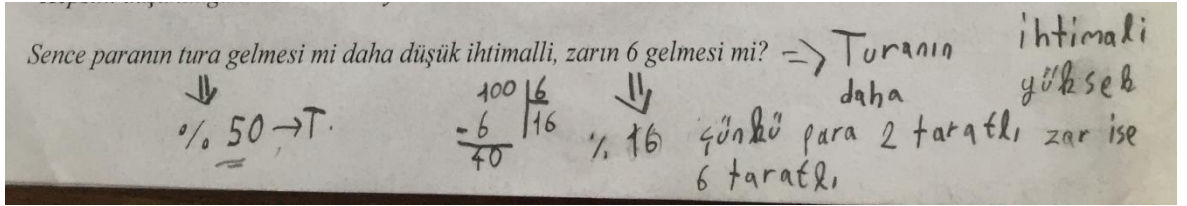
Beyaz bölümün gelme olasılığı mı daha fazla, siyah bölümün gelme olasılığı mı?

Siyah gelme olasılığı daha fazla. çünkü stane siyah vardır.

Şekil 3.3: Olayın teorik olasılığı için 4. seviye öğrenci cevabı

Şekilde görülen çark öğrenciye gösterilerek çark çevrildiğinde hangi renk bölümün gelme olasılığının yüksek olduğu sorulmuş ve öğrencinin teorik olasılık hakkındaki akıl yürütmeleri sorgulanmıştır. Şekildeki cevabın sahibi öğrenci oranlarla olasılık değerlerini belirtmiş ayrıca 5 siyah ve 3 beyaz bölme sayısına dayanarak karar verdiğini açıklamıştır. Bu cevap olayın teorik olasılığı için sayısal ve doğru değerlendirmeler içerdiğinden 4. seviye (*sayısal*) olarak değerlendirilmiştir. Çünkü olayın teorik olasılığında 4. seviyedeki bir öğrenci “Bir olaya sayısal bir olasılık atar.” açıklamasını gerçekleştirmiştir.

*Olasılıkların karşılaştırılmasında*, öğrencilerden iki farklı örnek uzay için karşılaştırmalar yapmaları ve adil olan ve adil olmayan durumları değerlendirmeleri istenmiştir. Öğrenci öznel yargısına uygun değerlendirmeler yapmış ise *seviye 1 (öznel)*, niceliksel karşılaştırmalar yapabilmiş ancak öznel yargılar içeren cevaplara da yer vermiş ise *seviye 2 (geçişken)* olarak belirlenmiştir. *Seviye 3'te (informel nicel)* yer alan öğrenci olasılıkları karşılaştırırken informel değerleri kullanabilir. Örneğin, 1 ahududulu 4 yaban mersinli sakız bulunan 1. makine ile içinde 2 ahududulu, 3 yaban mersinli sakız bulunan 2. makinede ahududu şanslarını karşılaştırırken “1. makinede fark 3, 2. makinede fark 1” diyerek farklara dayanarak değerlendirme yapan öğrenci *seviye 3 (informel nicel)* olarak kabul edilmiştir. Ancak sayısal olasılık değeri olarak “1. makine de şans  $\frac{1}{5}$ , 2. makinede şans  $\frac{2}{5}$  'ten daha düşük” şeklinde değerlendirme yapan öğrenci *seviye 4 (sayısal)* olarak belirlenmiştir.



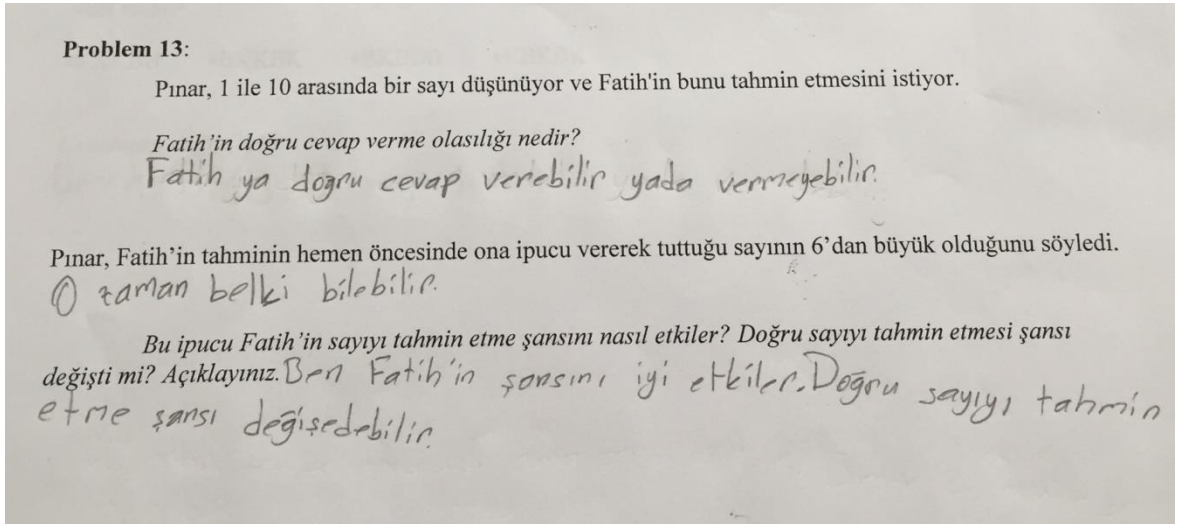
Şekil 3.4: Olasılıkların karşılaştırılması için örnek öğrenci cevabı

Öğrenci Şekil 3.4'te görüldüğü üzere sayısal hesaplamalar yaparak iki farklı örnek uzayı karşılaştırabilmiştir. Öğrenciye paranın tura gelmesi mi daha düşük ihtimalli, zarın 6 gelmesi mi diye sorulduğunda öğrenci zarın tura gelmesi olasılığını %50 olarak belirtmiş, ayrıca zarın 6 gelmesinin olasılığını da zarın 6 yüzü olduğundan 100'ü 6 ya bölerek yaklaşık olarak %16 olarak hesaplamıştır. Karşılaştırmasında geçerli olasılığın sayısal değerini hesaplama yoluna gitmiş ve zarın tura gelmesinin ihtimalinin yüksek olduğunu belirtmiştir. Ayrıca öğrenci sözel ifadeleriyle para 2 taraflı zar se 6 taraflı olduğundan tura gelme ihtimali daha yüksek olduğunu belirtmiştir. Bu öğrenci cevabı olasılık karşılaştırmasını tam ve doğru olarak ayrıca sayısal doğru hesaplamalarla yaptığı için 4. *seviye (sayısal)* olarak değerlendirilebilir. Bu öğrenci olasılıkların karşılaştırılmasında “Sayısal bir olasılık atar ve doğru bir karşılaştırma yapar.” kodunu gerçekleştirmiştir.

*Koşullu olasılık* için, öğrenci değişen durum veya şartları değerlendirmede öznel yargı kullanıyorsa *seviye 1 (öznel)* olarak değerlendirilir. Örneğin, 4 kız 1 erkek arasından bir sınıf başkanı seçimi yapılırken başkanın erkek olması gerektiğini çünkü erkeklerin



güçlü olduğunu belirten öğrenciye başkanın kız seçildiği ve başkan yardımcısının kız mı erkek mi olması daha olası diye sorulduğunda öğrenci sayıların değişimine dikkat etmeden erkek cevabını verebilir. *Seviye 1*'deki (*özel*) öğrenci gerekçe olarak da başkan kız ise yardımcısı erkek olur şeklinde öznel yargısını belirtebilir. Değişen koşul ve durumların olasılığı etkileyeceğini bazen fark eden ancak farkındalığı tamamlanmamış öğrenci *seviye 2* (*geçişken*) olarak kabul edilmiştir. Değişen durumlara-koşullara göre olasılık değiştiğini informel değerlendirmelerle açıklayan öğrenci *seviye 3* (*informel nicel*) ve bu değişen olasılıkları geçerli sayısal olasılık değerleriyle yapan öğrenci *seviye 4* (*sayısal*) olarak değerlendirilmiştir. Bu öğrenci koşullu olasılıkta “*Değişen ve değişmeyen durumlara (koşullara) sayısal olasılık atar.*” açıklamasına uygun cevaplar vermiştir.



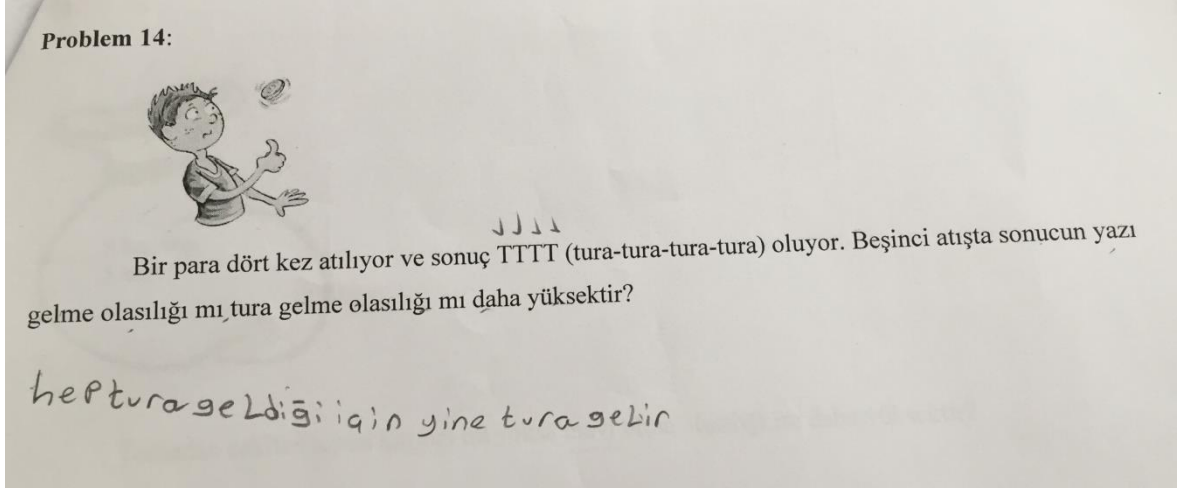
Şekil 3.5: Koşullu olasılık için öğrenci cevabı örneği

Koşullu olasılık için öğrenciden değişen koşulları fark etmesi, olasılık değerinin bu değişimden etkilendiğinin farkına varması ve bu değişimi sayısal olarak ifade etmesi beklenmekte ve bu beceriler sorgulanmaktadır. Şekil 3.5'teki görüldüğü üzere öğrenciye verilen soruda önce 1 ile 10 arasından akılda tutulan sayının bilinme olasılığı soruluyor ardından ise tutulan sayının 6'dan büyük bir sayı olduğu şeklinde ipucu veriliyor. Burada olasılık değişen koşula bağlı olarak değişmektedir. Şekil 3.5'teki yanıtı veren öğrenci bilme şansını iyi yönde etkileyeceğini söylemiştir ancak sayısal ya da informel bir değerlendirme yapamamıştır. Bu öğrenci cevabı koşullu olasılık için *seviye 2* (*geçişken*) olarak kabul edilebilir.

*Bağımlı ve bağımsız olaylar* için sorulan sorularda öğrenciler ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünüyorsa *seviye 1* (*özel*) olarak kabul edilmiştir. Öğrenci



ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark ediyor ancak bir sonraki çıktıyı tahmin etmek için önceki denemelerin çıktısını kullanıyorsa *seviye 3 (informel nicel)* olarak değerlendirilmiştir. Öğrenci bağımlı ve bağımsız olayları fark ediyorsa, belirleyebiliyorsa *seviye 3 (informel nicel)* ve bağımlı bağımsız olayları sayısal olasılık değerleriyle de ifade edebiliyorsa öğrenci *seviye 4 (sayısal)* olarak kodlanmıştır.



Şekil 3.6: Bağımlı bağımsız olaylar için örnek öğrenci cevabı

Şekil 3.6’da belirtilen soruda bir paranın dört defa atıldığı ve hepsinde de tura geldiği verilmiş, beşinci atış için öğrenci düşüncesi sorgulanmıştır. Şekil 3.6’da görüldüğü üzere öğrenci hep tura geldiği için beşinci atışın yine tura geleceğini belirtmiş ve tura gelme olasılığının yüksek olduğunu söylemiştir. Bu öğrenci bu cevabı ile birbirinden bağımsız olan atışları bağımlı olarak düşündüğünü göstermektedir ki öğrenci ilk dört atışın beşinci atışı etkileyeceğini dile getirmiş, yazı ve tura olasılıklarının eşit olduğunu bilememiştir. Bağımlı bağımsız olayları ayırt edemeyen bu öğrenci cevabı bağımsızlık için *seviye 1 (öznel)* olarak kabul edilmiştir. Çünkü bağımsızlıkta 1. seviyede yer alan öğrenci “Ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmek için bir eğilimi vardır.” koduyla tanımlanmaktadır.

Tablo 3.5’te örnek uzay, olayın deneysel, teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramları için, her bir seviyeye uygun öğrenci cevapları verilmiştir.

YAPI	Seviye 1 Öznel	Seviye 2 Geçişken	Seviye 3 Informel Nicel	Seviye 4 Sayısal
<b>Örnek Uzay</b>	...Zar attığımızda 1, 2, 5, 6 gelir ama hiç 4 gelmez...	...3 pantolon ve 2 gömlek için 6 seçenek vardır. 5 pantolon 2 gömlek için 7 seçenek vardır...	...3 pantolon ve 2 gömlek için $3 \times 2 = 6$ seçenek vardır...	...3 pantolon, 2 gömlek ve 2 ayakkabı için $3 \times 2 = 6$ seçenek vardır...
<b>Bir Olayın Deneysel Olasılığı</b>	...Bence zarı ne kadar atarsak atalım hep tura çoktur, 4 yazı geldi çok geldi. 20 kere atarsak da 12 yazı 8 tura gelir...	...10 kere tığımızda hep 6 tura, 4 yazı geldi çok geldi. 20 kere atarsak da 12 yazı 8 tura gelir...	...Atışlar devam ettiği zaman yazı çok gelirken tura da çok gelmeye başlayabilir. Ne geleceğini attıkça görebiliriz...	...Parayı havaya attıkça yazı ve tura eşitlenmeye başlar...
<b>Bir Olayın Teorik Olasılığı</b>	...Kırmızı göz alıcı güzel renk, topu çekersek kırmızı gelir...	...Siyah bölme daha çok o yüzden ihtimali çok ama bence beyaz gelir çünkü daha güzel bir renk...	...Siyah bölme 5 tane, beyaz bölme 3 tane. 5 3'ten büyük olduğu için siyahın ihtimali yüksektir...	...8'de 5 ihtimalle siyah, 8'de 3 ihtimalle beyaz gelir, siyahın ihtimali yüksektir...
<b>Olasılıkların Karşılaştırılması</b>	...2 para atılınca yüzlerin aynı gelmesi zor, oyun adil değildir...	...1 kırmızı 1 beyaz ve 3 kırmızı 3 beyaz olan torbalarda şanslar eşit ama ben 1. torbayı tercih ederdim...	...1 kırmızı 5 beyazda fark 4, 2 kırmızı 4 beyazda fark 2. Fark az olduğundan 2. torbada kırmızı ihtimali yüksektir...	...Kırmızının şansı 1. torbada 6'da 1, 2. torbada ise 6'da 2. Torbada şans daha yüksektir...
<b>Koşullu Olasılık</b>	...İpucu verilse de yine aktındaki sayıyı bilmesi etkilenmez...	...Erkek kız sayıları eşit ancak başkan kız seçildiği için yardımcısı erkek seçilebilir...	...İpucu verilmeden 10 seçeneği vardı, ipucundan sonra 4 seçeneği kaldı. Bilme şansı arttı...	...İpucu verilmeden önce şansı %10 iken ipucundan sonra şansı %25'e yükseldi...
<b>Bağımsızlık</b>	...Parayı 4 kere havaya attığımızda 4 kere tura geldiği için 5. atışı etkilemez, ama bence yine tura gelir...	...Parayı 4 kere havaya attığımızda 4 kere tura geldiği için 5. atışı etkilemez, ama bence yine tura gelir...	...Torbadan ilk çekilen top torbaya geri atılırsa 2. topun çekilmesinden renklerin şansı değişmez, geri atılmazsa şanslar değişir...	...İlk topun kırmızı olma olasılığı 8'de 5 iken, çekilen kırmızı top geri torbaya atılmazsa 2. Topun kırmızı olma şansı 4'te 4'e düşer...

Tablo 3.5: Öğrenci cevaplarına örnekler

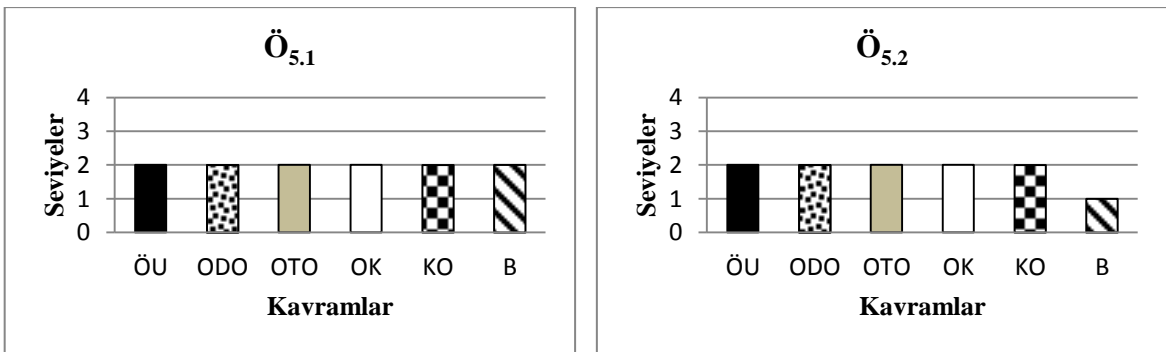
## BÖLÜM IV

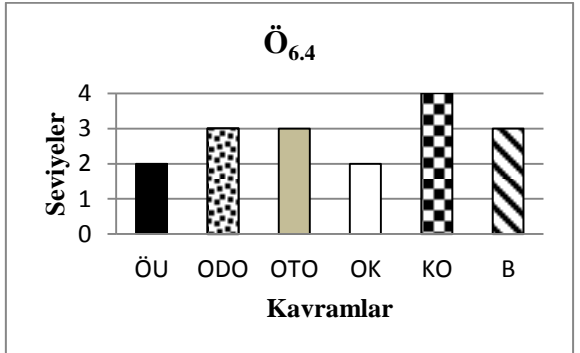
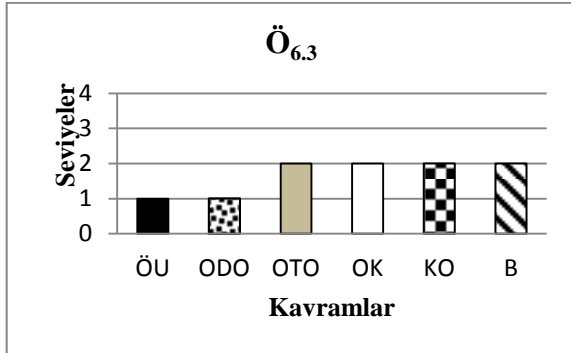
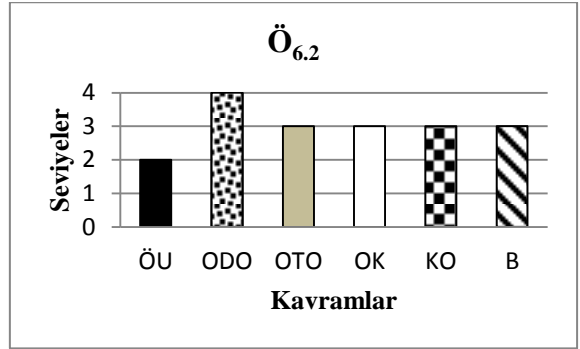
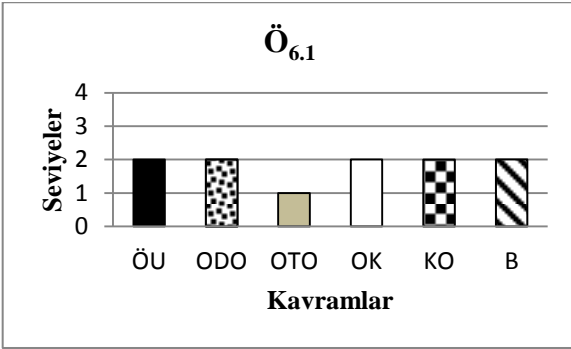
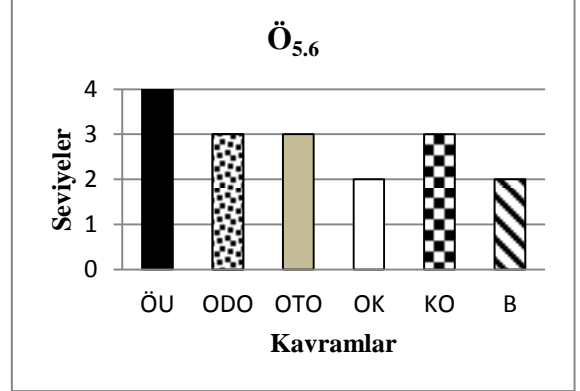
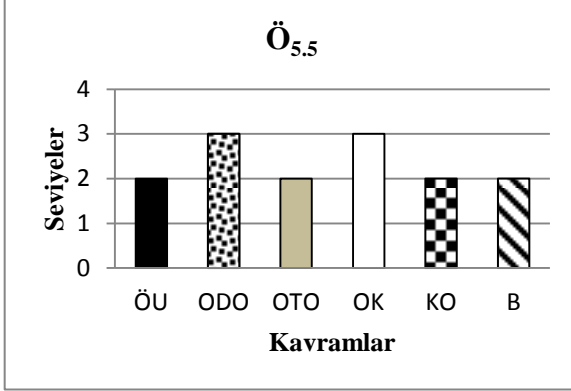
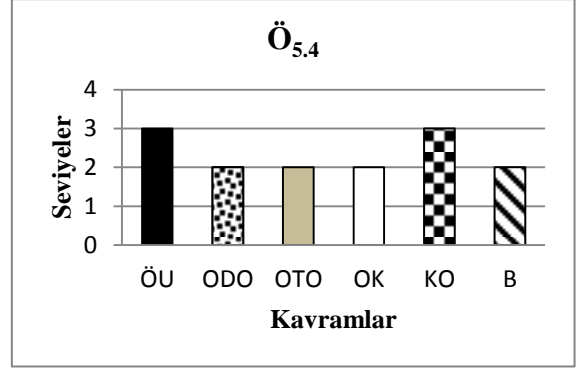
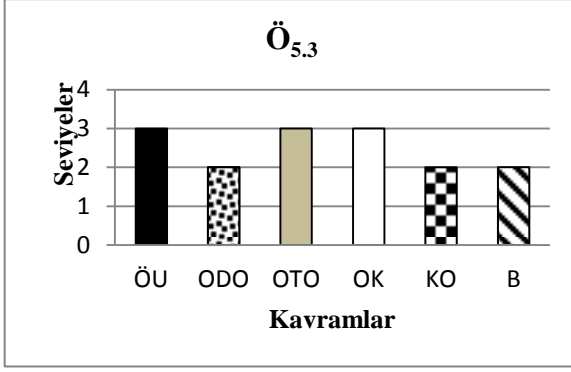
### BULGULAR

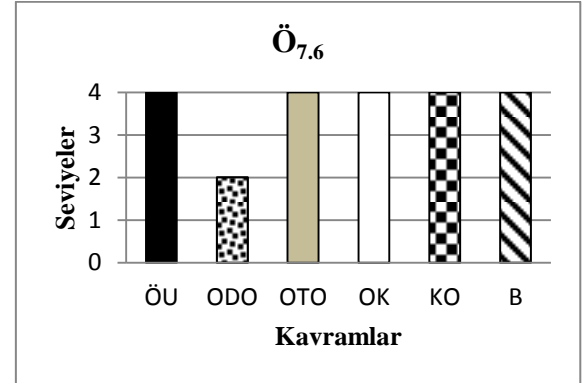
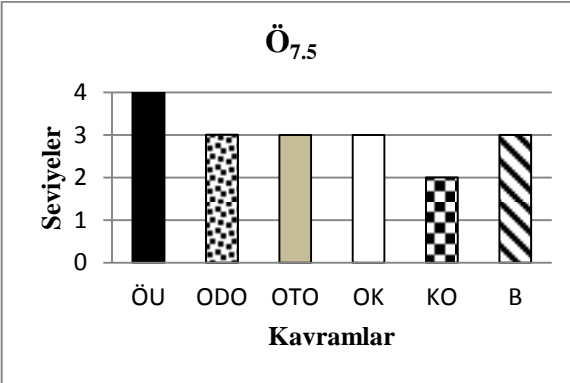
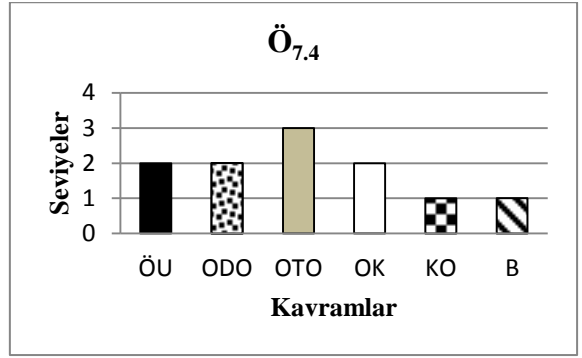
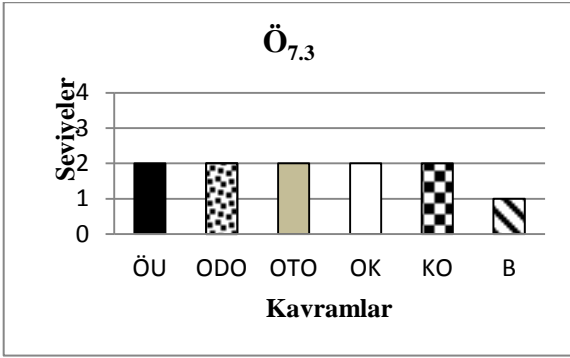
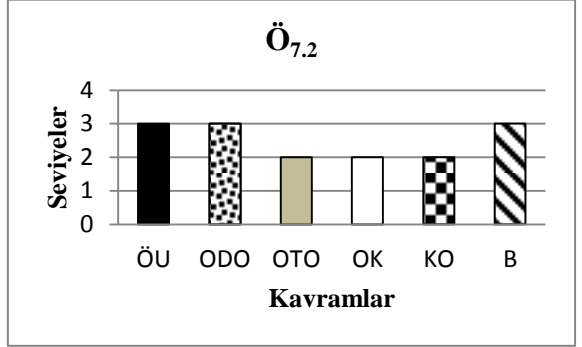
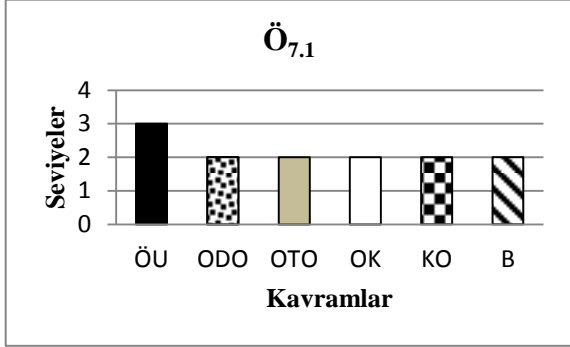
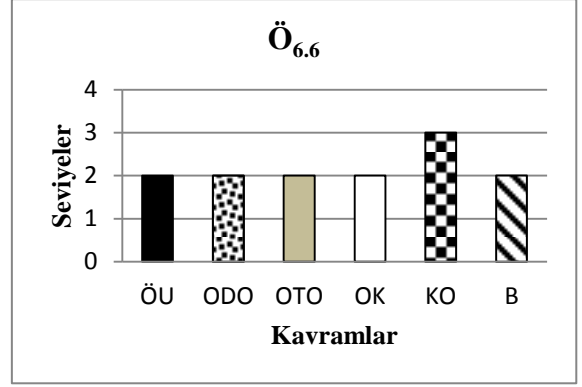
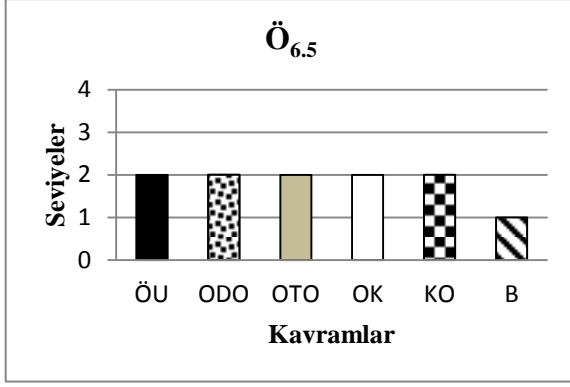
Bu bölümde araştırmanın bulgulara yer verilecektir. Araştırmaya katılan öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin farklı değişkenlere göre nasıl değiştiği sunulacaktır. Birinci kısımda öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri ile ilgili bulgulara yer verilecektir. İkinci kısımda olasılıksal düşünce seviyeleri, 6 kavrama (örnek uzayı, bir olayın deneysel, teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, koşullu olasılık ve bağımsızlık) göre durumlarına ilişkin bulgular sunulacaktır. Üçüncü bölümde öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmeleri sınıf düzeylerine göre nasıl bir değişim gösterdiğine ilişkin bulgular açıklanacaktır. Dördüncü bölümde öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmelerinin matematik başarılarına göre nasıl bir değişim gösterdiğine dair bulgular açıklanacaktır. Beşinci bölümde ise öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin özellikleri açıklanacaktır.

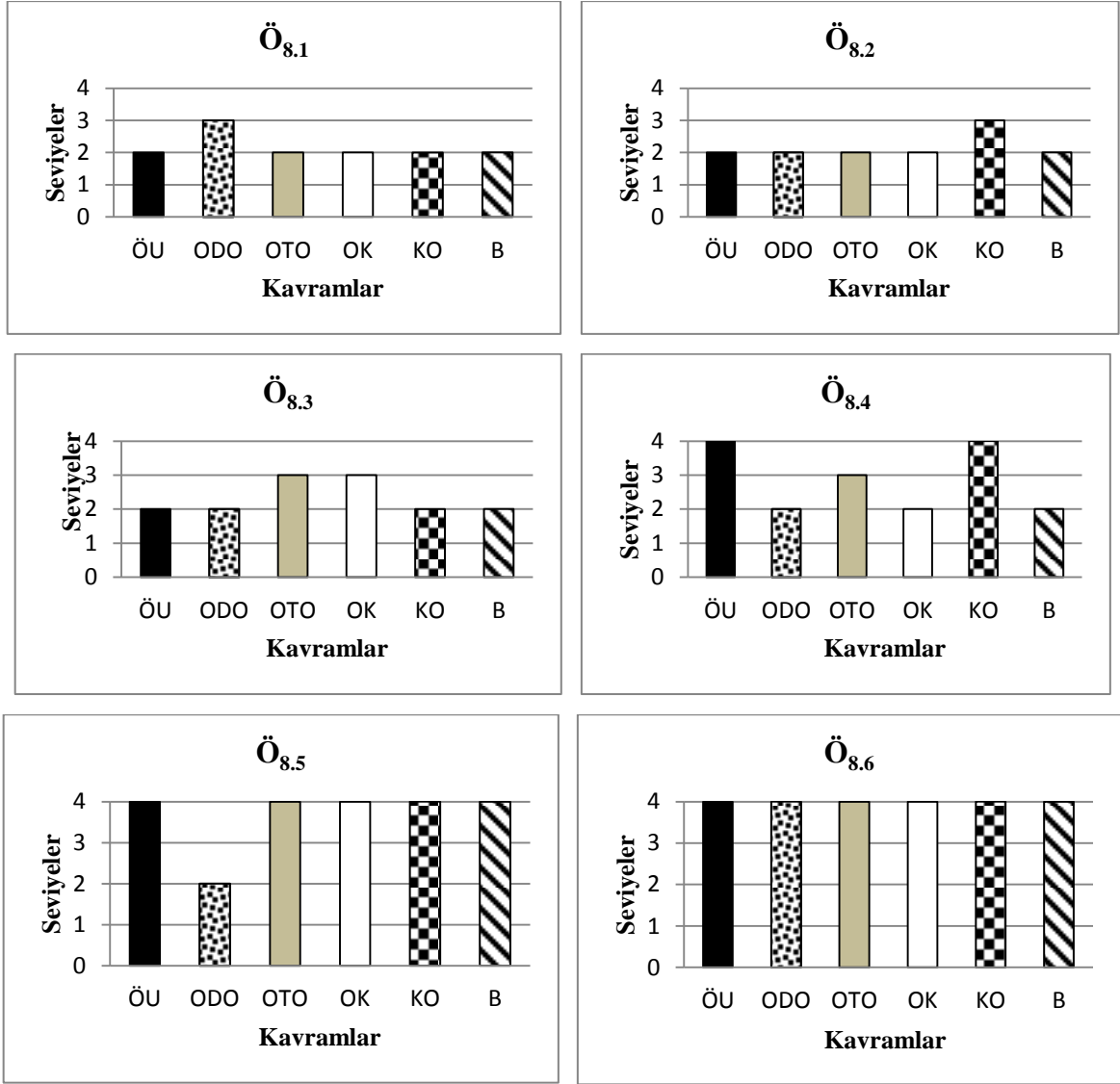
#### 4.1. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyeleri

Görüşmelerde öğrenci cevapları, görüşme formu ve araştırmacı notlarından elde edilen bulgular Jones ve arkadaşlarının (1999) Olasılıksal Akıl Yürütmeyi Değerlendiren Çerçeve'sine göre değerlendirilmiş, her alt olasılıksal kavrama yönelik seviyeler her bir öğrenci için tek tek değerlendirilmiş ve belirlenmiştir. Öğrencilerin kavramlara yönelik seviyeleri Şekil 4.1'de her sınıf seviyesi ve her bir öğrenci için grafiklerle gösterilmiştir.









ÖÜ: Örnek Uzay

ODO: Olayın Deneysel Olasılığı

OTO: Olayın Teorik Olasılığı

OK: Olasılıkların Karşılaştırılması

KO: Koşullu Olasılık

B: Bağımsızlık

Şekil 4.1: Öğrencilerin altı kavrama göre olasılıksal akıl yürütme seviyeleri

Grafiklere bakıldığında genel olarak öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmede çoğu kavramlarda tutarlı seviyelerde olduğu görülmüştür. Öğrencilerin tüm kavramlar için akıl yürütmeleri çoğunlukla 2. seviyede yoğunlaşmıştır. Olasılıksal kavramların altısında da aynı seviyede bulunan 2 öğrenci bulunmaktadır. Bu iki öğrenciden, Ö<sub>5,1</sub> kodlu öğrenci tüm kavramlarda 2. seviyede yer alırken, Ö<sub>8,6</sub> kodlu öğrenci ise tüm kavramlarda 4. seviye bulunmaktadır. Grafikler incelendiğinde olasılıksal akıl yürütmede altı kavramın hepsinde 1. seviyede ve 3. seviyede bulunan öğrenci tespit edilmemiştir. Ayrıca, öğrencilerin çoğunun 6 olasılıksal kavram için buldukları seviyeler birbirinin 1 alt veya 1 üst seviyesinde seyretmiştir.

Grafikler incelendiğinde 6 olasılıksal kavrama ilişkin olasılıksal akıl yürütmelerinde her seviyede öğrenci bulursa da seviyeleri genel olarak 2. seviyede yoğunlaştığı görülmektedir. Grafiklere bakıldığında 24 öğrenciden örnek uzay kavramında 13'ü, olayın deneysel olasılığında 15'i, olayın teorik olasılığında 12'si, olasılıkların karşılaştırılmasında 16 öğrenci, koşullu olasılıkta 13'ü ve son olarak bağımsızlıkta 13'ünün 2. seviyede yer aldığı görülmektedir. Öğrenciler bu 6 olasılıksal kavramda ikinci olarak da 3. seviyede yoğunlaşmaktadır. En az öğrenci 1. seviyede yer almıştır.

#### **4.2. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin 6 Olasılıksal Kavrama Göre Dağılımı**

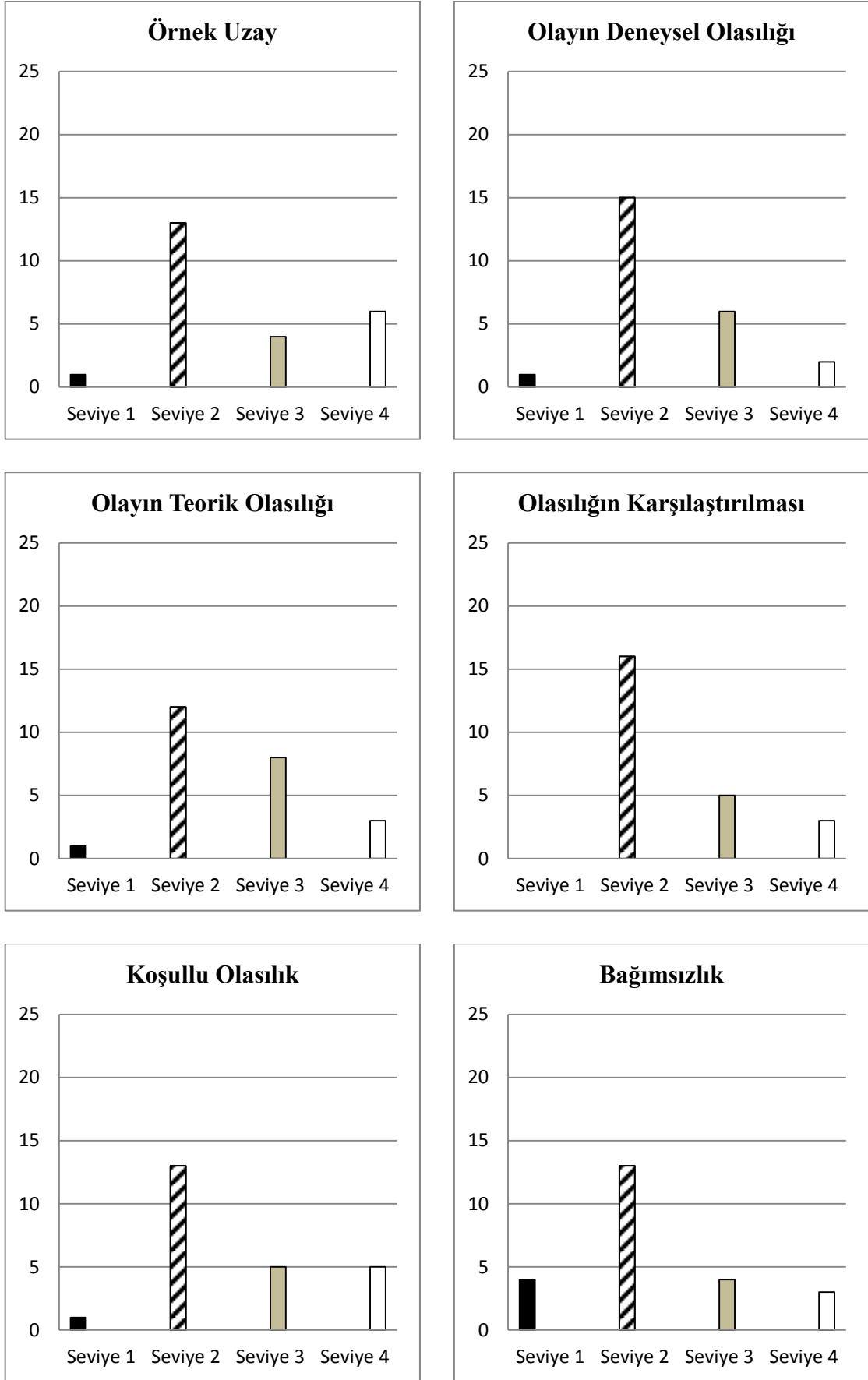
Bu bölümde öğrencilerin Örnek Uzay (ÖU), Olayın Deneysel Olasılığı (ODO), Olayın Teorik Olasılığı (OTO), Olasılığın Karşılaştırılması (OK), Koşullu Olasılık (KO) ve Bağımsızlık (B) kavramlarına ilişkin olasılıksal akıl yürütme seviyelerine ilişkin elde edilen bulgular sunulmuştur. Öğrencilerin akıl yürütme seviyelerinin 6 olasılıksal kavrama göre dağılımı Tablo 4.1'de verilmiştir. Ayrıca her bir kavramda seviyelere göre öğrenci dağılımları da Şekil 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.1: Öğrencilerin örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılığın karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarına göre olasılıksal akıl yürütme seviyeleri

Seviye	ÖÜ	ODO	OTO	OK	KO	B	Toplam
1	1	1	1	-	1	4	8
2	13	15	12	16	13	13	82
3	4	6	8	5	5	4	32
4	6	2	3	3	5	3	22
Toplam	24	24	24	24	24	24	144

Tablo 4.1 incelendiğinde 6 olasılıksal kavramda akıl yürütmelerinde her seviyede öğrenci bulunsa da seviyelerin genel olarak 2. seviyede yoğunlaştığı görülmektedir. Örnek uzay kavramında 24 öğrenciden 1 öğrencinin 1. seviyede, 13 öğrencinin 2. seviyede, 4 öğrencinin 3. seviyede ve 6 öğrencinin 4. seviyede olduğu görülmektedir. Olayın deneysel olasılığında 24 öğrenciden 1 öğrenci 1. seviyede, 15 öğrencinin 2. seviyede, 6 öğrencinin 3. seviyede ve 2 öğrencinin 4. seviyede olduğu gözlenmiştir. Olayın teorik olasılığında 24 öğrenciden 1 öğrencinin 1. seviyede, 12 öğrencinin 2. seviyede, 8 öğrencinin 3. seviyede ve 3 öğrencinin 4. seviyede olduğu görülmüştür. Olasılıkların karşılaştırılmasında 24 öğrenciden 16 öğrencinin 2. seviyede, 5 öğrencinin 3. seviyede ve 3 öğrencinin 4. seviyede olduğu gözlenirken 1. seviyede öğrenciye rastlanamamıştır. Koşullu olasılıkta 24 öğrenciden 1 öğrencinin 1. seviyede, 13 öğrencinin 2. seviyede, 5 öğrencinin 3. seviyede ve 5 öğrencinin 4. seviyede olduğu gözlenmiştir. Son olarak da bağımsızlık kavramında 24 öğrenciden 4 öğrencinin 1. seviyede, 13 öğrencinin 2. seviyede, 4 öğrencinin 3. seviyede ve 3 öğrencinin 4. seviyede olduğu gözlenmiştir. 1. Seviyede koşullu olasılıkta öğrenciye rastlanmazken; örnek uzay, olayın deneysel ve teorik olasılığı ve olasılıkların karşılaştırılmasında yalnız birer öğrenci 1. seviyede yer aldığı görülmektedir. Bağımsızlıkta ise 4 öğrenci 1. seviyededir.





Şekil 4.2: Olasılıksal kavramlara göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin dağılımı

Tablo 4.1 ve Şekil 4.2 incelendiğinde öğrencilerin tüm kavramlarda en çok 2. seviyede yer aldığı görülmektedir. Olayın teorik olasılığında öğrencilerin yarısı, diğer kavramlarda ise öğrencilerin yarıdan da fazlasının 2. seviyede bulunduğu tespit edilmiştir. Olasılığın karşılaştırılmasında 1. seviyede öğrenci bulunamamış, bunun dışında tüm kavramlar için tüm seviyelerde öğrenci gözlenmiştir. 6 olasılıksal kavrama yönelik seviyelerden 1. seviyede gözlenen öğrenci sayısı en azdır. 3. ve 4. seviyelerde yer alan öğrenci sayıları da yakınlık göstermektedir. 1. Seviyede en çok öğrenci bağımsızlık kavramında, 2. seviyede en çok öğrenci olasılıkların karşılaştırılmasında, 3. seviyede en çok öğrenci olayın teorik olasılığında ve 4. seviyede en çok öğrenci örnek uzay kavramında görülmektedir. Aşağıda her bir olasılıksal kavram için tespit edilen seviyeler öğrenci cevaplarıyla birlikte ayrıntılı açıklamalarla verilmiştir.

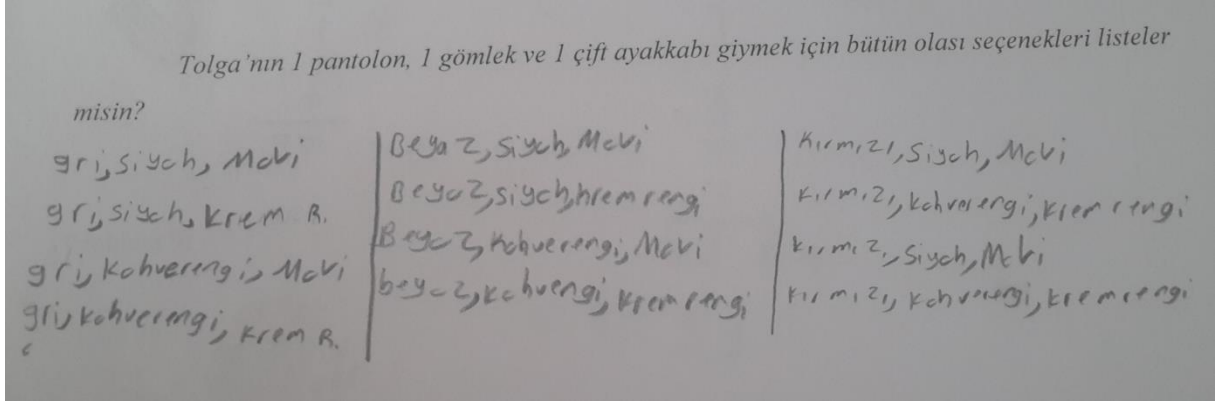
**Örnek Uzay (ÖU):** Örnek uzay kavramında öğrencilerin akıl yürütme seviyeleri incelendiğinde her akıl yürütme seviyesinde en az 1 öğrencinin olduğu gözlenmiştir. Bu kavramda en çok 24 öğrenciden 13'ü ile 2. seviyede, ikinci olarak 6 öğrenci ile 4. seviyede, üçüncü olarak 4 öğrenci ile 3. seviyede ve son sırada 1 öğrenci ile 1. seviyede yer aldığı tespit edilmiştir. Bir öğrenci hariç öğrencilerin genelde örnek uzay kavramında en az 2. seviyede yer aldığı görülmektedir. Bu durum öğrencilerin bir aşamalı örnek uzayın yanı sıra ayrıca bazen ya da her zaman iki aşamalı örnek uzayı da listeleyebildiklerini göstermektedir. 1. Seviyede 1 öğrenci ise iki aşamalı örnek uzayı listeleme yapamamıştır. Bu öğrenci  $\bar{O}_{6,3}$ 'tür. Bu öğrenci örneğin; iki aşamalı örnek uzay içeren bir zar ve bir paranın beraber atılmasında tüm olası durumların neler olduğu sorulduğunda şu durumları belirtmiştir:

*“6-tura, 5-yazı, 3-tura, 4-yazı, 1-tura, 2-tura”*

Bu öğrenci belirttiği 6 durumdan başka durumun oluşamayacağını da belirtmiştir.  $\bar{O}_{6,3}$  burada her bir zar çıktısıyla sadece yazıyı veya turayı eşleme yapmış, 6 ile tura geldiyse, 6 ile yazının da gelebileceğini düşünmemiştir. İki aşamalı örnek uzaya yönelik sorulan diğer sorularda da eksik listeleme yapmış olduğu görüldüğünden öğrenci 1. seviyeye yerleştirilmiştir.

4. Seviyede en çok öğrenci örnek uzay kavramında yer almıştır. Bu kavramda 4. olasılıksal akıl yürütme seviyesinde yer alan öğrenciler bir, iki ve üç aşamalı örnek uzayın sonuç listesini tam olarak verebilmekte ve bunun için gereken stratejileri de

kullanabilmektedirler. Bu kavramda 4. seviyede yer alan öğrencilerden biri olan Ö<sub>7.6</sub>'nın üç aşamalı örnek uzayın tam listesini içeren cevabı Şekil 4.3'te verilmiştir.



Şekil 4.3: Ö<sub>7.6</sub>'nın üç aşamalı örnek uzayı listelemesi

Öğrenciye bu soruda gri, beyaz ve kırmızı renkli pantolonlar, siyah ve kahverengi ayakkabılar ve mavi ve krem rengi de gömleklerden bakılmadan seçildiğinde oluşabilecek seçenekler sorulmuş ve öğrenci Şekil 4.3'te görülen 12 seçeneği listelemeyi doğru şekilde yapabirmiştir. Ayrıca bu öğrenci yine üç aşamalı örnek uzaya ait başka bir soruda da listeleme yapmadan çarpım stratejisiyle toplam kaç seçenek olduğunu söyleyebilmişlerdir. Bu şekilde listeleme yapabilen öğrenciler örnek uzay kavramında 4. seviyeye yerleştirilmişlerdir.

**Olayın Deneysel Olasılığı (ODO):** Olayın deneysel olasılığı kavramında öğrencilerin akıl yürütme seviyeleri incelendiğinde her akıl yürütme seviyesinde en az 1 öğrenci olduğu gözlenmiştir. Bu kavramda en çok öğrenci 24 öğrenciden 15 öğrenci ile 2. seviyede, ikinci olarak 6 öğrenci ile 3. seviyede, üçüncü olarak 2 öğrenci ile 4. seviyede ve son sırada 1 öğrenci ile 1. seviyede yer aldığı gözlenmiştir. Olayın deneysel olasılığında öğrencilerin çoğunun temsilciliğe dayalı tahmin yürüttüğü görülmüştür. Öğrencilere bu kavram için bir para atma deneyi yaptırılmış ve deneylerinin çıktılarında yola çıkarak ileriki durumları tahmin etmeleri istenmiştir. 24 öğrencinin 15'i bu kavramda 2. seviyede yer almıştır. Bu öğrenciler yaptıkları atışların ardından sonuçlarını yazmış kaç yazı kaç tura geldiğini belirlemişlerdir. 2. Seviyede yer alan öğrenciler atış sonuçlarında sonuç hangi yüzün lehine ise aynı yüzün lehine olacak şekilde atışların devam edeceğini, binlerce kez para atışı yapılsa da sonuçların aynı yönde geleceğini savunmuşlardır. Bu tarz düşünme 2. seviye özelliklerinden 'deneme sonuçlarına çok fazla inanarak, örneklemin popülasyonu temsil edeceğine inanır' özelliğine uymaktadır. Örneğin diğer 5 kavramda 4. seviyede yer alan Ö<sub>8.5</sub> dahi olayın deneysel olasılığında bu düşüncenin hâkimiyetiyle 2. seviyede yer

almaktadır. Ö<sub>8,5</sub>'e parayı 10 kere havaya atması ve sonuçlarını yazması istenmiştir, geçen diyalog şöyledir:

*A: Parayı 10 kere atarak sonuçlarını yazar mısın?*

(Öğrenci madeni parayı havaya atmaya başlar ve çıktıları yazar.)

*Ö<sub>8,5</sub>: Tura, yazı, yazı, yazı, tura, tura, tura, yazı, yazı, yazı, 6 defa yazı, 4 defa tura geldi.*

*A: Sence 11. atışta hangi yüz gelme ihtimali yüksektir?*

*Ö<sub>8,5</sub>: 11. de her iki tarafın gelme ihtimali de eşittir.*

(Öğrenci bu cevabıyla atışların bağımsız olduğunu, bağımlı bağımsız olayı fark edebildiğini de göstermiştir.)

*A: Peki 10 defa daha atar mısın?*

(Öğrenci atışlara devam eder.)

*Ö<sub>8,5</sub>: Tura, yazı, yazı, yazı, tura, yazı, tura, tura, yazı, yazı. 6 yazı, 4 tura. Toplamda 12 yazı, 8 tura.*

*A: Sence 100 kere atsak nasıl bi sonuç çıkar?*

*Ö<sub>8,5</sub>: 56 yazı 44 tura olabilir.*

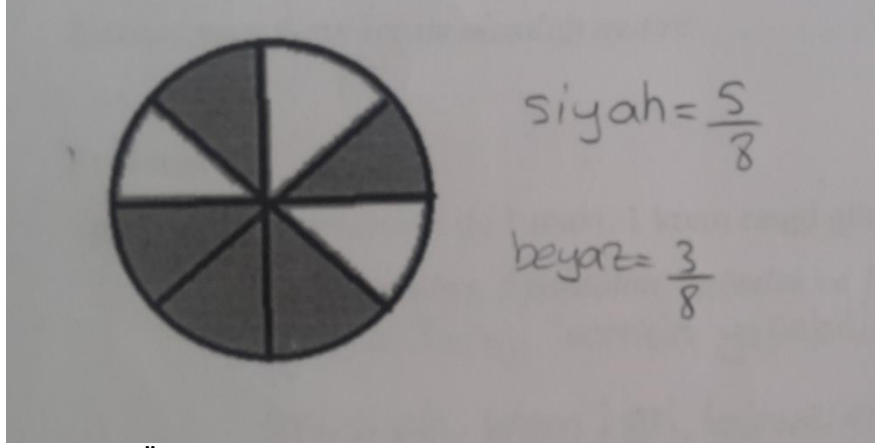
*A: Yazı önde mi devam eder?*

*Ö<sub>8,5</sub>: Evet, hep öyle geldi...*

Verilen diyalog incelendiğinde öğrencinin atış sonuçlarından etkilenerek atışların devamında da yazı lehine sonuçların çıkacağını savunduğu görülmektedir. Öğrenci bu fikrinden dolayı olayın deneysel olasılığında 2. seviyeye yerleştirilmiştir. Bu seviyede olan diğer 14 öğrenci de benzer şekilde ilk 10 atışından etkilenerek değerlendirmelerde bulunmuşlardır.

**Olayın Teorik Olasılığı (OTO):** Olayın teorik olasılığı kavramında öğrencilerin akıl yürütme seviyeleri incelendiğinde her akıl yürütme seviyesinde en az 1 öğrencinin olduğu gözlenmiştir. Bu kavramda en çok öğrenci 24 öğrenciden 12 öğrenci ile 2. seviyede, ikinci olarak 8 öğrenci ile 3. seviyede, üçüncü olarak 3 öğrenci ile 4. seviyede ve son sırada 1 öğrenci ile 1. seviyede yer aldığı gözlenmiştir. Olayın teorik olasılığında 4. seviyeye çıkmış 3 öğrenci olasılık hesaplamasını ve olasılık konusunu okulda görmemiş olmalarına rağmen doğru sayısal değerlerle problemlerde geçen durumların olasılıklarını doğru şekilde hesaplayabilmişlerdir. Bu öğrencilerden biri 7. sınıftan Ö<sub>7,6</sub>, diğer ikisi 8. sınıfta

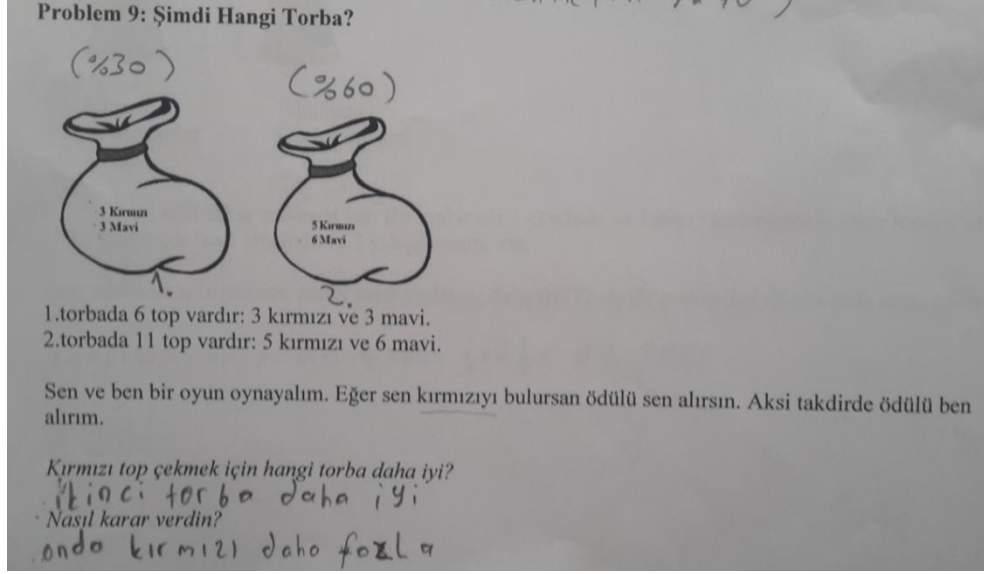
Ö<sub>8.5</sub> ve Ö<sub>8.6</sub>'dır. Bu öğrencilerden Ö<sub>7.6</sub> ve Ö<sub>8.5</sub> olasılıkları yüzdelerle, Ö<sub>8.6</sub> da istenilen bölü tüm durumlar oran hesaplamasıyla akıl yürütmelerini kullanarak yapmıştır. Ö<sub>8.6</sub>'nın 1. probleme yönelik hesaplaması Şekil 4.4'te verilmiştir.



Şekil 4.4: Ö<sub>8.6</sub>'nın 1. probleme ilişkin çözümü

Şekil 4.4'te görüldüğü üzere öğrenci verilen çarkta siyah bölümün olasılığını  $\frac{5}{8}$  (8'de 5 olarak ifade etmiştir), beyaz bölümün olasılığını da  $\frac{3}{8}$  (8'de 3 olarak ifade etmiştir) olarak göstermiş ve teorik olasılık değerini sayısal olarak hesaplayabildiğini göstererek 4. seviye olarak değerlendirilmiştir.

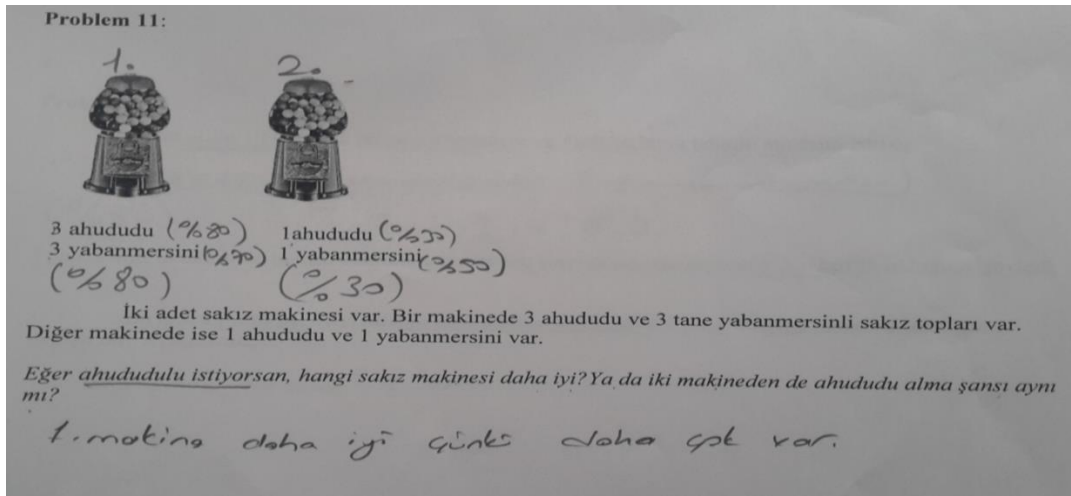
**Olasılıkların Karşılaştırılması (OK):** Olasılıkların karşılaştırılmasında tüm akıl yürütme seviyelerinde en az 1 öğrenci gözlenirken sadece 1. seviyede hiçbir sınıf düzeyinden öğrenciye rastlanamamıştır. Bu kavramda en çok öğrenci 24 öğrenciden 16 öğrenci ile 2. seviyede, ikinci olarak 5 öğrenci ile 3. seviyede, üçüncü olarak 3 öğrenci ile 4. seviyede yer aldığı görülürken 1. seviyede öğrenci gözlenmemiştir. Koşullu olasılığa yönelik hazırlanan problemlerde öğrenciler en çok problem 9 ve problem 11'de yanılığa düşmüşlerdir. Problem 11'de öğrenciye içerisinde 3 kırmızı ve 3 mavi top olan birinci torba ve içerisinde 5 kırmızı 6 mavi top olan ikinci torba görseli verilmiş ve hangi torbada kırmızı olasılığının fazla olduğu sorulmuştur. Öğrencilerin birçoğu ikinci torbada kırmızı top fazla olduğu için olasılığının da fazla olduğunu belirtmiş ve yanılmışlardır. Bu yanılığında olan Ö<sub>6.1</sub>'in örnek cevabı Şekil 4.5'teki gibidir.



Şekil 4.5: Ö<sub>6.1</sub>'in 9. probleme yönelik cevabı

Şekil 4.5'te de görüldüğü üzere 2. torbada aslında mavi sayısı kırmızı sayısından fazla olduğu için mavi olasılığı fazladır. Ancak Ö<sub>6.1</sub> bunu fark edememiş ve sadece kırmızı renk topların sayısına odaklanarak yanılmıştır.

Benzer şekilde olasılıkların karşılaştırılmasına yönelik hazırlanan 11. problemde de içerisinde 3 ahududu ve 3 yabancı mersinli sakız olan birinci sakız topu makinesi ve içerisinde 1 ahududu 1 yabancı mersinli sakız içeren ikinci sakız topu makinesi görseli vermiştir ve hangi makinede ahududu şansının yüksek olduğu sorulmuştur. Öğrencilerin birçoğu bu iki makinede de eşit olan ahududu şansını fark edememiş sadece ahududulu sakız sayısına odaklanarak 1. makinede ahududunun şansının yüksek olduğunu dile getirmişlerdir. Buna yönelik öğrenci Ö<sub>7.3</sub>'ün cevabı Şekil 4.6'da verilmiştir.



Şekil 4.6: Ö<sub>7.3</sub>'ün 11. probleme ait cevabı

Öğrencinin cevabı Şekil 4.6'da görüldüğü üzere sadece ahududu sayılarına odaklanmasından kaynaklı hatalıdır. İki makinede de ahududulu ve yaban mersinli sakız sayıları eşit olduğundan olasılıkları da eşittir. Ancak Ö<sub>7.3</sub> gibi pek çok öğrenci bu durumu bilememişler ve olasılıkların karşılaştırılmasında alt seviyelere yerleştirilmişlerdir.

**Koşullu Olasılık (KO):** Koşullu olasılıkta olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin her birinde öğrenci tespit edilmiştir. Bu kavramda en çok öğrenci 24 öğrenciden 13 öğrenci ile 2. seviyede, ikinci olarak beşer öğrenci ile 3. seviye ve 4. seviyede eşit ve üçüncü olarak 1 öğrenci ile 1. seviye olarak belirlenmiştir. Tüm kavramlar için bakıldığında gözlenen en yoğun öğrenci sayısı olasılıkların karşılaştırılmasında 2. seviyededir. Bu öğrenciler değişen durumları ve koşulları fark etseler de farkındalıkları tamamlanmamıştır. Örneğin Ö<sub>7.1</sub> koşullu olasılığa dair bazı sorularda değişen durum ve koşullarda olasılığın değiştiğini fark etse de bazı sorularda öznel yargı içeren cevaplar vermiştir. Öğrenci ile araştırmacı arasında geçen 12. probleme ait görüşme şöyledir:

*A: ...Sınıf başkanlığına Berna, Selin, Merve, Rıza ve sen adaysın. Sence başkanın kız olması mı daha olasılıklı yoksa erkek olması mı?*

*Ö<sub>7.1</sub>: Kız olması daha yüksek. İu çünkü bizim sınıfta kızlar adaletsizlik yapmıyor.*

*A: Peki, başkan Merve olarak belirlenmiş. Şimdi başkan yardımcısı seçilirken kız olması mı erkek olması daha olasılıklıdır?*

*Ö<sub>7.1</sub>: Erkek olması. Çünkü 1 kız 1 erkek seçilirse daha iyi olur...*

Görüşme sürecinden verilen kesit incelendiğinde öğrencinin kendi kişisel deneyimleri, bulunduğu sınıfa dair yaşantılarında etkilenerek değerlendirmeler yaptığı anlaşılmaktadır. Bu öğrenci koşullu olasılığa ait diğer sorularda değişen olasılık durumlarını fark edebilmiş ve formel olmayan sayılarda değerlendirmelerde bulunmuştur. Ancak 14. problemde kullandığı öznel yargılar onun 2. seviyede kalmasına sebep olmuştur.

**Bağımsızlık (B):** Bağımsızlıkta olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin dördünde de en az 1 öğrenci olduğu tespit edilmiştir. Bu kavramda en çok öğrenci 24 öğrenciden 13 öğrenci ile 2. seviyede, ikinci olarak dörder öğrenci ile 1. seviye ve 3. seviyede eşit ve üçüncü olarak 3 öğrenci ile 4. seviye olarak belirlenmiştir. Bağımsızlık kavramında öğrencilerin genel olarak bağımlı ve bağımsız olayları ayırt etmekte zorluk çektikleri görülmüştür. Öğrenciler genelde ardışık olayların ilişkili olduğunu düşünme eğilimine sahip oldukları fark edilmiştir. Katılımcıların yarısından da fazla bu sebeple 2. seviyede yer almaktadır. Bu

öğrenciler bazen bağımlı bağımsız olayı fark etseler de her durum için doğru değerlendirme yapamamışlardır. Özellikle ardışık atışların verildiği 14. problemde pek çok öğrenci önceki atışların bir sonraki atışı etkileyeceğini düşünmüştür. Bu problemde bir paranın 4 kere havaya atıldığı ve 4 defa peş peşe tura geldiği söylenerek öğrencinin beşinci atış için tahmini sorulmuştur. Öğrencilerin büyük bir kısmı 5. atışın önceki atışlardan bağımsız olduğunu bilememiştir. Öğrencilerden bazıları ilk 4 atış tura olduğunda sonucun yine tura geleceğini belirtmiştir. Bu öğrencide olumlu sonralık etkisi kavram yanılgısı olduğu düşünülmektedir. Bu yanılgı da Fast'in (1997) çalışmasında görüldüğü şekilde bu çalışmada da benzer şekilde öğrenci düşüncesinde ortaya çıkmıştır ve öğrenciler önceki atışların sonucunun sonraki sonuçlara yansıtacağını düşünmüşlerdir.

Benzer şekilde bazı öğrenciler de sürekli tura gelmesinin ardından sırada yazının olduğunu söyleyerek “olumsuz sonralık etkisi” kavram yanılgısına sahip olduklarını şüphesini uyandırmışlardır. Fischbein ve Schnarch'in (1997) çalışmalarında olduğu gibi öğrenciler sonraki atışta tura gelme olasılığının yazı gelme olasılığından daha düşük olduğuna inandıkları görülmüştür.

#### **4.3. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin Sınıflara Göre Dağılımı**

Bu bölümde öğrencilerin düşünce seviyelerinin sınıflara göre nasıl değiştiği sunulacaktır. Öğrencilerin 6 olasılıksal kavrama yönelik olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin sınıflara göre dağılımı Tablo 4.2'de verilmiştir. Ayrıca öğrenci sayılarının sınıf düzeyine göre seviyelere dağılımları Şekil 4.7'de verilmiştir.

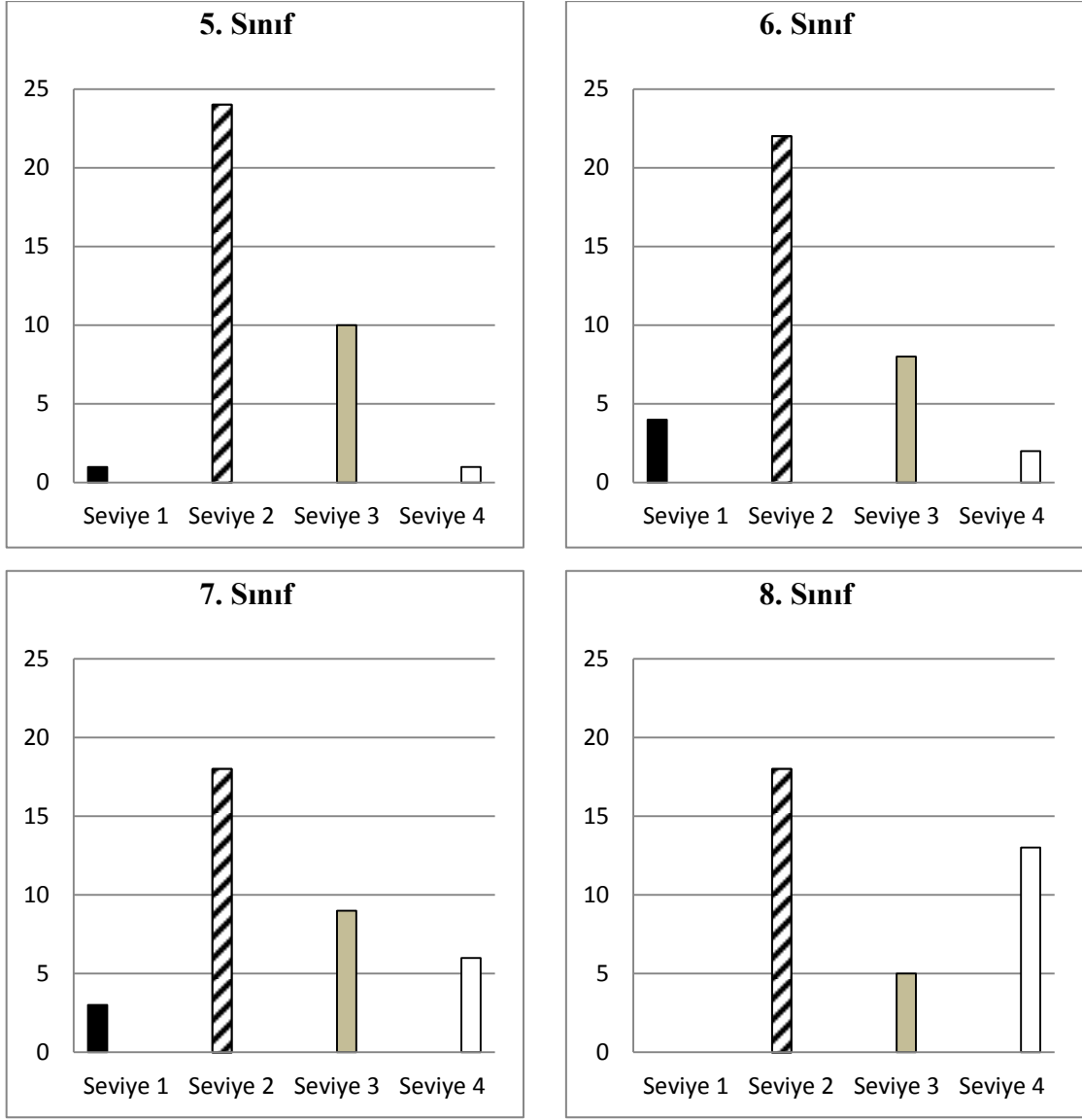


Tablo 4.2: Sınıflara göre öğrencilerin akıl yürütme seviyeleri

	Örnek Uzay				Olayın Deneysel Olasılığı				Olayın Teorik Olasılığı				Olasılığın Karşılaştırılması				Koşullu Olasılık				Bağımsızlık			
	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8
1. Seviye	-	1	-	-	-	1	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1	1	2	-	
2. Seviye	3	5	2	3	4	3	4	4	4	3	3	2	4	5	4	3	4	3	4	2	5	3	1	4
3. Seviye	2	-	2	-	2	1	2	1	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	-	1	-	2	2	-
4. Seviye	1	-	2	3	-	1	-	1	-	-	1	2	-	-	1	2	-	1	1	3	-	-	1	2
<b>Toplam</b>	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

Tablo 4.2 incelendiğinde tüm sınıflarda tüm kavramlarda genelde en çok 2. seviyede öğrenci olduğu görülmektedir. İstisna olarak 7. sınıf öğrencilerinde örnek uzay kavramı için 2. , 3. ve 4. seviyelerde ikişer ve 8. sınıf öğrencilerinde 2. ve 4. seviyelerde üçer, yine 8. sınıf öğrencilerinin olayın teorik olasılığında 2. , 3. ve 4. seviyelerde ikişer olmak üzere eşit sayıda öğrenci gözlenmiştir. Yalnızca koşullu olasılıkta 8. sınıf düzeyinde 4. seviyedeki öğrenci diğer seviyelerde gözlenen öğrencilerden daha fazladır. Bunun dışında tüm sınıf düzeylerinde 6 kavram için de 2. seviyedeki öğrenci sayısı diğer seviyelerdeki öğrenci sayılarından daha fazladır.

Örnek uzay ve olayın deneysel olasılığında 6. sınıftan bir öğrenci iki kavramda da 1. seviyededir. Farklı bir 6. sınıf öğrencisi ise olayın teorik olasılığında 1. seviye yer almıştır. Koşullu olasılıktaki 1. seviyedeki öğrenci ise 7. sınıf düzeyindedir. 1. Seviyedeki öğrenciler en çok bağımsızlık kavramında görülmektedir. Bu kavramda birer öğrenci 5.ve 6. sınıftan, 2 öğrenci 7. sınıftan iken bağımsız kavramında 8. sınıflarda öğrenci gözlenmemiştir. 6 kavrama yönelik seviyelerden 3. seviyede 1 veya 2 öğrenci bulunmakta ya da öğrenci bulunmamaktadır. 4. Seviyelere baktığımızda ise olayın deneysel olasılığı hariç diğer beş kavramda en çok 8. sınıftan öğrenci bulunmaktadır. Olayın deneysel olasılığında ise 4. seviyede 6. ve 8. sınıflardan birer öğrenci yer almaktadır.



Şekil 4.7: Sınıflara göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin dağılımı

Şekil 4.7 incelendiğinde sınıf seviyesi yükseldikçe öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin tutarlı şekilde yükselmediği görülmektedir. Örneğin; seviye 1’de 5. sınıflardan 1, 6. sınıflardan 4 öğrenci yer almıştır. Aynı şekilde sınıf seviyesi daha yüksek olmasına rağmen 6. sınıflardan 8 kişi 3. seviyede yer alırken, 5. sınıflardan 10 kişi 3. seviyede görülmüştür. Yine 3. seviyedeki öğrenci sayısı 8. sınıflarda 5 iken, 7. sınıflarda 9’dur. Ancak 4. seviyede yer alan öğrenci sayısı sınıf seviyesi yükseldikçe artış göstermiştir. 4. Olasılıksal akıl yürütme seviyesinde 5. sınıflardan 1 öğrenci, 6. sınıflardan 2 öğrenci görülürken, 7. sınıflarda 6 ve 8. sınıflarda 13 öğrenci görülmüştür. Tüm sınıf seviyelerinde en çok öğrenci sayısı 2. seviyede görülürken, 8. sınıflarda 2. seviyede 18 ve 4. seviyede 13 öğrenci olmak üzere 2. seviyeye en yakın öğrenci sayısı 8. sınıflardan 4. seviyedir.

#### 4.4. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin Matematik Başarısına Göre Dağılımı

Araştırmaya katılan 24 öğrencinin matematik başarı düzeylerini belirlenmesinde ölçüt olarak ders öğretmeninin öğrencilerin matematik derslerinde gösterdikleri performansı değerlendirmesi ve öğrencilerin bir önceki ders yılı sene sonu not ortalamaları dikkate alınmıştır. Öğrencilerin not ortalamaları katılımcılar kısmında Tablo 3.1’de verilmiştir. Düzeyler; alt başarı düzeyi, orta başarı düzeyi ve üst başarı düzeyi olarak üç kategoriye ayrılmıştır. Böylece her sınıf seviyesinde seçilen altışar öğrenci, matematik başarılarına göre 2 alt düzey, 2 orta düzey ve 2 üst düzey olarak ayrılmışlardır. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin başarı düzeylerine göre ayrı ayrı incelediğinde ortaya çıkan sonuçlar Tablo 4.3 ve Şekil 4.8’de verilmiştir.

Tablo 4.3: Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin matematik başarı düzeylerine göre dağılımı

	Örnek Uzak			Olayın Deneysel Olasılığı			Olayın Teorik Olasılığı			Olasılığın Karşılaştırılması			Koşullu Olasılık			Bağımsızlık		
	A	O	Ü	A	O	Ü	A	O	Ü	A	O	Ü	A	O	Ü	A	O	Ü
1. Seviye	-	1	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	1	-	1	2	1
2. Seviye	6	4	3	5	6	4	6	3	3	7	6	3	6	4	3	5	5	3
3. Seviye	2	2	-	2	1	3	1	5	2	1	2	2	2	1	2	2	1	1
4. Seviye	-	1	5	1	-	1	-	-	3	-	-	3	-	2	3	-	-	3
<b>Toplam</b>	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8

Genel olarak öğrencilerin matematik başarı seviyeleriyle olasılıksal akıl yürütmede yer aldıkları seviyeler incelendiğinde, alt düzeyden üst düzeye doğru gidildikçe daha üst seviyelerde daha fazla öğrencinin yer aldığı söylenebilir. Örneğin, örnek uzayda 4. seviyede alt düzeyden öğrenci yer almamakta, orta düzeyden 1 öğrenci yer almakta iken üst düzeyden 5 öğrencinin 4. seviyede yer aldığı Tablo 4.3 incelendiğinde görülmektedir. Olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması ve bağımsızlık kavramlarında da alt ve orta düzey öğrencilerden hiçbir öğrenci 4. seviyede yer almazken üst düzeyden üçer

öğrencinin 4. seviyede yer aldığı görülmektedir. Koşullu olasılıkta ise alt düzeyden hiçbir öğrenci 4. seviyede yer almamışken, orta düzeyden 2, üst düzeyden 3 öğrenci 4. seviyede yer almıştır. Bu gibi durumlardan ötürü öğrencilerin matematik başarı düzeyleri arttıkça olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin de arttığı söylenebilir.

Her sınıf seviyesinden ikişer öğrenci olmak üzere alt düzey matematik başarısına sahip altı öğrencinin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri incelenmiştir. Alt düzey öğrencilerin tüm kavramlarda olasılıksal akıl yürütme seviyeleri 2. seviyede yığılmıştır. En çok öğrenci 6 olasılıksal kavramdan olasılığın karşılaştırılmasında 2. seviyede görülmektedir. Buna karşın 1. ve 4. seviyelerden öğrenci seviyeleri 2. ve 3. seviyelere göre daha azdır. 3. Seviyede öğrencilerden bir veya iki kişi görülmüştür. Olayın teorik olasılığı ve bağımsızlıkta yalnız birer öğrenci olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 1. seviyede yer almıştır. Ayrıca alt seviyedeki öğrencilerden yalnız bir öğrencinin 4. seviyeye ulaştığı görülmektedir.

Tablo 4.3 incelendiğinde örnek uzay kavramında alt düzey öğrencilerin büyük çoğunluğunun 2. seviyede kaldığı görülmektedir. Bu seviyedeki öğrencilerin bir aşamalı örnek uzayı listeleyebildikleri bazen de iki aşamalı örnek uzayı da listeleme yapabildikleri görülmüştür. Ancak bu öğrenciler sürekli olarak iki aşamalı örnek uzayı listeleyemedikleri ve bir strateji geliştiremedikleri görülmüştür. Örnek uzay kavramında alt düzey öğrencilerden 2 öğrenci ise 3. seviyede yer almıştır. Bu seviyeye ulaşmış öğrencilerin kısmen üretken bir strateji ile iki aşamalı deneylerin sonuçlarını listeledikleri görülmüş ancak üç aşamalı örnek uzayı listeleme yapamadıkları görülmektedir. Alt düzey öğrencilerden hiçbirinin üç aşamalı örnek uzayı listeleme yapamadıkları tespit edilmiştir.

Olayın deneysel olasılığında alt düzey öğrencilerin büyük bir kısmının 2. seviyede yer aldığı tespit edilmiştir. Bu öğrencilerde deney sonuçlarının denemelerinin devamını temsil ettiği görüşü hâkimdir. Alt düzey öğrencilerinden 2 öğrenci 3. seviyededir, bu öğrenciler denemelerin kendi deneysel olasılığını ürettiğini fark etmişlerdir son olarak da alt düzey öğrencilerden yalnız biri olayın deneysel olasılığında akıl yürütme seviyelerinden 4. seviyeye ulaşmıştır. Bu öğrenci deneme sayılarının artmasıyla deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaşacağını belirtmiştir.

Alt düzey öğrencilerden sadece 1 öğrenci 4. seviyede yer almıştır. Bu öğrenci Ö<sub>6.2</sub> kodlu 6. sınıf öğrencisidir. Ö<sub>6.2</sub> olayın deneysel olasılığında 4. seviye-sayısal akıl yürütme

sergilemiştir. Ö<sub>6,2</sub>'den bir madeni parayı havaya atarak denemeler yapması istenmiştir. Öğrenci deneme sonuçlarını değerlendirmiş, deneme sayısının artmasıyla yazı-tura gelme sayılarının eşitleneceğini tahmin edebilmiştir. Bu öğrenci “*Denemelerin büyük bir örneğinden belirlenen deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını fark eder.*” tanımlayıcısına uygun cevaplar vererek 4. seviyede olduğunu göstermiştir.

Olayın teorik olasılığında birinci ve 3. seviyede birer öğrenci görülmektedir, bunlardan 1. seviyedeki öğrenci olayların azlığı çokluğu ve olasılık hesaplarında öznel yargısına göre cevaplar vermiş, 3. seviyedeki öğrenci ise informel sayıları kullanmıştır. Alt düzey öğrencilerden hiçbirinin 4. seviyede yer almadığı görülmektedir, alt düzey öğrencilerinden hiçbiri olayın teorik olasılığını sayısal olarak doğru belirleyememiştir. 2. Seviyede yer alan çoğunluk ise olayın teorik olasılığını, en az ve en çok olası olayı niceliksel yargılarla tahmin edebilmiş ancak arada öznel yargılarına da yer vermişlerdir.

Olasılıkların karşılaştırılmasında alt düzey öğrencilerin yüksek çoğunluğunun (8’de 7’sinin) 2. seviyede yer aldığı görülmektedir. Bu 7 öğrenci de niceliksel yargılarla olasılık karşılaştırması yapabilmekte ancak bazen yanılabilmişlerdir, ayrıca adil ve adil olmayan yargıları ayırt etmeye başlamışlardır. Alt düzey öğrencilerden yalnız biri de olasılıkların karşılaştırılmasında akıl yürütme seviyelerinde 3. seviyede yer almıştır. Bu öğrenci 2. seviyedeki öğrencilerden farklı olarak niceliksel yargıları kullanarak karşılaştırmaları doğru ifade etmenin kendi yolunu bulmuştur

Koşullu olasılıkta alt düzey öğrencilerin akıl yürütme seviyelerine bakıldığında 6 öğrencinin 2. seviyede yer aldığı görülmektedir. Bu öğrenciler değişen koşullar ve durumlarda olasılığın da değiştiğini fark etmekte ancak farkındalıkları tamamlanmamıştır. Kalan 2 öğrenci de koşullu olasılıkta 3. seviyede yer almıştır. Bu öğrenciler 2. seviyedeki öğrencilerden farklı olarak nicelik olarak değişen durumları tam olarak fark etmiş ve belirleyebilmişlerdir.

Tablo 4.3’te görüldüğü üzere bağımsızlıkta öğrencilerin çoğu (8’de 5’i) 2. seviyede yer almıştır. Bu beş öğrenci ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduklarını fark etmeye başlamışlardır ancak bazen yanılabilmişlerdir. Bunların dışında kalan 2 öğrenci ardışık olayların bağımlı veya bağımsız olduklarını tam olarak fark edebilmiş ancak sayısal olasılık değerleriyle belirtmediklerinden 3. seviyede yer almıştır. Alt düzey öğrencilerden

yalnız biri 1. seviyede yer almış ve bu öğrencinin bağımlı ve bağımsız olayı fark edemediği, öznel yargılarını dile getirdiği görülmüştür.

Tablo 4.3 incelendiğinde orta düzeydeki öğrencilerin de yine genel olarak 2. seviyede yoğunlaştığı görülmektedir. Ancak alt düzeyden farklı olarak 1. ve 4. seviyelerde daha çok öğrenci yer almaktadır. Buradan hareketle orta düzey öğrencilerin alt düzeye göre tüm seviyelere biraz daha fazla dağıldığı söylenebilir. Orta düzey öğrencileri yalnızca olayın teorik olasılığında 3. seviyede daha çok öğrenci gözlenmiştir.

Örnek uzay kavramında orta düzeydeki öğrencilerin her seviyede yer aldığı görülmektedir. Bu seviyelerden 1. seviyede orta düzey öğrencilerin 1 öğrenci bulunmaktadır ve bu öğrenci ancak bir aşamalı örnek uzayın sonuç listesinin verebilmektedir. Orta düzey öğrencilerin yarısının 2. seviyede yer aldığı görülmektedir ve bu öğrenciler bir aşamalı örnek uzayı listelemenin yanında bazen de iki aşamalı örnek uzayı listeleyebilir. Orta düzey öğrencilerden 2 öğrenci ise 3. seviyede yer almaktadır. Bu seviyede yer alan öğrenciler 2. seviyedeki öğrencilerden farklı olarak bazen değil her zaman iki aşamalı örnek uzayın listesinin verebilirler ve bu listelemeyi yaparken kısmen üretken bir strateji sergileyebilmişlerdir. Son olarak orta düzey öğrencilerden yalnız biri 4. seviyede yer almıştır ve bu öğrencinin strateji kullanarak üç aşamalı örnek uzayı da listeleme yapabildiği görülmüştür.

Olayın deneysel olasılığında orta düzey öğrencilerin büyük bir kısmının 2. seviyede yer aldığı tespit edilmiştir. Bu öğrencilerde deney sonuçlarının denemelerinin devamını temsil ettiği görüşü hâkimdir. Orta düzey öğrencilerin yalnız biri 3. seviyededir, bu öğrenci denemelerin kendi deneysel olasılığını ürettiğini fark etmiştir son olarak da orta düzey öğrencilerden yalnız biri olayın deneysel olasılığında akıl yürütme seviyelerinden 1. seviyededir ve bu öğrencinin deneme sonuçlarından ziyade kendi öznel yargısını ön plana çıkardığı görülmektedir.

Tablo 4.3'e bakıldığında olayın teorik olasılığının akıl yürütme seviyelerinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun (8'de 5'i) 3. seviyede yer aldığı görülmektedir. Bu çoğunluktaki öğrenciler olayın olasılığını, en azlığı ve en çokluğunu informel sayılar kullanarak yapmışlardır. Orta düzeyde yer alan 8 öğrenciden 3'ü ise 2. seviyede yer almıştır. Bu öğrenciler olayın olasılığını, en azlığı ve en çokluğunu tahmin edebilmiş ancak bazen öznel yargılara dönmüşlerdir.

Orta düzeydeki öğrenciler olasılıkların karşılaştırmasında akıl yürütme seviyelerine bakıldığında bu öğrencilerin 6'sının 2. seviyede ve 2'sinin 3. seviyede olduğu görülmektedir. Orta düzey öğrencilerden hiçbirisi olasılıkların karşılaştırılmasında 1. ve 4. seviyelerde öğrenciye rastlanmamıştır. 2. Seviyedeki öğrenciler niceliksel yargılarla olasılık karşılaştırması yapabilmekte ancak bazen yanılabilmişlerdir, ayrıca adil ve adil olmayan yargıları ayırt etmeye başlamışlardır. 3. Seviyedeki öğrenciler ise niceliksel yargıları kullanarak karşılaştırmaları doğru ifade etmenin kendilerince yolunu bulmuşlar ve doğru karşılaştırmaları yapmışlardır ancak bu karşılaştırmalar doğru sayısal olasılık değerleriyle değildir.

Koşullu olasılıkta orta düzey öğrencilerin dağılımına bakıldığında her seviyede öğrenciye rastlandığı görülmektedir. Bu öğrencilerden birer tanesi 1. ve 3. seviyede yer almıştır. 1. Seviyedeki öğrenci değişen durum ve koşullar için olasılıkları öznel yarısına göre değerlendirmiştir. 3. Seviyedeki öğrenci ise değişen koşul ve durumlardaki olasılık değerlendirmelerini informel değerlerle ifade edebilmiştir. Orta düzey öğrencilerinin yarısı ise koşullu olasılıkta 2. seviyede yer almıştır. 2. Seviyedeki bu 4 öğrenci de koşullu olasılıkta değişen durum ve koşullar için olasılığın da değiştiğini fark etmektedir ancak farkındalıkları tamamlanmamıştır, bazı sorularda yanılmışlardır.

Bağımsızlık için Tablo 4.3'e bakıldığında orta düzey öğrencilerden hiçbirinin 4. seviyede yer almadığı görülmektedir, yani orta düzeyde hiçbir öğrenci bağımlı ve bağımsız olayları sayısal olasılık değeri kullanarak ifade edememişlerdir. Bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edebilen ancak bunu sayısal olarak belirleyemeyen 1 öğrenci seviye 3'te yer almıştır. Ayrıca 1. seviyede yer alan 2 öğrenci de ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark edememişlerdir. Son olarak da orta düzey öğrencilerin azımsanamayacak çoğunluğu (8'de 5'i) 2. seviyede yer almıştır. Bu seviyedeki öğrenciler ise ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduklarını fark etmeye başlamışlardır ancak bazen yanılabilmişlerdir.

Tablo 4.3 incelendiğinde 6 olasılıksal kavrama yönelik seviyelerin 2. seviyeden 3. ve 4. seviyelere doğru dağıldığı görülmektedir. Özellikle öğrencilerin 5'i örnek uzay kavramında 4. seviyede yer almaktadır. Buna karşın olayın deneysel olasılığında 2. seviyede yoğunluk varken, öğrencilerden 3'ü 3. seviyede ve yalnız 1'i 4. seviyededir. Olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılıkta üçer öğrenci 2. seviyede ve 4. seviyede eşit seyrederken, bu üç kavramda 3. seviyede ikişer öğrenci

görülmektedir. Bağımsızlıkta 1. ve 3. seviyede birer öğrenci ve 2. ve 4. seviyelerde de üçer öğrenci gözlenmiştir.

Örnek uzay kavramında üst düzey öğrenciler ya 2. seviyede ya da 4. seviyede yer almıştır ve üst düzey öğrencilerden 5'i 4. seviyededir. 2. Seviyede yer alan öğrenciler bir aşamalı ve bazen de iki aşamalı örnek uzayı listeleyebilmişlerdir. Ancak 4. seviyedeki öğrenciler bir, iki ve üç aşamalı örnek uzayın listesini strateji kullanarak verebilmişlerdir.

Olayın deneysel olasılığında üst düzey öğrencilerin yarısı 2. seviyede yer almıştır. 2. Seviyede yer alan bu öğrencilerin deneme sonuçlarının geneli temsil ettiği görüşünü savunduğu görülmüştür. Üst düzey öğrencilerinin ikinci olarak 3. seviyeye yerleştiği görülmektedir, bu seviyedeki öğrencilerin ise deneme sonuçlarının kendi olasılığını ürettiğini fark ettiği görülmüştür. Üst düzey öğrencilerden yalnız biri olayın deneysel olasılığında akıl yürütme seviyelerinden 4. seviyede görülmektedir ve öğrenci deneme sayılarının artmasıyla deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaşacağını fark ettiği görülmektedir.

Tablo 4.3'e bakıldığında olayın teorik olasılığında üst düzey 8 öğrenciden 3'ünün 4. seviyede yer aldığı görülmektedir ve bu kavramda sadece üst düzey öğrencilerden 4. seviyede öğrenci yer almaktadır. 4. Seviyedeki bu 3 öğrenci olayın olasılığını, en az ve en çokluğunu tahmin etmede sayısal olasılık değerlerini kullanabilmişlerdir. Olayın olasılığını, en az ve en çokluğunu informel değerlerle ifade edebilen 2 öğrenci ise 3. seviyede yer almıştır. Ancak olayın olasılığını, en az ve en çokluğunu tahmin edebilen ancak öznel yargılar da kullanan 3 öğrenci de seviye 2'de yer almaktadır. Olayın teorik olasılığında üst düzey öğrenciler 2. ve 4. seviyelerde eşit yoğunluk seyretmişlerdir.

Olasılıkların karşılaştırılması incelendiğinde üst düzey öğrencilerde yine 2. ve 4. seviyede eşit sayıda öğrenci görülmekte, bunların ardından en çok 3. seviyede öğrenci görülmekte ancak 1. seviyede öğrenciye rastlanamamaktadır. 2. Seviyedeki öğrenciler niceliksel yargılarla olasılık karşılaştırması yapabilmekte ancak bazen yanılabilmişlerdir, ayrıca adil ve adil olmayan yargıları ayırt etmeye başlamışlardır. 3. Seviyedeki öğrenciler ise niceliksel yargıları kullanarak karşılaştırmaları doğru ifade etmenin kendilerince yolunu bulmuşlar ve doğru karşılaştırmaları yapmışlardır ancak bu karşılaştırmalar doğru sayısal olasılık değerleriyle değildir. 4. Seviyedeki öğrenciler ise doğru sayısal olasılık değerleriyle olasılık karşılaştırmaları yapmışlardır.



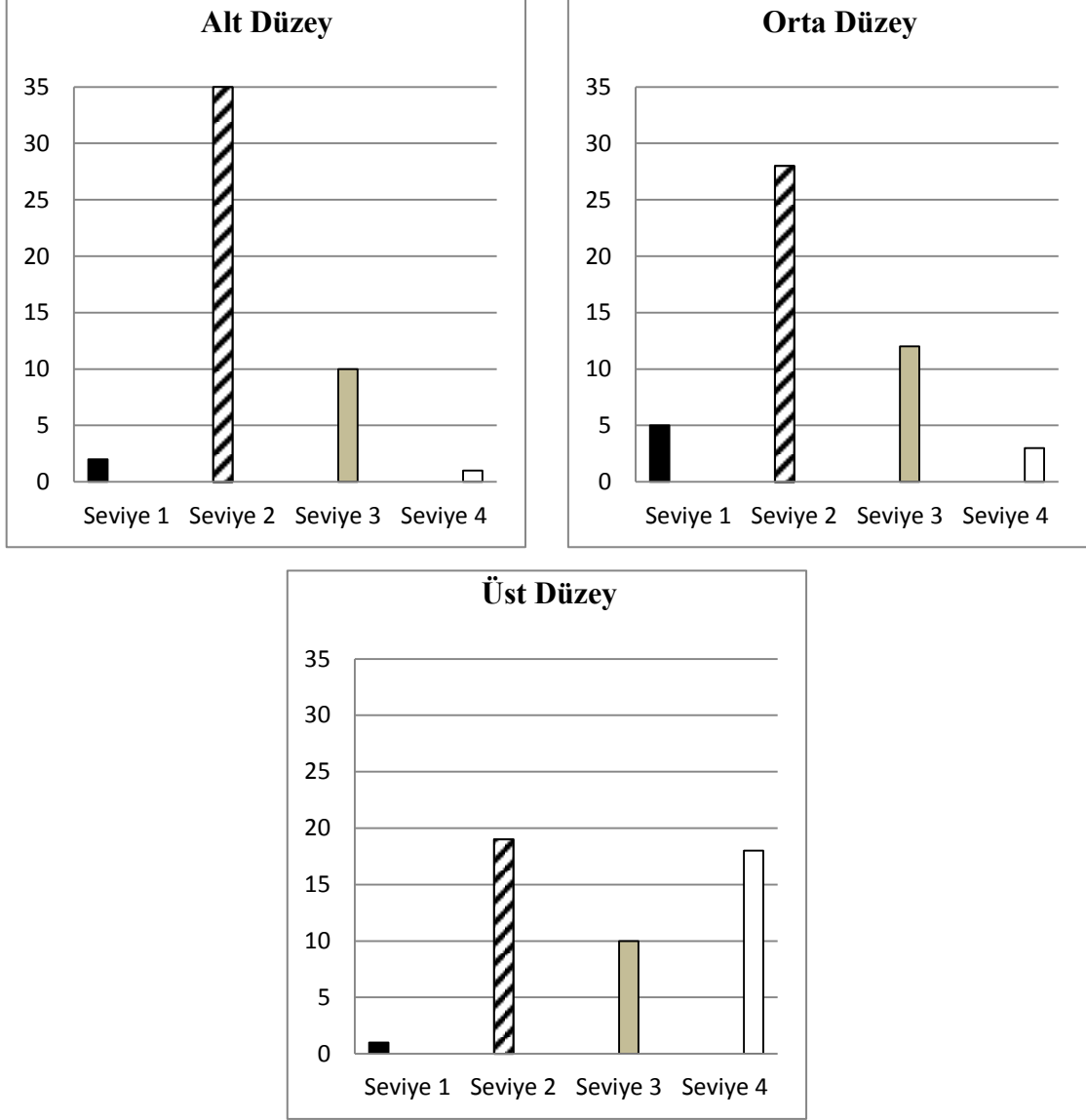
Koşullu olasılıkta üst düzey öğrencilerin 3'ü 2. seviyede ve 3'ü de 4. seviyededir. Üst düzey öğrencilerden bu kavramda da 1. seviyede öğrenciye rastlanmazken 3. seviyede 2 öğrenciye rastlanmaktadır. 2. Seviyedeki öğrenciler koşullu olasılıkta değişen durum ve koşullar için olasılığın da değiştiğini fark etmektedir ancak farkındalıkları tamamlanmamıştır, bazı sorularda yanılmışlardır. 3. Seviyedeki öğrenci ise değişen koşul ve durumlardaki olasılık değerlendirmelerini informel değerlerle ifade edebilmiştir. 4. Seviyedeki 3 öğrenci ise değişen koşul ve durumlardaki olasılık değerlerinin değişimini doğru sayısal değerlerle belirleyebilmişlerdir.

Bağımsızlıkta üst düzey öğrencilerin her seviyeye dağıldıkları görülmektedir. Birer öğrenci 1. ve 3. seviyede yer alırken üçer öğrenci de 2. ve 4. seviyede yer almışlardır. 1. Seviyede yer alan 1 öğrenci ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark edememiştir. 2. Seviyedeki öğrenciler ise ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduklarını fark etmeye başlamışlardır ancak bazen yanılabilmişlerdir. 3. Seviyede yer alan 1 öğrenci bağımlı ve bağımsız olayları ayırt edebilmiş ancak bunu sayısal olarak belirleyememiştir. Son olarak bağımsızlıkta 4. akıl yürütme seviyesinde olan 3 öğrenci bağımlı ve bağımsız olayları sayısal olasılık değeri kullanarak ifade edebilmişlerdir.

6. Sınıf öğrencilerinden  $\ddot{O}_{6,2}$  matematik başarısı alt düzey olan bir öğrencidir. Buna rağmen örnek uzay kavramında 2. seviyede ancak olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarında 3. seviyede yer almıştır. Hatta bu öğrenci olayın deneysel olasılığında 4. seviyeye kadar çıkabilmiştir. Bu öğrenci 6 kavrama yönelik seviyelerden daha üst sınıflardan veya orta ve yüksek matematik başarısına sahip öğrencilerin bazılarından daha yüksek seviyelerde yer almıştır. Buna karşın aynı sınıf düzeyinden olan  $\ddot{O}_{6,5}$  ve  $\ddot{O}_{6,6}$  yüksek matematik başarısına sahip olan öğrenciler olmalarına rağmen çoğu kavramda 2. seviyede yer almışlardır.

Üst düzey öğrencilerden sadece 1 öğrenci 1. seviyede yer almıştır. Bu öğrenci  $\ddot{O}_{6,5}$  kodlu 6. sınıf öğrencisidir.  $\ddot{O}_{6,5}$  olayın bağımsızlıkta 1. seviye-özel akıl yürütme sergilemiştir.  $\ddot{O}_{6,5}$  'e 5 kırmızı, 3 mavi topun bulunduğu torbadan bakmadan çekilen bir kırmızı topun tekrar torbaya geri atıldıktan sonra bakmadan çekilecek ikinci topun kırmızı olma olasılığı sorulmuştur. Öğrenci "*Art arda kırmızı gelmez, kırmızının ihtimali düşer.*" şeklindeki ifadesiyle özel yargılarının hâkim olduğunu göstermiştir. Bu öğrencinin "*Ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmek için bir eğilimi vardır.*" koduna uyduğu düşünülmektedir. Çünkü öğrenci ilk çekilişte topun kırmızı gelmesinin ikinci

çekişi etkileyeceğini düşündüğünü belirtmiş, ardışık olayların ilişkili olduğunu savunmuştur. Ayrıca öznel yargılarının ön planda olduğu düşünülen öğrenci 1. seviye-öznel seviyesinde yer almıştır.



Şekil 4.8: Matematik başarısına göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin dağılımı

Genel olarak öğrencilerin matematik başarı seviyeleriyle olasılıksal akıl yürütmede yer aldıkları seviyeler incelendiğinde, alt düzeyden üst düzeye doğru gidildikçe daha üst seviyelerde daha fazla öğrencinin yer aldığı söylenebilir. Şekil 4.8 incelendiğinde alt düzeyden üst düzeye doğru gidildikçe öğrencilerin daha üst seviyelere dağılım gösterdikleri görülmektedir. Alt düzeyden üst düzeye gidildikçe 2. seviyede yer alan öğrenci sayısı azalmıştır. Alt düzey öğrencilerden 2. seviyede 35 öğrenci yer almışken, orta

düzeiden 28 ve üst düzeiden 19 öğrenci yer almıştır. Ayrıca alt seviyeden üst seviyeye doğru gidildikçe 4. seviyede yer alan öğrenci sayısında da artış olduğu Şekil 4.8'de görölmektedir. 4. Seviyede alt düzeiden 1, orta düzeiden 3 ve üst düzeiden ise 18 öğrenci yer almıştır. Kavram bazında bakılırsa da örneğin; örneğ uzayda 4. seviyede alt düzeiden öğrenci yer almamakta, orta düzeiden 1 öğrenci yer almakta iken üst düzeiden 5 öğrencinin 4. seviyede yer almıştır. Olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması ve bağımsızlık kavramlarında da alt ve orta düzey öğrencilerden hiçbir öğrenci 4. seviyede yer almazken üst düzeiden üçer öğrencinin 4. seviyede yer aldığı görölmektedir. Koşullu olasılıkta ise alt düzeiden hiçbir öğrenci 4. seviyede yer almamışken, orta düzeiden 2, üst düzeiden 3 öğrenci 4. seviyede yer almıştır. Bu gibi durumlardan ötürü öğrencilerin matematik başarı düzeyleri arttikça olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin de arttikı söylenebilir.

#### **4.5. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Seviyelerinin Özellikleri**

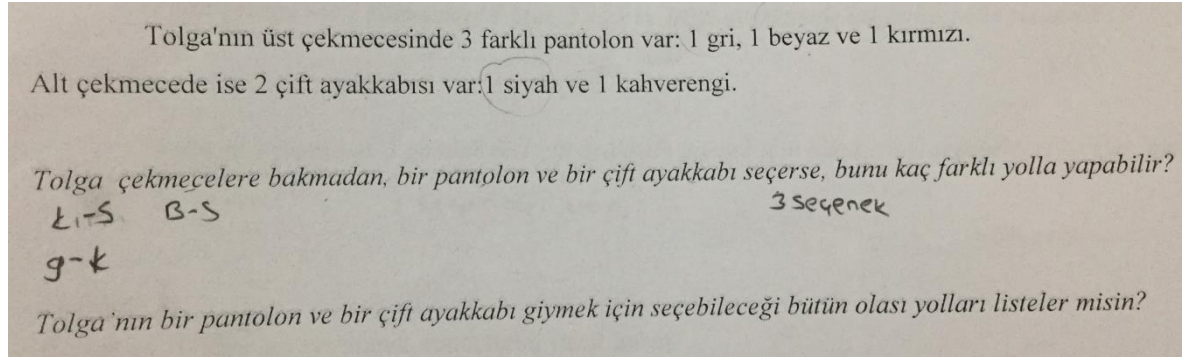
Bu bölümde araştırmaya katılan 24 öğrencinin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin açıklaması sunulacaktır. Her seviyede kavramlarda ortaya çıkan özellikler öğrenci cevapları ile detaylı bir Şekilde açıklanacaktır.

##### **1. Seviye-Öznel**

Öznel seviye olasılıksal akıl yürütme sergileyen öğrenciler olasılık durumlarını göz önünde bulundurarak kısıtlı bir bakış açısı benimserler ve öznel yargılarını da kullanırlar. *Örneğ uzay* kavramında 1. seviyedeki öğrenci bir aşamalı örneğ uzayın sonuç listesi verebilse de iki ve daha çok aşamalı örneğ uzayları listeleme yapamaz. Bu olasılıksal akıl yürütme seviyesindeki öğrenciler *olayın deneysel olasılığında* denemelerden elde edilen veriyi ilgisiz olarak değerlendirir ve denemelerden ziyade kendi yargısını ön plana çıkarır. 1. Seviye olasılıksal akıl yürütme seviyesindeki öğrenci *olayın teorik olasılığında* ise kesin ve imkânsız olayı fark etse de en az olası ve en çok olası durumu tahmin ederken öznel yargılarını kullanır. Olasılıkların karşılaştırılmasında ve koşullu olasılıkta 1. seviye akıl yürütme sergileyen öğrenci olasılıkları karşılaştırırken ve koşulu değişen durumları yorumlarken yine öznel yargısını kullanır. Bağımsızlıkta olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 1. seviyede yer alan öğrenci ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünme eğilimindedir ve bir deneyin çıktısını kontrol edebileceği inancı vardır.

Analiz sonuçlarına göre 6 olasılıksal kavramda da 1. seviyede öğrenciye rastlanmıştır ancak altı kavramın hepsinde 1. seviyede yer alan öğrenci mevcut değildir. Ancak örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı kavramlarında 6. sınıftan 1. seviyede birer öğrenci bulunmakta, diğer sınıflarda bu kavramlara ilişkin 1. seviyede öğrenci bulunmamaktadır. Aynı doğrultuda koşullu olasılık kavramında 1. seviyede 7. sınıflardan 1 öğrenci mevcutken diğer sınıflardan bu kavrama ilişkin 1. seviyede öğrenci mevcut değildir. Bağımsızlık kavramında ise 8. sınıflarda 1. seviyede öğrenci bulunmazken 5. ve 6. sınıflardan birer ve 7. sınıflardan 2 öğrencinin bu kavrama ilişkin 1. olasılıksal akıl yürütme seviyesinde olduğu görülmektedir. Ayrıca olasılıkların karşılaştırılmasında hiçbir sınıfta öznel olasılıksal akıl yürütme seviyesinde öğrenciye rastlanmamıştır.

Örnek uzay kavramında birinci seviyede yer alan tek öğrenci Ö<sub>6.3</sub>'tür. Ö<sub>6.3</sub> bir aşamalı örnek uzay için listeleme yapabilmiştir. Örneğin bir zarı havaya attığımızda hangi sonuçların gelme ihtimalinin olduğunu sorulduğu 2. soruya “2, 4, 5, 6, 1, 3 gelebilir.” yanıtını vermiş ama listelemeyi bir sıra ile değil, karışık şekilde yapmıştır. Öğrencinin iki aşamalı örnek uzay içeren 3. soruya verdiği yanıt Şekil 4.9'da verilmiştir.

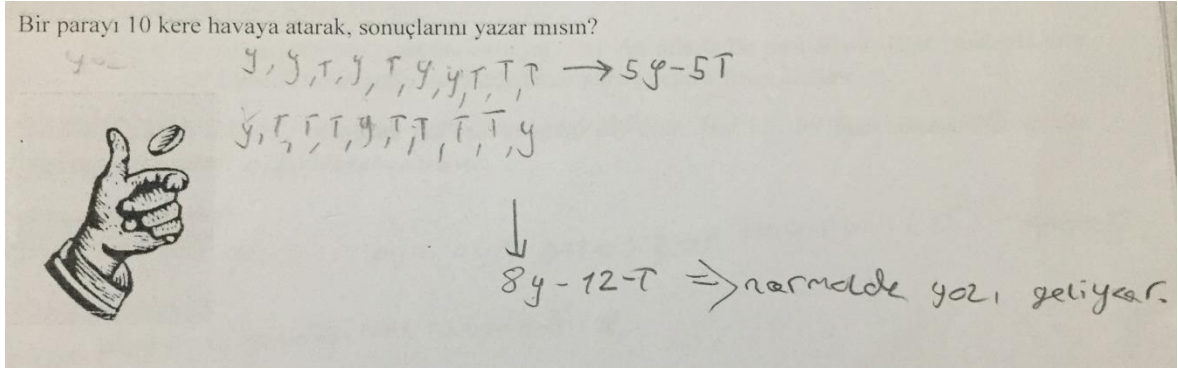


Şekil 4.9: Ö<sub>6.3</sub>'ün 3. probleme verdiği yanıt

Ö<sub>6.3</sub>'ten iki aşamalı örnek uzayı listelemeyi gerektiren soruda 3 farklı renk pantolon ve 2 farklı renk ayakkabı için seçenekler yazması istenmiştir. Öğrenci Şekil 4.9'da görüldüğü üzere kırmızı-siyah, beyaz-siyah ve gri-kahverengi olmak üzere 3 seçenek yazabilmiş, 3 farklı renk pantolon olduğundan 3 seçenek olabileceğini söylemiştir. Aynı renk pantolonla yalnız 1 ayakkabıyı eşleştirmiş başka bir renk ayakkabıyla aynı renk ayakkabıyı eşleştirememiştir. Bir aşamalı örnek uzayı listeleyebilen ancak iki aşamalı örnek uzayı listeleyemeyen Ö<sub>6.3</sub> örnek uzay kavramı için olasılıksal akıl yürütme

seviyelerinden 1. seviyeye yerleştirilmiştir. Çünkü öğrenci “Bir aşamalı bir deneyin çıktılarının listesini eksik kurar.” koduna uygundur.

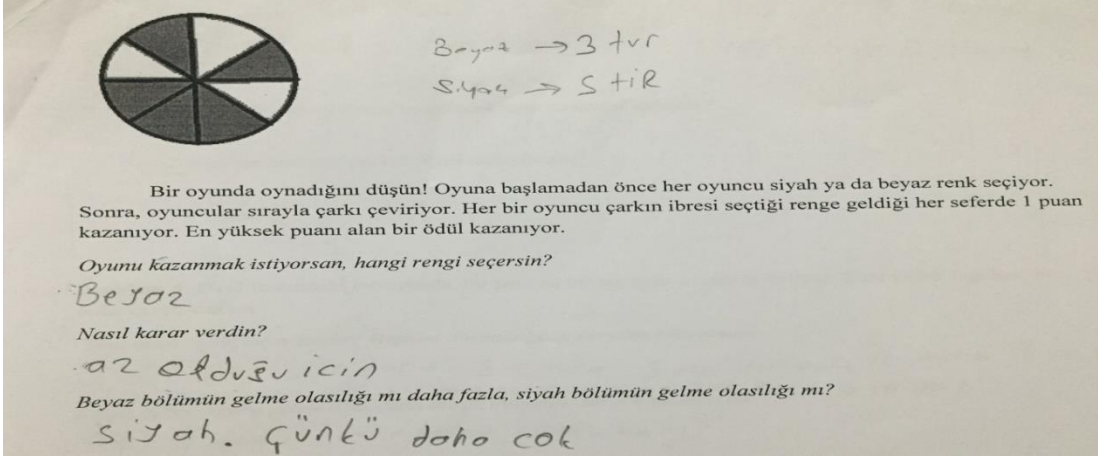
Olayın deneysel olasılığında sadece Ö<sub>6.3</sub> kodlu öğrenci 1. seviyede yer almaktadır. Öğrencinin deneysel olasılık fikirlerini ortaya çıkarmak amacıyla bir parayı önce 10 defa sonra da 20 defa havaya atması istenmiştir. Öğrencinin atışlarının sonucu ve yürüttüğü fikir Şekil 4.10’da verilmiştir.



Şekil 4.10: Ö<sub>6.3</sub>'ün deneysel olasılık için cevabı

Öğrenci ilk 10 atışında 5 yazı-5 tura sonucuna ulaşmış sonra atış sayısını 20'ye çıkardığında ise 8 yazı-12 tura çıktısını elde etmiştir. Öğrenci buna rağmen öznel yargısında ısrar etmiş ve normalde yazının fazla gelmesi gerektiğini dile getirmiştir. Olayın deneysel olasılığında deneme çıktılarına rağmen öznel yargısında ısrar eden Ö<sub>6.3</sub> olayın deneysel olasılığında akıl yürütme seviyelerinden 1. de (öznel) olduğuna karar verilmiştir. Çünkü bu öğrenci “Rastgele deneylerden elde edilen verileri ilgisiz olarak değerlendirir.” ve “En fazla veya en az olası olayı belirlemek için öznel yargılar kullanır.” kodlarına uymaktadır.

Olayın teorik olasılığında sadece Ö<sub>6.1</sub> kodlu öğrenci olasılıksal akıl yürütmenin 1. seviyesinde yer almıştır. Ö<sub>6.1</sub> olayın olma olasılığının en azlığı ve en çokluğunu belirtirken doğru tahminlerde bulunsa da öğrencinin öznel yargısına dayanan kararlar verme eğiliminde olduğu görülmektedir. Ö<sub>6.1</sub>'in 1. probleme yönelik cevabı şekil 4.11’de verilmiştir.



Şekil4.11: Ö<sub>6.1</sub>'in 1. probleme cevabı

Öğrenciye 1. problemde verilen çark çevrildiğinde hangi renk bölümün gelme olasılığının sorulduğu soruda öğrenci niceliksel değerlere bakarak siyah bölümün olasılığının fazla olduğunu dile getirmiştir. Ancak çark çevrilmeden bir renk seçeceği ve seçtiği renk geldiğinde de ödül kazanacağı söylenerek bir renk seçmesi istendiğinde öğrenci beyaz renkli bölümü tercih etmiş ve beyaz renk az ve daha güzel olduğu için o bölümü seçeceğine dair öznel yargısında ısrar etmiştir. Bu öğrenci olayın teorik olasılığında 1. seviye kodlarından “Öznel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder.” koduna uymaktadır. Öğrencinin bu açıklamalara dayanarak olayın teorik olasılığında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 1. seviyede (öznel) olduğu kabul edilmiştir.

Koşullu olasılıkta olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 1. seviyede yer alan tek öğrenci Ö<sub>7.4</sub>'tür. Öğrencinin koşullu olasılık sorulan soruda sınıf başkanı seçiminde Berna, Selin, Merve, Rıza ve sen olmak üzere 5 adayın olduğu verilmiştir. Önce başkan için soru yöneltilmiş, sonra başkanın Merve olduğu belirtilerek başkan yardımcısı için değişen durumu fark etmesi ve değerlendirmeleri sorgulanmıştır. Ö<sub>7.4</sub> ile geçen diyalog şöyledir:

A: Başkan seçimine katılan 5 kişi var: seçiminde Berna, Selin, Merve, Rıza ve sen. Sence başkanın kız olması mı erkek olması mı, daha fazla olası?

Ö<sub>7.4</sub>: Imm, 4 kız 1 erkek var, Rıza içlerinde 1 tane erkek olduğu için başkan o seçilir?

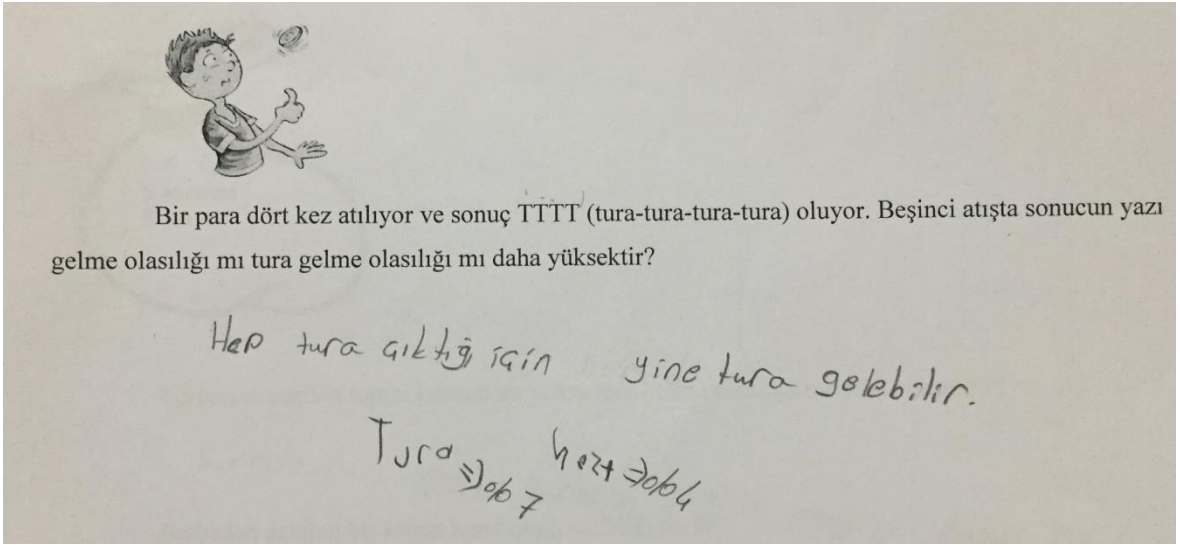
...

A: Peki başkan Merve seçildi. Başkan yardımcısının kız olması mı erkek olması mı daha fazla olası?

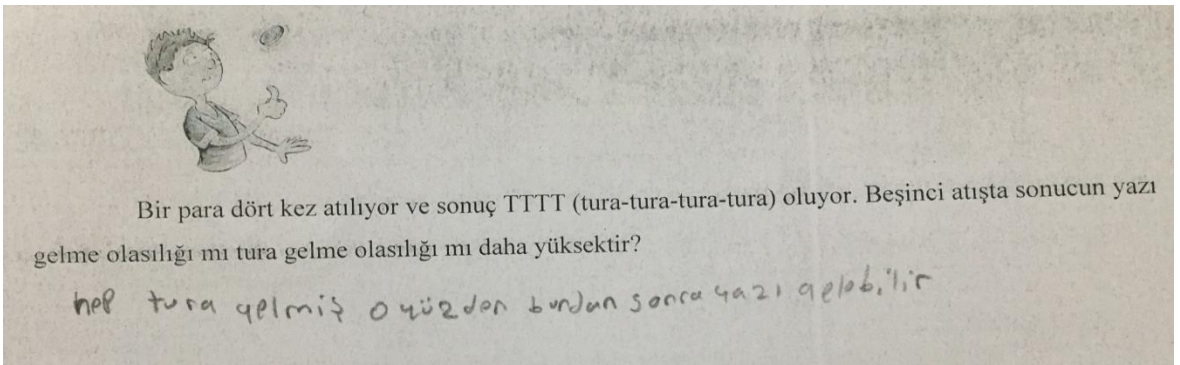
Ö<sub>7.4</sub>: Bir tane başkan kız olduğu için, başkan yardımcısı da erkek olması istenir...

Ö<sub>7.4</sub>'ün cevabı incelendiğinde değişen koşul ve durumla ilgilenmeden kişisel fikirlerinin kullanarak fikir beyan ettiği görülmektedir. Koşullu olasılıkta 1. seviyede yer alan Ö<sub>7.4</sub> değişen durum ve koşulları niceliksel, formel ya da informel olasılık ifadeleri kullanamamış sadece öznel yargısına dayanarak değerlendirme yapmıştır. Çünkü bu öğrenci “İki farklı örnek uzaylardaki bir olayın olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılar kullanır.” koduna uymaktadır.

Bağımsızlıkta olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 1. seviyede yer alan 4 öğrenci mevcuttur. Bu öğrenciler Ö<sub>5.2</sub>, Ö<sub>6.5</sub>, Ö<sub>7.3</sub> ve Ö<sub>7.4</sub>'tür. Bu dört öğrenci de ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu ayırt edememişlerdir. Bu duruma yönelik Ö<sub>5.2</sub> ve Ö<sub>6.5</sub> nün cevapları Şekil 4.12 ve Şekil 4.13'te verilmiştir.



Şekil 4.12: Ö<sub>5.2</sub>'nin bağımlı bağımsız olaya ilişkin probleme ilişkin cevabı



Şekil 4.13: Ö<sub>6.5</sub>'in bağımlı bağımsız olaya ilişkin probleme ilişkin cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde Ö<sub>5.2</sub>'nin dört atışın tura gelmesinin ardından sürekli tura gelmesi sebebiyle beşinci atışta da yine tura geleceği görüşü ve Ö<sub>6.5</sub>'in de sürekli tura gelmesinden ötürü beşinci atışta yazı geleceği yanıtı görülmektedir. Aslında yazı ve tura gelme olasılığı ilk atışlardan bağımsız ilerleyeceğini fark edememiş öğrenciler



1. seviyede yer almaktadır. Çünkü bağımsızlıkta 1. seviyede olan öğrenciler için “*Ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmek için bir eğilimi vardır.*” kodu tanımlanmıştır. Ayrıca bu öğrencilerden Ö<sub>5,2</sub> olasılık kavram yanılgılarında olumlu sonralık etkisi ve Ö<sub>6,5</sub> “olumsuz sonralık etkisi” kavram yanılgısı içerisindedirler.

## **2. Seviye-Geçişken**

Olasılıksal akıl yürütmede 2. seviyedeki öğrenciler olasılıksal durumların farkındadır ancak bazen öznel yargılara dönebilirler. *Örnek uzay* kavramında 2. seviyedeki öğrenci bir aşamalı örnek uzayın sonuç listesini ve bazen de iki aşamalı örnek uzayın listesini verebilir. Ancak bir strateji geliştiremez ve her zaman iki aşamalı örnek uzayı ve üç aşamalı örnek uzayın listesini de oluşturamaz. Bu olasılıksal akıl yürütme seviyesindeki öğrenciler *olayın deneysel olasılığında* denemelerden elde edilen veriyi tüm popülasyonun temsilcisi olarak nitelendirir. Örneğin 10 defa havaya attığı parada 8 tura, 2 yazı geldiyse, devam eden atışlarda da tura sonucunun daha çok geleceğini savunur. Geçişken olasılıksal akıl yürütme seviyesindeki öğrenci *olayın teorik olasılığında* ise en az olası ve en çok olası durumu tahmin ederken niceliksel yargılar kullanabilir ancak değerlendirmeleri öznel yargılara da dönebilir. *Olasılıkların karşılaştırılmasında* 2. seviye akıl yürütme sergileyen öğrenci olasılıkları karşılaştırırken niceliklere dayalı akıl yürütme yapsa da her zaman doğru bir sonuca ulaşamaz ve bu seviyedeki öğrenci adil ve adil olmayan durumları ayırt etmeye başlamıştır. *Koşullu olasılıkta* 2. seviye akıl yürütme sergileyen öğrenci koşulu değişen durumları yorumlarken olasılıkların değiştiğini fark etmeye başlasa da farkındalık tam değildir. *Bağımsızlıkta* olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 2. seviyede yer alan öğrenci ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark etmeye başlamıştır.

Yapılan analizlere göre olasılıksal kavramlarda en çok öğrenci sayısı 2. seviyededir ve diğer seviyelerden bariz bir fark ile 2. seviyede öğrenci yoğunlaşmaktadır. Ayrıca kavramların hepsinde 2. seviyede yer alan 1 öğrenci vardır (Örneğin Ö<sub>5,1</sub>).

Örnek uzay kavramında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden en çok öğrenci 2. seviyededir ve bu öğrenciler daha çok 6. sınıf öğrencisidir. 5. sınıftan 3, 6. sınıftan 5, 7. sınıftan 2 ve 8. sınıftan 3 öğrenci örnek uzayda 2. seviyede (geçişken) yer almıştır. Örnek uzay kavramında 2. seviyede yer alan öğrencilerin hepsi bir aşamalı örnek uzayı listeleme yapabilmiş ancak her zaman iki aşamalı örnek uzayı listeleme yapamamıştır. Bu seviyede



yer alan öğrencilerden biri olan  $\ddot{O}_{8.2}$ 'nin iki aşamalı sorulardan birine verdiği yanıt aşağıdaki gibidir:

A: *Bir çift zar atarsak hangi sonuçlar gelir, olabilecek tüm durumlar nelerdir?*

$\ddot{O}_{8.2}$ : *5-5 gelir, 6-6 gelir... İki 2-1 gelir.*

A: *Peki sıralı şekilde söyleyebilir misin?*

$\ddot{O}_{8.2}$ : *Söylerim... 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-1, 2-2, ... 6,6. 36 tane çıktı.*

Diyalogda görüldüğü gibi öğrenci iki aşamalı örnek uzay içeren 2 zarın atılması deneyindeki tüm sonuçların listesini verebilmiştir. Ardından 3 farklı renk pantolon ile 2 farklı renk ayakkabıdan bir pantolon ve bir ayakkabı için kaç seçeneğin olabileceği sorulmuştur. Öğrenci gri pantolon-siyah ayakkabı, beyaz pantolon kahverengi ayakkabı, kırmızı pantolon ve siyah ayakkabı ve beyaz pantolon siyah ayakkabı ikilemelerini belirtmiş tüm olası seçenekleri listeleyememiştir.

*Tolga'nın bir pantolon ve bir çift ayakkabı giymek için seçebileceği bütün olası yolları listeler misin?*

(6-5) b-k k-s b-s

Şekil 4.14:  $\ddot{O}_{8.2}$ 'nin iki aşamalı örnek uzaya yanıtı

İki aşamalı örnek uzayda bazen listeleme yapabilen ancak bazen listelemeyi tamamlayamayan  $\ddot{O}_{8.2}$  örnek uzay kavramında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinde 2. seviyeye (geçişken) yerleştirilmiştir. Bu örnek ve benzeri gibi diğer 2. seviyeye yerleştirilmiş öğrenciler de bazı sorularda iki aşamalı örnek uzayı tam listeleyebilseler de bu listelemeyi her soruda tamamlayamamıştır. Bu öğrenciler “*Bazen iki aşama deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.*” koduna uymaktadır.

Olayın deneysel olasılığında yığılma geçişken olasılıksal akıl yürütme seviyesindedir. 5. 7. ve 8. sınıflardan dörder, 6. sınıftan da 3 öğrenci olayın deneysel olasılığında örnek uzay kavramında 2. seviyede yer almıştır. Öğrencilere deneysel olasılık için akıl yürütmelerini incelemek amacıyla bir para atma deneyi yaptırılmıştır. Bu seviyedeki öğrenciler deneme sonuçlarına oldukça fazla inanmakta ve deneme sonuçları paranın hangi yüzü lehine ise atışlar devam etse de sonuçların o yüz lehine devam edeceği görüşü hâkimdir. Bu görüş örneklemin popülasyonu temsili, temsilcilik inancı olarak nitelendirilebilir. Bu seviyede olan öğrencilerden  $\ddot{O}_{7.3}$ 'ten 20 atış yaparak sonuçlarını listelemesi istenir:

A: Bu parayı 20 defa havaya atarak sonuçları yazar mısın?

(Ö<sub>7.3</sub> parayı 20 kere havaya atar ve çıktılarını tek tek yazar.)

Ö<sub>7.3</sub>: Yazı, tura, yazı, tura, tura, yazı ... yazı, yazı, yazı

A: Kaç yazı kaç tura geldi?

Ö<sub>7.3</sub>: 12 yazı, 8 tura geldi.

A: 40 kere atsaydık sence ne olurdu?

Ö<sub>7.3</sub>: 30 yazı 10 tura olurdu.

A: 100 kere atsak ne olurdu?

Ö<sub>7.3</sub>: Bakın attığımızda hep yazı çok geldi yine yazı çok gelir, çok gelmeye hep devam eder...

Diyalogdan anlaşıldığı üzere öğrenci deney sonuçlarından etkilenmiş ve sonucun hep bu sonuca göre devam edeceği inancını savunmuştur. Öğrencinin bu atışlara dair sonuçları ve değerlendirmeleri Şekil 4.15’de verilmiştir.

1 - Yazı	11 - Tura	
2 - Tura	12 - Yazı	20 → 12 Y - 8 T
3 - Yazı	13 - Yazı	
4 - Tura	14 - Tura	40 → 30 Y - 10 T
5 - Tura	15 - Yazı	The yazı çok
6 - Yazı	16 - Tura	
7 - Tura	17 - Yazı	100 → yazı çok gelir.
8 - Tura	18 - Yazı	
9 - Yazı	19 - Yazı	100 → yazı çok gelmeye
10 - Yazı	20 - Yazı	devam eden

Şekil 4.15: Ö<sub>7.3</sub>'ün deneysel olasılığa ilişkin deneme sonuçları ve değerlendirmesi

Diyalog ve Şekil 4.15’te yer alan öğrenci cevabı 2. seviye olarak değerlendirilmiştir. Çünkü bu öğrenci “En fazla veya en az olası olayı belirlerken deneysel verinin küçük örneklerine çok fazla inanır.” ve “Herhangi bir örneklemin ana popülasyonunun temsili olması gerektiğine inanır.” kodlarına uymaktadır.

Olayın teorik olasılığında en çok öğrenci 2. seviyede yer almıştır. 5. Sınıftan 4, 6. ve 7. sınıflardan üçer ve 8. sınıftan 2 olmak üzere toplam 24 öğrenciden 12 öğrenci olayın teorik olasılığında 2. seviyede tespit edilmiştir. Bu 12 öğrenci niceliksel yargılara dayanarak en az ve en çok olası olayı tahmin edebilseler de öznel yargılarını da

kullanabilmişlerdir. Bu öğrencilerden biri olan Ö<sub>5.1</sub> en az olası ve en çok olası durumların sorulduğu sorularda niceliksel değerlerle doğru tahminler yürütse de problem 2'ye verdiği yanıt öznel yargılarına dönebilme durumu olarak değerlendirilmiştir:

A: *Sence bir zar atıldığında hangi sonuçlar gelebilir?*

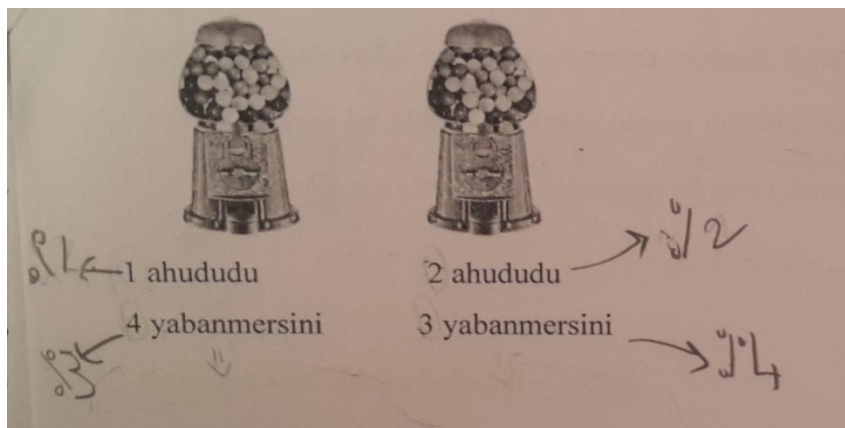
Ö<sub>5.1</sub>: *1, 6, 3, 4, 5, 2 olabilir.*

A: *Sence hangi sonucun gelme ihtimali vardır?*

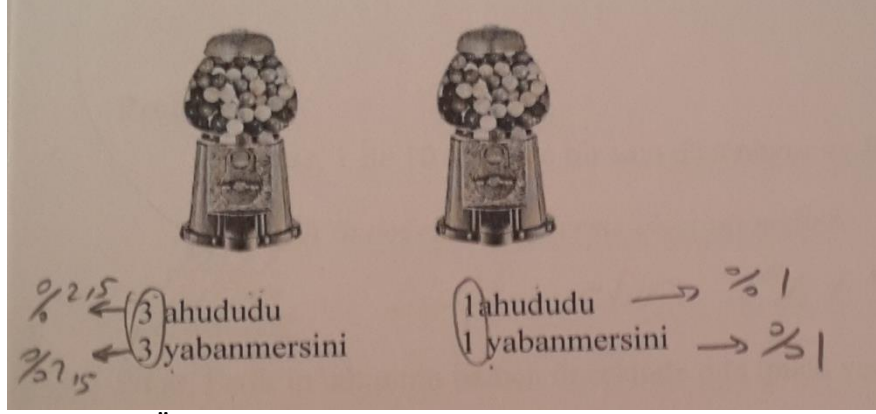
Ö<sub>5.1</sub>: *Bence 6 gelme ihtimali daha yüksek, çünkü attığımızda hep 6 gelir, belki orası ağır geliyor...*

Bu öğrenci teorik olasılıkta “*Niceliksel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder ama öznel yargılara geri dönebilir.*” koduna uyduğunda 2. seviye olarak belirlenmiştir.

Olasılıkların karşılaştırılmasında yığılma yine 2. seviyededir. 5. ve 7. Sınıflardan dörder kişi 6. sınıftan 5 ve 8. sınıftan 3 kişi olmak üzere 24 öğrencinin 16'sı bu kavramda 2. olasılıksal akıl yürütme seviyesinden yer almıştır. Bu 16 öğrenci olasılıkları karşılaştırırken her zaman doğru değerlendirme yapamamaları da bazı durumlarda doğru karşılaştırmalar yapabilmişlerdir. Bu öğrencilerden biri olan Ö<sub>8.1</sub> bazı sakız topu makineleriyle ilgili sorulan iki sorudan birini doğru yanıtlamış birini ise yanlış yanıtlamıştır. Sorularda içerisinde ahududu ve yaban mersinli sakız bulunan makineler verilmiş ve iki soruda da hangi makinede ahududu şansının yüksek olduğu sorulmuştur.



Şekil 4.16'daki soruda öğrenci doğru olmayan yüzdeler belirlemiş ancak daha çok ahududu içerdiğinden 2. makinede ahududu şansının yüksek olduğunu doğru bir şekilde bilmıştır. Ancak akabinde verilen benzer soruda öğrenci doğru karşılaştırma yapamamıştır.



Şekil 4.17: Ö<sub>8.1</sub>'in olasılıkları karşılaştırmasındaki ikinci cevabı

Şekil 4.17'deki gibi sakızlar içeren makinelerdeki ahududu şanslarını eşit ama farklı yüzde değerleriyle belirten Ö<sub>8.1</sub> makinelerdeki ahududu ve yaban mersini şanslarını eşit olarak değerlendirirse de 1. makinede ahududu şansının yüksek olduğunu belirterek yanlış değerlendirmede bulunmuştur. Bu şekilde yanıtları değerlendirilen öğrenci olasılıkların karşılaştırılmasında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 2. seviyeye yerleştirilmiştir. Çünkü öğrencinin “*Niceliksel yargılara dayanarak olasılık karşılaştırmaları yapar- her zaman doğru bir şekilde değil.*” koduna uyduğu düşünülmektedir.

Koşullu olasılıkta yığılma diğer kavramlarda da olduğu gibi yine geçişken olasılıksal akıl yürütme seviyesindedir. Bu kavramda 5.ve 7. sınıflardan dörder, 6. sınıftan 3 ve 8. sınıftan 2 olmak üzere toplam 24 katılımcının 13'ü bu seviyede yer almıştır. Bu 13 öğrenci değişen koşul ve durumlarda olasılığın değişeceğini bazen fark etseler de bunu her durumda fark edememişlerdir. Bu öğrencilerden biri olan Ö<sub>5.5</sub>'e yöneltilen soru ve öğrenci cevabı diyaloguyla verilmiştir.

*A: Pınar aklında 1 ile 10 arasında bir sayı tutuyor ve Fatih'in bunu tahmin etmesini istiyor, sence Fatih'in doğru cevap verme olasılığı nedir?*

*Ö<sub>5.5</sub>: Bilebilir de bilmeyebilir de, Fatih ya doğru cevap verebilir, ya da vermeyebilir.*

*A: Peki Pınar bir ipucu verse ve tuttuğu sayının 6'dan büyük olduğunu söylese, Fatih'in bilme şansı değişir mi?*

*Ö<sub>5.5</sub>: O zaman belki bilebilir. Değişebilir... Belki...*

Öğrenci diyalogdan da anlaşıldığı üzere değişen koşulun, verilen ipucunun olasılığı etkileyeceğini söylese de tam emin değildir ve bu ipucunun olasılığı arttıracağını ifade edememiştir. Bu kararsızlık durumu nedeniyle ve koşullu olasılığa ait diğer

problemlere de benzer cevaplar vermesi sebebiyle koşullu olasılıkta öğrenci geçişken seviyede kabul edilmiştir. Bu öğrenci kodlamalardan “*Bazı olayların olasılığının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder; fakat farkındalık eksiktir ve genellikle yalnızca daha önceden gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlandırılmıştır.*” koduna uymaktadır.

Bağımsızlıkta diğer beş kavram gibi yoğunluk yine geçişken seviyededir ve bu yoğunluk 5. sınıflarda daha fazladır. Bu kavram 5. sınıftan 5, 6. sınıftan 3, 7. sınıftan 1 ve 8. sınıftan 4 olmak üzere toplam 13 öğrenci bu seviyeye yerleştirilmiştir. Bu seviyedeki öğrenciler ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark etmeye başlamıştır ancak tam anlamıyla bağımlı bağımsız olayı ayırt edemeyebilirler. Ö<sub>8.3</sub>'e 5 kırmızı 3 mavi topun bulunduğu torbadan ilk çekilen topun içeri geri atılmasıyla ikinci çekilen topun kırmızı ve mavi gelme olasılıklarının değişip değişmediği sorulmuştur. Ö<sub>8.3</sub> şöyle yanıt vermiştir:

*...Değişmez, çünkü çekilen top geri torbaya koyuluyor, sayılarda herhangi bir azalma veya artma gerçekleşmiyor.*

Öğrenci verdiği cevapla bağımsız olayı fark ettiğini göstermektedir. Ancak öğrenciye bu sorunun ardından torbadan çekilen ilk topun kırmızı olduğu ve torbaya geri konulmayacağı söylenmiş bu durumda ikinci topun kırmızı ve mavi olma olasılıklarının değişip değişmediği sorulmuştur. Bu soruda Ö<sub>8.3</sub>'ün cevabı şöyledir:

*... Kırmızının olasılığı değişir, çünkü kırmızı çekiliyor, mavi ve kırmızı rakamları birbirine yakın oluyor. Kırmızı çıkma ihtimali azalır. Ama mavinin ihtimali sabit kalır, çünkü mavi topa ellenmemiş...*

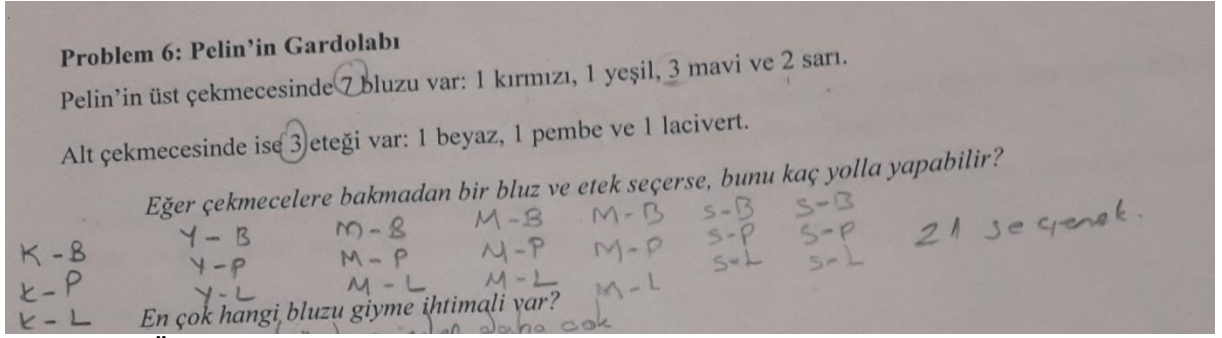
Ö<sub>8.3</sub> bu yanıtında kırmızı top için olasılığın değişeceğini fark edebilmiş, bağımlı olayları fark ettiğini göstermiştir ancak mavi top çekilmese dahi toplam top sayısı değişeceğinden mavinin de bu olaya bağımlı olarak olasılığının değişeceğini düşünememiştir. Bu durumda öğrenci bağımsızlıkta olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 2. seviyede kabul edilmiştir. Öğrenci “*Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olabileceğini fark etmeye başlar.*” koduna uymaktadır.

### 3. Seviye-İnformel Nicel

Olasılıksal akıl yürütmede 3. seviyedeki öğrenciler olasılıksal durumlarda bazı nicel bilgileri kullanmaya başlama aşamasındadırlar. Ancak kullandıkları nicel bilgiler genelde informel sayılar ve yorumlamalar içermektedir. *Örnek uzay* kavramında 3. seviyedeki öğrenci daima iki aşamalı örnek uzayın listesini verebilmekte ve kısmen üretken bir strateji geliştirip listeleme yapabilmektedir. 3. Olasılıksal akıl yürütme seviyesindeki öğrenciler *olayın deneysel olasılığında* denemelerin kendi olasılığını ürettiğini fark ettiklerini gösteren ifadeler kullanırlar. Olasılıksal akıl yürütme 3. seviyesindeki öğrenci *olayın teorik olasılığında* ise en az olası ve en çok olası durumu tahmin doğru bir şekilde niceliksel yargılar ve informel sayılar kullanarak yaparlar. *Olasılıkların karşılaştırılmasında* 3. seviye akıl yürütme sergileyen öğrenci olasılıkları karşılaştırırken niceliklere dayalı akıl yürütmeleri doğru bir şekilde yapar ve bu seviyedeki öğrenci adil ve adil olmayan durumları da ifade ederken informel sayılar kullanılırlar. *Koşullu olasılıkta* 2. seviye akıl yürütme sergileyen öğrenci koşulu değişen durumları fark eder ve değişen olasılıkların niceliklerini belirleyebilir. *Bağımsızlıkta* olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 3. seviyede yer alan öğrenci ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark edebilir ancak temsilciliğe dayalı stratejilere geri dönebilirler.

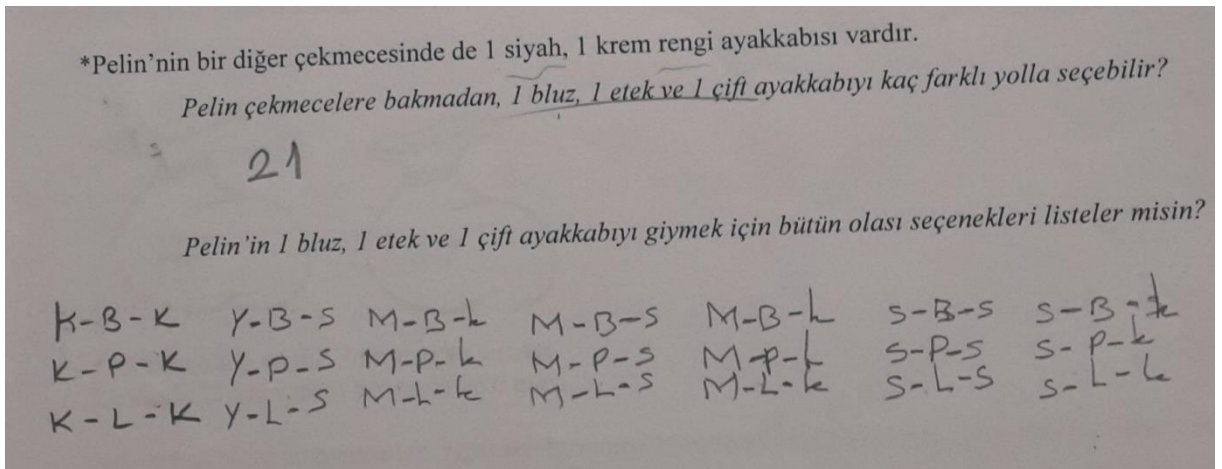
Yapılan analizler sonucu her kavram için 3. akıl yürütme seviyesinde bulunan öğrenci gözlenmemiştir. Ancak genele bakıldığında en yoğun öğrenci sayısı sıralamasında 3. seviye ikinci sıradadır. Öğrencilerin bu altı kavramda 3. seviyeye geçişleri sınıf seviyelerinin artmasıyla ve öğrenci matematik başarısının artmasıyla ilişkili olabileceği söylenebilir.

Örnek uzay kavramında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 3. seviyedeki öğrenci 4. seviyedeki öğrenci sayısından daha azdır. 5. ve 7. Sınıftan ikişer olmak üzere toplam 4 öğrenci örnek uzayda 3. seviyede (informel nicel) yer almıştır. Örnek uzayda 3. seviyede yer alan bu 4 öğrenci kısmen stratejiler kullanarak iki aşamalı örnek uzayı listeleyebilirler. Örneğin Ö<sub>7.2</sub> iki aşamalı örnek uzay ile ilgili sorulan tüm listelemeleri tam olarak verebilmiştir. Bu öğrencinin 4. seviyeye çıkamayışının sebebi ise iki aşamalı örnek uzayları strateji kullanarak listeleyebilse de üç aşamalı örnek uzayların tam listesini verememiştir.



Şekil 4.18: Ö<sub>7.2</sub>'nin iki aşamalı örnek uzayı listeleme örneği

Şekil 4.18'de görüldüğü gibi öğrenci iki aşama içeren bir bluz ve bir etek seçiminin 21 seçeneğini de strateji kullanarak listelemiştir.



Şekil 4.19: Ö<sub>7.2</sub>'nin üç aşamalı örnek uzay listeleme örneği

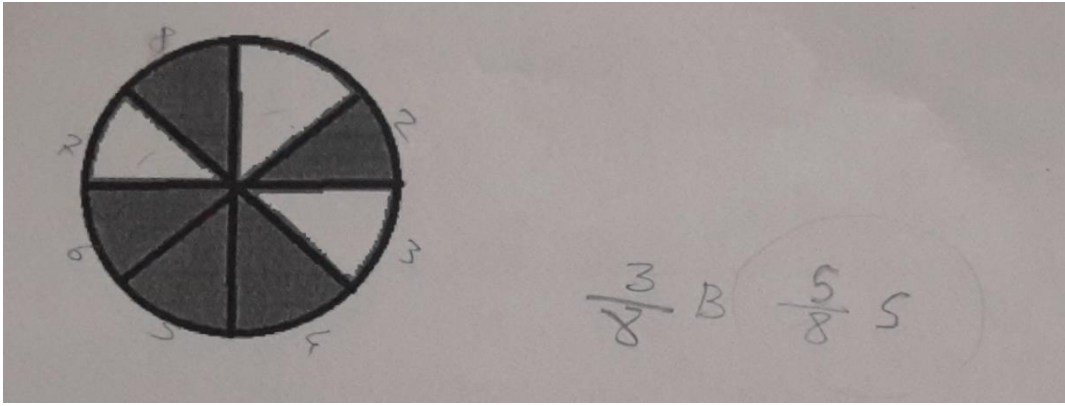
Ö<sub>7.2</sub> iki aşamalı örnek uzay içeren problem 6'nın devamı niteliğinde olan soruda üç aşamalı örnek uzayı listelemeyi eksik yapmıştır. Üç aşamalı örnek uzayı eksik listeleme sebebiyle öğrenci bu kavram 4. olasılıksal akıl yürütme seviyesine değil 3. seviyeye yerleştirilmiştir. Çünkü öğrenci "Üç aşamalı durumlar için çıktılarını tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular." koduna uygunluk gösterememiştir.

Olayın deneysel olasılığında 2. seviyeden sonra en çok 3. seviyede öğrenci gözlenmiştir. 5. ve 7. sınıflardan ikişer, 6. ve 7. sınıflardan da birer olmak üzere toplam 6 öğrenci olayın deneysel olasılığında 3. seviyede yer almıştır. Bu seviyedeki öğrenciler deney sonuçlarının kendi deneysel olasılığını ürettiğini fark ederler. Örneğin Ö<sub>5.6</sub>'ya bir para atma deneyi yaptırılmış ve sonuçlarını yazması istenmiştir. Öğrenci deneyinde 6 tura ve 4 yazı çıktısını elde etmiştir. Buna rağmen daha fazla atışlarda ne olacağına dair tahmini sorulduğunda "Şans oyunu olduğundan bilmeyiz, her seferinde değişebilir." cevabını vermiştir. Bu cevapla öğrenci deney sonuçlarının genel temsil edeceğini düşünmediğini



göstermiştir, ayrıca deney sonuçlarının değişebileceğini söylemesinden dolayı seviye 3'e yerleştirilmiştir. Bu öğrencinin “*En fazla veya en az olası olan olayı belirlemek için daha kapsamlı örneklemenin gerekli olduğunu fark etmeye başlar.*” koduna uyduğu düşünülmektedir.

Olayın teorik olasılığında en çok öğrenci 2. seviyede yer almıştır ve ardından da en çok öğrenci 3. seviyededir. Bu seviyede her sınıf düzeyinden ikişer olmak üzere toplam 8 öğrenci tespit edilmiştir. Bu seviyede yer alan öğrencilerden biri olan Ö<sub>6.4</sub> bazı sorularda olasılık değerini oranlarla ifade edebilirken bazı sorularda yüzdeler kullanmış ancak her zaman doğru olasılık değerini belirlemediğinden 4. seviyeye değil 3. seviyeye yerleştirilmiştir.

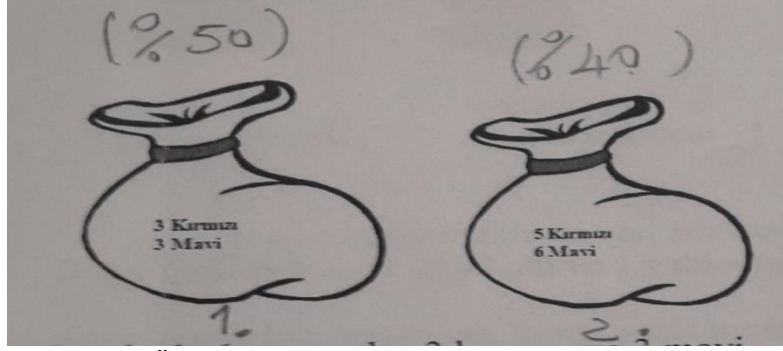


Şekil 4.20: Ö<sub>6.4</sub>'ün teorik olasılık ifadesi

Şekil 4.20'de görüldüğü üzere öğrenciye verilen çarkta siyah ve beyaz bölümün olasılıkları sorulmuş ve Ö<sub>6.4</sub> oranlar kullanarak doğru olasılık değerlerini belirtmiştir. Ancak öğrenciye içerisinde 1 gri, 1 kırmızı ve 1 beyaz pantolonun bulunduğu çekmecedan bakmadan çekilen pantolonun kırmızı olma olasılığı sorulduğunda öğrenci “%50'dir çünkü hepsinden gelebilir” yanıtını vermiştir. Bu öğrenci “*Bir olaya sayısal bir olasılık atar.*” tanımlamasını her zaman gerçekleştiremediğinden 3. seviyeye kodlanmıştır.

Olasılıkların karşılaştırılmasında yığılma yine geçişken seviyededir ve ardından en çok öğrenci informel nicel olasılıksal akıl yürütme seviyesindedir. 5. Sınıftan 2 ve diğer sınıf düzeylerinden birer olmak üzere toplam 5 öğrenci bu kavramda 3. seviyede yer almıştır. Ö<sub>6.2</sub> olasılıkları karşılaştırmaları doğru şekilde yapabilmiş ancak olasılık değerlerini doğru sayısal ifadelerle yapamamış bundan dolayı 3. seviyeye yerleştirilmiştir. Ö<sub>6.2</sub>'nin olasılık karşılaştırılmasına dair örnek cevabı Şekil 4.21'de verilmiştir.





Şekil 4.21: Ö<sub>6.2</sub>'nin problem 9'a dair cevabı

Ö<sub>6.2</sub>'e Şekil 4.21'de verilen torbalardan hangisinde kırmızı top çekme olasılığının yüksek olduğu sorulmuştur. Öğrenci kendince yüzdeler belirlemiş ve birinci torbada kırmızı olasılığın yüksek olduğunu belirtmiştir. Ö<sub>6.2</sub>'ün yanıtı şöyledir:

*Birinci torbada kırmızı şansı daha yüksektir, çünkü eşit sayıda mavi ve kırmızı top vardır. İkincide bir fark olsa da mavi fazladır.*

Öğrencinin yanıtı incelendiğinde top sayılarının farkından yola çıkarak karşılaştırma yaptığı görülmektedir. Ancak birinci torbanın %50 olarak belirlenen olasılık değeri doğru olsa da ikinci torba için belirlenen %40 değeri o torba için doğru bir olasılık değeri değildir ancak doğru karşılaştırmayı yapmasını sağlamıştır. Bundan dolayı bu öğrenci 3. seviyeye yerleştirilmiştir. Bu öğrencinin “*Karşılaştırmaları açıklamak için doğru niceliksel akıl yürütmeyi kullanır ve olasılıkları ifade etmenin kendi yollarını bulur.*” koduna uyduğu düşünülmüştür.

Koşullu olasılıkta 3. seviye ve 4. seviyede beşer olmak üzere eşit sayıda öğrenci tespit edilmiştir. Bu kavramda 5. ve 6. sınıflardan ikişer ve 7. sınıftan 1 öğrenci yer almakta 7. sınıflardan hiçbir öğrenci koşullu olasılıkta 3. seviyede yer almamaktadır. Bu seviyedeki öğrenciler değişen durum ve koşulları fark ederek niceliklerle belirleyebilmelidir. Ö<sub>6.6</sub> bu kavramda 3. seviyeye uygun bir öğrencidir. Bu öğrenci değişen durumları fark edip değişen olasılıkları niceliksel belirtebilmiş ancak değişen olasılık değerlerini sayısal olarak hesaplayamadığında 3. seviyeye yerleştirilmiştir. Örneğin 13. problemde 1 ile 10 arasından Pınarın aklında tuttuğu sayıyı Fatih'in tahmin etme olasılığı sorulmuştur. Buna ilişkin diyalog şöyledir:

*A: Sence Fatih'in doğru yanıtı verme olasılığı nedir?*

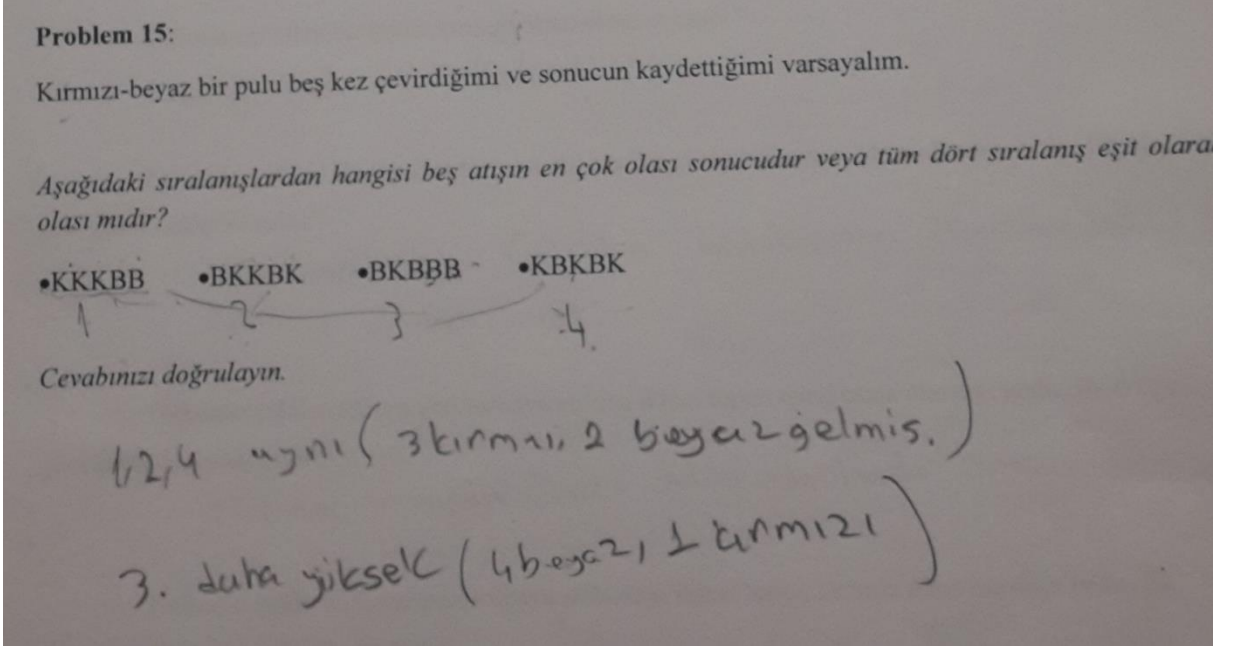
*Ö<sub>6.6</sub>: Bence doğru cevabı bilme ihtimali düşük.*

*A: Pınar ipucu vererek tuttuğu sayının 6'dan büyük olduğunu söylese şans değişir mi?*

*Ö<sub>6.6</sub>: Bu ipucu Fatih'in işine çok yarar çünkü Fatih bu ipucu ile 6'dan küçük olan tüm sayıları eler. Ve artık sadece 6'dan büyük olan sayılar kaldı, şansı arttı...*

Öğrenciyle geçen diyalog incelendiğinde öğrencinin değişen durumu fark ettiği ve buna değişimde olasılık değerinin arttığı belirtebilmiş hatta bunu 6'dan küçük sayıların elenip 6'dan büyük sayıların kaldığını niceliksel olarak belirtebilmiş ancak sayısal olasılık hesaplamaları yapamamıştır. Bu öğrencinin *“Tüm olayların olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder, niceliklerle değişen olasılığı ölçer.”* koduna uyduğundan 3. seviyede olduğu ancak *“Değişen ve değişmeyen durumlara (koşullara) sayısal olasılık atar.”* koduna uymadığında da 4. seviyede olmadığı düşünülmektedir.

Bağımsızlıkta en çok öğrenci içeren seviye 2. seviye ardından da 1. seviye, üçüncü sırada da 3. seviyedir. Genel olarak öğrencilerin diğer kavramlara göre bağımsızlıkta üst seviyelere çıkmakta zorlandıkları görülmüştür. Bağımsızlık kavramında 6. ve 7. sınıflardan ikişer olmak üzere toplam 4 öğrenci bulunmakta ayrıca 5. ve 8. sınıflarda bu kavramda 3. seviyede öğrenci bulunmamaktadır. Bu seviyede yer alan Ö<sub>7.5</sub> bağımlı ve bağımsız olayların birçoğunun farkında olsa da bağımsızlıkta yer alan özelliklere uygun çözümler yapmıştır. Örneğin öğrenci 4 atışta da tura gelen para atma deneyinde beşinci atışta tura ve yazı gelme olasılığının eşit olduğunu bilmiştir. Ancak kırmızı beyaz bir pul verilen 15. problemde birbirine eşit olasılıkta verilen durumların hangisinin olasılığının yüksek olduğunun sorulduğu soruya temsilciliğe dayalı yanıt verdiğiinden dolayı 3. seviyeye yerleştirilmiştir.



Şekil 4.22: Ö<sub>7,5</sub>'in Problem 15'e verdiği yanıt

Şekil 4.22'de görüldüğü üzere öğrenci eşit olasılıklı olan dört seçenektan 1, 2 ve 4. seçenekleri 3 kırmızı 2 beyaz olduğundan eşit olasılıklı olarak değerlendirmiş ve farklı olan seçeneğin olasılığının daha yüksek olduğunu belirtmiştir. Bu öğrenci diğer bağımlı ve bağımsızlık içeren soruları doğru yanıtlasa da problem 15'e verdiği yanıtta 3. seviye olarak kabul edilmiştir. Bu öğrencinin 3. seviye tanımlamalarından “*Temsilciliğe dayalı stratejilere geri dönebilir.*” koduna uyduğu düşünülmüştür.

#### 4. Seviye-Sayısal

Olasılıksal akıl yürütmede 4. seviyedeki öğrenciler olasılıksal durumlarda sayısal olasılık hesaplamaları yapabilirler. *Örnek uzay* kavramında 4. seviyedeki öğrenci daima iki ve üç aşamalı örnek uzayın listesini verebilir ve bu listelemeler için üretken bir strateji kullanırlar. 3. Olasılıksal akıl yürütme seviyesindeki öğrenciler *olayın deneysel olasılığında* denemelerin sayısı arttıkça deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaşacağını tahmin edebilir. Olasılıksal akıl yürütme 3. seviyesindeki öğrenci *olayın teorik olasılığında* ise en az olası ve en çok olası durumu tahmin ederken, *olasılıkların karşılaştırılmasında* olasılıkları karşılaştırırken, *koşullu olasılıkta* koşulu değişen durumları ifade ederken ve *bağımsızlıkta* bağımlı ve bağımsız olayları ifade ederken hep sayısal olasılık ifadeleri kullanır ve hesaplamaları doğrudur.

Yapılan analizlerde 6 olasılıksal kavramda da 4. seviyede yer alan yalnız 1 öğrenci tespit edilmiştir ve bu öğrenci Ö<sub>8,6</sub> kodlu 8. sınıflarda üst düzeyde yer alan öğrencidir. Ö<sub>8,6</sub>

örnek uzayda kendi ürettiği stratejileri kullanarak bir, iki ve üç aşamalı örnek uzayın tam listesini verebilmiştir. Deneysel olasılık için yaptırılan para atma deneyinin sonuçlarından etkilenmemiş ve denemeler arttıkça yazı ve turanın eşitlenme ihtimalini dile getirerek 4. seviyede yer alacak ifadeler kullanmıştır. Diğer dört olasılıksal kavramda ise hesaplamalarını doğru sayılar değerlerle yapabilmiş, olasılık hesaplarını da bazen % ifadeleriyle bazen de oranlarla belirtmiş böylece 4. seviyedeki tanımlara uymuştur.

Örnek uzay kavramında 4. seviyede 6 öğrenciye rastlanmaktadır. Bu öğrenciler Ö<sub>5.6</sub>, Ö<sub>7.6</sub>, Ö<sub>7.5</sub>, Ö<sub>8.4</sub>, Ö<sub>8.5</sub> ve Ö<sub>8.6</sub>'dır. Bu altı öğrencinin hiçbirinin alt düzey öğrencilerden olmadığı ayrıca 6. sınıflardan hiçbir öğrencinin de 4. seviyede yer almadığı görülmektedir. 4. Seviyede yer alan bu altı öğrenci üç aşamalı örnek uzaya kadar tüm örnek uzayların listesini tam olarak verebilmekte ve bu listelemeyi bir strateji geliştirerek de yapabilmektedirler. Bu öğrencilerden Ö<sub>5.6</sub>'nın iki ve üç aşamalı örnek uzayı listelemesi Şekil 4.23 ve Şekil 4.24'te verilmiştir.

Tolga'nın üst çekmecesinde 3 farklı pantolon var: 1 gri, 1 beyaz ve 1 kırmızı.  
Alt çekmecedeki ise 2 çift ayakkabısı var: 1 siyah ve 1 kahverengi.

Tolga çekmecelere bakmadan, bir pantolon ve bir çift ayakkabı seçerse, bunu kaç farklı yolla yapabilir?

(6 tane çitör)  $3 \times 2 = 6$

Tolga'nın bir pantolon ve bir çift ayakkabı giymek için seçebileceği bütün olası yolları listeler misin?

(Gri - siyah) (Gri - kahverengi)  
(beyaz - kahverengi) (kırmızı - kahverengi)  
(kırmızı - siyah)  
(beyaz - siyah)

Şekil 4.23: Ö<sub>5.6</sub>'nın iki aşamalı örnek uzayı listelemesi

\*Tolga'nın bir diğer çekmecesinde de 1 mavi, 1 krem rengi gömleği vardır.

Tolga çekmecelere bakmadan, 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabıyı kaç farklı yolla seçebilir?

$$6 \times 2 = 12$$

Tolga'nın 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabı giymek için bütün olası seçenekleri listeler misin?

Pantolon - gömlek - Ayakkabı  
(gri - mavi - siyah)  
(beyaz - krem - kahverengi)  
(kırmızı - mavi - siyah)  
(gri - krem - kahverengi)  
(beyaz - mavi - siyah)  
(kırmızı - krem - kahverengi)

Şekil 4.24: Ö<sub>5.6</sub>'nın üç aşamalı örnek uzayı listelemesi

Şekil 4.23 ve Şekil 4.24'te görüldüğü gibi öğrenci iki ve üç aşamalı örnek uzayın listesini tam olarak verebilmiştir. Ayrıca bu listelemeyi yapmadan önce çarpım yöntemi geliştirerek listeleme sonucunda kaç seçenek çıkabileceğini belirtebilmiştir. Bu öğrenci örnek uzay kavramı için "İki ve üç aşamalı durumlar için çıktıların tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular." kodlamalarına uymaktadır.

Olayın deneysel olasılığında Ö<sub>6.2</sub> ve Ö<sub>8.6</sub> olmak üzere sadece 2 öğrencinin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 4. seviyede yer almaktadır. Bu öğrenciler deney sonuçlarından etkilenip çıktılarının tüm popülasyonu etkileyeceği inancına sahip değildir. Ayrıca bu öğrencilerde deneme sayısı attıkça deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaşacağı düşüncesi hâkimdir. Ö<sub>6.2</sub>'ye deneysel olasılık için bir para atma deneyi yaptırılmıştır ve deney sırasındaki diyalog şöyle geçmektedir:

A: Bir parayı havaya attığımızda hangi yüzün gelme ihtimali fazladır?

Ö<sub>6.2</sub>: eşittir, %50,%50'dir.

A: Peki bu parayı 10 kere havaya atsak kaç yazı kaç tura gelir?

Ö<sub>6.2</sub>: Eşit gelmesi gerekir, 5 yazı-5 tura

A: Bu parayı 10 defa havaya atarak deneme sonuçlarının yazabilir misin?

(Parayı 10 kere atarak sonuçlarını yazar.)

Ö<sub>6.2</sub>: ...yazı, yazı, tura, tura, tura, yazı, tura, tura, yazı, yazı

(5 yazı 5 tura geldiğini gören araştırmacı farklı sonuçlar geldiğinde öğrencinin akıl yürütmesini 5 sorgulaması gerektiğinden 10 defa daha atmasını ister.)

...

*Ö<sub>6.2</sub>: 8 yazı-12 tura geldi*

*A: Peki atmaya devam etseydik 40 atışta sonuç ne olurdu?*

*Ö<sub>6.2</sub>: Imm 30 tura 10 yazı olabilir.*

*A: Peki 200 kere atsaydık.*

*Ö<sub>6.2</sub>: 80 tura, 120 yazı olurdu.*

*A: Neden yazıyı fazla söyledin?*

*Ö<sub>6.2</sub>: Başlangıçta tura çok geldi daha sonrasında da yazı fazla gelerek birbirini dengeler.*

*A: Peki daha da fazla atmaya devam etsek sonuç nasıl olur sence?*

*Ö<sub>6.2</sub>: Bence yazı tura eşit gelir, çünkü yazı ve turanın ihtimali eşittir.*

...

Öğrenci cevapları incelendiğinde başlangıçta deneme çıktılarından tura fazla gelmesine rağmen daha sonraki atışlarda yazı fazla gelerek turayı dengeleneceğini düşünmekte ve daha fazla denemelerde de yazı ve turanın ihtimali eşit olduğundan sonuçların eşitleneceğini ifade etmiştir. Bu öğrenci deneysel olasılık kavramı için “Denemelerin büyük bir örneğinden belirlenen deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını fark eder.” koduna uyduğu düşünüldüğünden 4. seviye olarak kodlanmıştır.

Olayın teorik olasılığında ve olasılıkların karşılaştırılmasında sadece 7. ve 8. sınıflardan öğrencinin sayısal olasılıksal akıl yürütme seviyesine ulaştığı tespit edilmiştir. Bu öğrenciler Ö<sub>7.6</sub>, Ö<sub>8.5</sub> ve Ö<sub>8.6</sub>’dır. Bu öğrencilerden üçünün de üst düzeyde yer aldığı görülmektedir. Bu öğrenciler olasılık hesaplamalarını okulda öğrenmemiş olmalarına rağmen yüzdelerle ve oranlarla olasılıkları, en az ve en çok olası durumu ifade ederken ve olasılıkları karşılaştırırken sayısal olarak ifadeler ve hesaplamalar kullanmışlardır. Ö<sub>7.6</sub>’nın olasılığa dair % hesaplamaları Şekil 4.25’te verilmiştir.

Torbadan çekilen topun kırmızı mı yoksa mavi olma olasılığı mı daha yüksektir?

MAVİ topların sayısı da fazla olduğu için kırmızı.

Torbadan çekilen bir topun mavi olma olasılığı nedir?

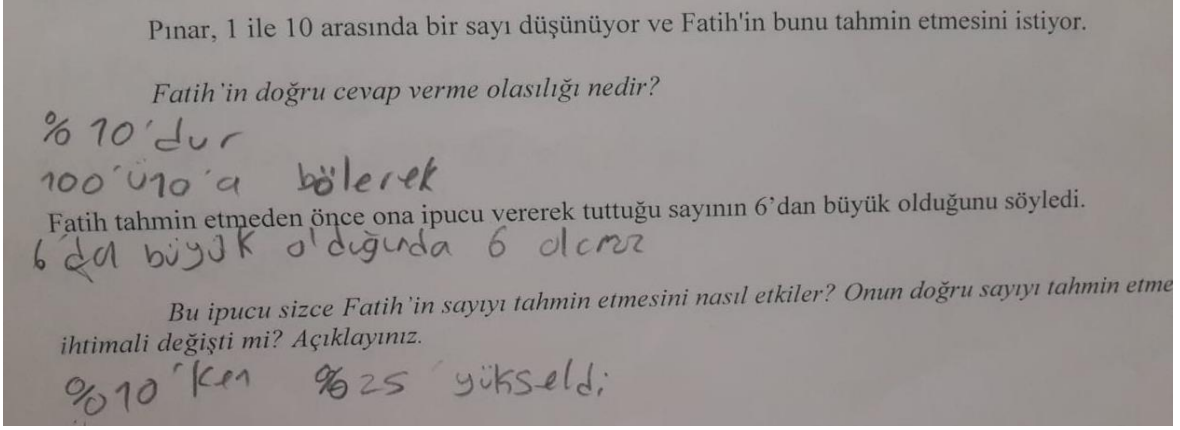
Torbadan çekilen bir topun kırmızı olma olasılığı nedir?

Şekil 4.25: Ö<sub>7.6</sub>'nın teorik olasılık hesaplamaları

Şekil 4.25 incelendiğinde torbanın içinde bulunan 5 kırmızı 3 mavi top için olasılık değerleri sorulduğunda öğrenci önce 100'ü 8'e bölmüş, ardından mavi topların olasılığı için 3 ile kırmızı topların olasılığını da 5 ile çarparak hesaplayabilmiştir. Bu öğrenci bu hesaplamalarda olayın teorik olasılığında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 4. seviyede olduğunu göstermektedir. Bu öğrenci yaptığı çözümlerle "Bir olaya sayısal bir olasılık atar (gerçek bir olasılık veya bir ihtimal şekli)." tanımlamasına uyduğunu göstermiştir.

Koşulu olasılıkta 5. sınıf hariç tüm sınıflarda sayısal olasılıksal akıl yürütme seviyesinden öğrenci mevcuttur. Bu öğrenciler Ö<sub>6.4</sub>, Ö<sub>7.6</sub>, Ö<sub>8.5</sub> ve Ö<sub>8.6</sub>'dır. Bu dört öğrencinin hiçbiri alt başarı seviyesinde değildir. Bu öğrenciler değişen durum ve koşullarda olasılık değişimleri sayısal olasılık hesaplarıyla ifade edebilirler. Ö<sub>6.4</sub>'ün bu duruma ilişkin cevabı Şekil 4.26'da verilmiştir.





Şekil 4.26: Ö<sub>7.6</sub>'nın 13. problem için cevabı

Öğrencinin cevabı incelendiğinde olasılık hesaplamayı öğrenmemiş Ö<sub>7.6</sub>'nın olasılıkları oranlarla ifade ettiği görülmektedir. Bu öğrenci 1 ile 10 arasında akılda tutulan bir sayısının bilinme olasılığını %10 olarak hesaplarken, verilen ipucu ile değişen durumu fark etmiş ve bu durumda değişen olasılık değerini de %25 olarak ifade ederek olasılık değerinin yükseldiğini doğru şekilde ifade etmiştir. Öğrenci verdiği cevaplarla “Değişen ve değişmeyen durumlarda(koşullarda) her bir denemeden önce ve sonra olayların olasılığını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütmeyi kullanılır.” koduna uyduğunu göstermiş ve olasılıkların karşılaştırılmasından 4. seviye olarak belirlenmiştir.

Bağımsızlık kavramında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 4. seviyede Ö<sub>7.6</sub>, Ö<sub>8.5</sub> ve Ö<sub>8.6</sub>'nın bulunmaktadır. Bu öğrenciler diğer kavramların da çoğunda 4. seviyede yer almaktadır. Ö<sub>8.5</sub>'in bağımsızlık ile ilgili 16. problemde bir torbada 5 kırmızı, 3 mavi topun olduğu verilmiştir, ilgili diyalog şöyledir:

A: Verilen torbadaki çekilen topun kırmızı olma olasılığı nedir?

(Öğrenci 100'ü 8 e bölme işlemini gerçekleştirmiştir.)

Ö<sub>8.5</sub>: ...12,5'i 3 ile çarparsak mavinin olasılığını buluruz. (Hesaplar)... 37,5 çıktı, 5 ile çarparsak da mavinin olasılığını buluruz (Çarpma işlemi yapar)... 62,5 çıktı.

A: Bu torbadan çekilen top geri torbanın içine koyulursa çekilen ikinci topun mavi gelme olasılığı nedir, ilk duruma göre değişir mi?

Ö<sub>8.5</sub>: Değişmez çünkü elimize aldığımız topu geri yerine koyduğumuzda yine torbada yine 8 top oluyor. Mavinin olasılığı yine 37,5'tur, kırmızının da değişmez o da yine 62,5'tur.

Öğrenci görüşme kesiti incelendiğinde Ö<sub>8.5</sub>'in bağımsız olayı fark ederek topun geri yerine koyulma durumunda olayın olasılığın değişmediğini sayısal değerlerle ifade etmiştir. Öğrencinin bu duruma ilişkin çözümü Şekil 4.27'de verilmiştir.



Torbadan çekilen bir topun mavi olma olasılığı nedir?  
 $100 \div 8 = 12,5$   
 $\begin{array}{r} 12,5 \\ 8 \overline{) 100} \\ \underline{96} \\ 40 \\ \underline{32} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$  mavi olma olasılığı

Torbadan çekilen bir topun kırmızı olma olasılığı nedir?  
 $100 - 12,5 = 87,5$   
 $\begin{array}{r} 87,5 \\ 8 \overline{) 100} \\ \underline{96} \\ 40 \\ \underline{32} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$  kırmızı olasılığı

Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılırsa ikinci topun kırmızı olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir? Değişmez. Çünkü elimize aldığımız topu geri yerine koyduğumuzda torbada yine 8 top olur.  
 Kırmızı = 62,5

Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılırsa ikinci topun mavi olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir? Elimize aldığımız topu geri yerine koyduğumuzda mavi = 37,5 için değişmez.

Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılmazsa ikinci topun kırmızı olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir? Değişir!  
 $100 \div 7 = 14,2$   
 $\begin{array}{r} 14,2 \\ 7 \overline{) 100} \\ \underline{98} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{28} \\ 12 \\ \underline{14} \\ 2 \end{array}$  İlk top kırmızı çekilirse kırmızı topun olasılığı azalır.

Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılmazsa ikinci topun mavi olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir? 14,2  
 $\begin{array}{r} 14,2 \\ 7 \overline{) 100} \\ \underline{98} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{28} \\ 12 \\ \underline{14} \\ 2 \end{array}$  İlk top kırmızı çekilirse mavi topun olasılığı artar.

Şekil 4.27: Ö<sub>8.5</sub>'in 16. probleme ait çözümü

Öğrenciye problemin devamında çekilen topun geri torbaya atılmadığında mavi ve kırmızının olasılık değerleri sorulmuştur. Öğrenci ilk çekilen topun rengini sormuş, kırmızı olması durumunda işlemini devam ettirmiştir. Şekil 4.27'de görüldüğü üzere öğrenci öncelikle 100'ü 7 ye bölmüş, torbadan çekilen ilk top kırmızı olduğunda torbadaki top sayısının 1 azalmasıyla kalan 4 kırmızı topun olasılığını  $14,2 \times 4$  olarak hesaplamıştır ve kırmızı topun olasılığının azalıp, mavi topun olasılığının artacağını doğru sayısal değerlerle hesaplamıştır. Bu cevap ve çözümleri öğrencinin "Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanır." koduna uyduğunu göstermiş ve Ö<sub>8.5</sub> olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 4. seviyeye yerleştirilmiştir.

## BÖLÜM V

### SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmaya ait sonuçlar sunulacak ve araştırma sonucunda elde edilen bulgular literatür ışığında tartışılacaktır. Sonuçlar ve tartışma araştırmanın problemlerine göre verilecektir. Ayrıca bulgulardan yola çıkılarak öğrenci eğitimi, öğretmen eğitimi, ortaokul müfredatı ve yeni çalışmalar için bazı önerilerde bulunulacaktır.

#### 5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada ilköğretim ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütmeleri Jones ve arkadaşlarının (1999) olasılıksal akıl yürütmeyi açıklayan çerçevesine göre incelenmiştir. Öğrenci cevapları ve akıl yürütmeleri bu çerçevede geçen 4 seviyeye göre değerlendirilmiş ve her bir öğrenci için 6 olasılıksal kavram (örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık) için 4 akıl yürütme seviyesi (öznel, geçişken, informel nicel ve sayısal) göre incelenmiş ve belirlenmiştir. Ardından ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri sınıf düzeyi ve matematik başarılarına göre nasıl şekillendiği ve değişiklik gösterdiği incelenmiştir. Ulaşılan sonuçlar aşağıda verilecektir.

Araştırma bulgularına göre araştırmaya katılan 24 öğrencinin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri 6 olasılıksal kavrama göre değişiklik göstermektedir. Öğrenciler bu 6 kavramın hepsinde öğrencilerin yarısı veya yarısından fazlası 2. seviyeye (geçişken) yığılma göstermişlerdir. Olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 1. seviye (öznel) ve 4. seviyede diğer iki seviyeye göre az öğrenci (sayısal) bulunmaktadır. Ayrıca koşullu olasılıkta 1. seviyede öğrenci bulunamamış, bunun dışında tüm kavramlar için tüm seviyelerde öğrenci gözlenmiştir. 6 kavrama yönelik seviyelerden 1. seviyede gözlenen öğrenci sayısı en azdır. 3. ve 4. Seviyelerde yer alan öğrenci sayıları da yakınlık göstermektedir. 1. Seviyede en çok öğrenci bağımsızlık kavramında, 2. seviyede en çok öğrenci olasılıkların karşılaştırılmasında, 3. seviyede en çok öğrenci olayın teorik olasılığında ve 4. seviyede en çok öğrenci örnek uzay kavramında görülmektedir. Olasılıksal kavramların altısında da aynı seviyede bulunan 2 öğrenci bulunmaktadır. Bu öğrencilerden biri tüm seviyeler 2. seviyede, diğeri de tüm seviyelerde 4. seviyede ilerlemiştir. 11 öğrenci ise 6 kavramdan beşinde aynı seviyede olasılıksal düşünme

sergilemişlerdir. Diğer öğrencilerin ise genelde 1 alt veya 1 üst olmak üzere yakın seviyelerde tutarlı şekilde devam ettiği belirlenmiştir.

Öğrencilerin olasılıksal kavramlarına yönelik sorulan olasılıksal akıl yürütme seviyeleri Biggs ve Collis'in (1991) SOLO taksonomisi düşünme seviyeleriyle tutarlılık göstermektedir. SOLO taksonomisinde öğrenci düşüncelerinde azdan çok yönlü yapıya doğru hiyerarşik düşünme sistemi mevcuttur. Üst düzeylere doğru, öğrencilerin düşüncelerinde ve akıl yürütmelerinde çok boyutluluk ilerlemektedir. Bu çalışmada kullanılan Jones ve arkadaşlarının (1999) olasılıksal akıl yürütmeyi açıklayan çerçevesi de benzer şekilde 1. seviyeden (öznel) 4. seviyeye doğru artan görevler ve akıl yürütmeleriyle hiyerarşik ilerlemektedir. SOLO taksonomisinde 5 ayrı yapı tanımlanmıştır: Bu yapılar; yapı öncesi, tek yönlü yapı, çok yönlü yapı, ilişkilendirilmiş yapı ve soyutlanmış yapıdır. Bu 5 düzeyde öğrenci düşünceleri ve akıl yürütmeleri yapı öncesinden çok yönlü yapı, ilişkisi ve soyut düşünme kabiliyetine doğru artış söz konusudur. Yapı öncesinde öğrenci cevapları soruyla ilişkisiz veya yetersizdir, tek yönlü yapıda öğrenci çok yönlü düşünemez ve cevaplar sınırlıdır. Çok yönlü yapıda ise öğrenci çok yönlü düşünebilse de bu yönler arasında ilişkilendirmeler eksiktir. İlişkilendirilmiş yapıda ise öğrenci yönler arası ilişki kurabilir ve soyutlanmış yapıda ise ileri seviyede düşünme ve akıl yürütmeler mevcuttur. Olasılıksal akıl yürütmede ise ilk seviyede öğrenciler öznel akıl yürütmelerini kullanır, ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark edemez ve tek aşamalı örnek uzayı belirleyebilse de iki aşamalı örnek uzaya geçemez. İkinci seviyedeki öğrenci bir geçiş aşamasındadır, durumları fark eder ancak fark etmeler eksiktir. Üçüncü seviyede öğrenci çok yönlü düşünebilir ve olasılık durumları için informel değerlendirmeler yapabilir. Olasılıksal akıl yürütmenin son seviyesinde ise öğrenci tüm yönlerin farkında, çok yönlü ve ilişkili değerlendirmeler yapabilmekte ve durumlara ait olasılık değerlerini sayısal akıl yürütmelerle de açıklayabilmektedir. Bahsedilen SOLO basamakları ve olasılıksal akıl yürütme seviyeleri hiyerarşik düşünme dizilimi açısından ve basamakların görevleri açısından benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada elde edilen bulgulara göre öğrencilerde tespit edilen seviyeler ve bu seviyelere ait beceriler SOLO taksonomisinde tanımlanan hiyerarşik olarak artan seviyeler ile paralellik, tutarlılık göstermektedir.

Kavramlara yönelik değerlendirmelerde 4. seviyedeki en çok öğrenci örnek uzay kavramında bulunmuştur. Öğrencilerin bir, iki veya üç aşamalı örnek uzay listelemelerini günlük hayatlarında daha fazla kullanıyor olmaları bunun sebebi olarak gösterilebilir.

Örneğin problem 3 ve 4'te geçen kıyafetlerden seçenek oluşturmaları öğrencilerin günlük hayatlarında da değerlendirme yaptıkları bir alandır. Bundan dolayı öğrencilerin seviyeleri diğer 5 kavrama göre örnek uzayda daha üst seviyelerde çıkmış olabileceği düşünülmektedir.

3. Seviyede en çok öğrenci olayın teorik olasılığında yer almaktadır. Bu seviyedeki öğrenciler olasılık durumlarını değerlendirebilseler de bunu informel akıl yürütmeleriyle yapabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin okulda daha olasılık konusunu ve olasılık değerini hesaplamayı öğrenmemiş olmaları olarak gösterilebilir. Ancak okullarında olasılık konusunu daha görmemiş ve olasılık değerini hesaplamayı okulda öğrenmemiş 3 öğrenci doğru olasılık değerini kendi akıl yürütmeleriyle bulabilmişlerdir. Bu öğrencilerden biri 7. sınıf, diğer ikisi 8. sınıftır. Bu durum olasılıksal akıl yürütmenin okul eğitiminden de bağımsız olarak geliştiğini hatta üst düzeye çıkabildiğini göstermektedir. Amir ve Williams (1999) dil, inançlar ve deneyimlerin, çocukların olasılıkla ilgili informel bilgilerini, okula getirdikleri sezgisel bilgileri ve okulda sunulan olası durumlar hakkında düşünmede kullandıkları olasılıkları etkilediğini söylemiştir.

Her kavram için olasılıksal akıl yürütme seviyelerinde 4. seviyede yer alan öğrenci tespit edilmiştir. Bu öğrenciler tüm sınıf seviyelerinden olabilmektedirler. Bu durum olasılık konusunun yüzdeler, kesirler gibi diğer konularla ilişkili olduğundan kaynaklanabilir. Ayrıca bu durum öğrencilerin okulda olasılık eğitimi almadan da diğer matematiksel muhakeme durumlarından mütevellit olasılıksal muhakemelerinin gelişimi etkilediğini göstermektedir. Gürbüz ve Erdem (2014) matematiksel muhakeme sürecinde kullanılan ve zihni çalıştırmayı gerektiren düşünme becerilerinin tamamında olasılıksal muhakemenin olduğu söylemişlerdir. Bu söylem ile araştırma bulguları tutarlılık göstermektedir.

Ayrıca araştırma bulguları öğrencilerin bazı durumlarda kavram yanılışına düşebildiklerini doğrulamıştır. Araştırma bulgularına göre 1. seviyede en çok öğrenci bağımsızlık kavramıdır. Bu bulgu Memnun, Altun ve Yılmaz'ın (2010) çalışma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Memnun ve arkadaşları (2010) da öğrencilerin muhakeme yapmada ve ayırık olay, bağımsız olay gibi bazı olasılık kavramlarını anlamlandırmada zorlandıklarını raporlamışlardır.

Öğrencilerden birçoğu bağımlı ve bağımsız durumları tam olarak ayırt edememekte, ayrıca ardışık olayların birbiriyle ilişkili olduğunu düşünme eğilimi göstermektedir. Bu durum literatürde yer alan olumlu-olumsuz sonralık etkisi kavram yanılgılarıyla örtüşmektedir. Özellikle ardışık atışların verildiği 14. problemde pek çok öğrenci önceki atışların bir sonraki atışı etkileyeceğini düşünmüştür. Bu problemde bir paranın 4 kere havaya atıldığı ve 4 defa peş peşe tura geldiği söylenerek öğrencinin beşinci atış için tahmini sorulmuştur. Öğrencilerin büyük bir kısmı 5. atışın önceki atışlardan bağımsız olduğunu bilememiştir. Öğrencilerden bazıları ilk 4 atış tura olduğunda sonucun yine tura geleceğini belirtmiştir. Bu öğrenci de olumlu sonralık etkisi kavram yanılgısı olduğu düşünülmektedir. Bu yanılgı da Fast'in (1997) çalışmasında görüldüğü şekilde bu çalışmada da benzer şekilde öğrenci düşüncesinde ortaya çıkmıştır ve öğrenciler önceki atışların sonucunun sonraki sonuçlara yansıtacağını düşünmüşlerdir.

Benzer şekilde bazı öğrenciler de sürekli tura gelmesinin ardından sırada yazının olduğunu söyleyerek “olumsuz sonralık etkisi” kavram yanılgısına sahip olduklarını şüphesini uyandırmışlardır. Fischbein ve Schnarch'in (1997) çalışmalarında olduğu gibi öğrenciler sonraki atışta tura gelme olasılığının yazı gelme olasılığından daha düşük olduğuna inandıkları görülmüştür.

Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri sınıf düzeylerine göre incelendiğinde 1. seviyede en çok öğrencinin 6. sınıftan olduğu, 4. seviyede en çok öğrencinin ise 8. sınıflardan olduğu bulunmuştur. Ancak 5. sınıflardan bir öğrencinin örnek uzay kavramında 4. seviyeye çıktığı, olayın deneysel olasılığı ve koşullu olasılıkta 6. sınıftan birer öğrencinin 4. seviyeye çıktığı görülmüştür. 7. Sınıflardan ise örnek uzayda 2, olayın teorik olasılığında 1, olasılıkların karşılaştırılmasında, koşullu olasılık ve bağımsızlıkta birer öğrencinin 4. seviyeye ulaştığı görülmektedir. Araştırmadan önce alt sınıftan üst sınıfa doğru öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinde yükselme olduğu beklenebilir ancak böyle bir durum araştırma sonuçlarında yer almamıştır. Öğrencilerin seviyelerindeki artış sınıf düzeylerine bağlı olarak ilerlememektedir. Örneğin Ö<sub>6.2</sub> kodlu öğrenci 6 kavrama yönelik seviyelerden daha üst sınıflardan veya orta ve yüksek matematik başarısına sahip öğrencilerin bazılarından daha yüksek seviyelerde yer almıştır. Buna karşın aynı sınıf düzeyinden olan Ö<sub>6.5</sub> ve Ö<sub>6.6</sub> yüksek matematik başarısına sahip olan öğrenciler olmalarına rağmen çoğu kavramda 2. seviyede yer almışlardır.

Buradan yola çıkılarak öğrencilerin üst seviye akıl yürütmeye sahip olmaları için üst düzey sınıfta bulunmaları gerekmediği sonucuna ulaşılabilir. Buna benzer sonuca Akkaş (2009) istatistiksel düşünme seviyelerinin inceleyen çalışmasında ulaşmıştır. Akkaş (2009) çalışmasında istatistiksel düşünce seviyelerine sınıf düzeyinin pek de etkisinin olmadığı ortaya çıktığını raporlamıştır. Bu çalışmada da olasılıksal akıl yürütmenin sınıf düzeyinden bağımsız olduğu görülmüştür. Örneğin 6. sınıflarda alt düzeyde olana Ö<sub>6.1</sub> kendinden üst sınıflardaki çoğu öğrenciden daha üst düzey olasılıksal akıl yürütme sergilemiş, çoğu kavramda 3. ve 4. seviyede yer almıştır. Erdem (2015) matematiksel muhakemenin, bireysel bir kültürdür çünkü kişinin bilgisine, dünyaya bakış açısına, geçmiş yaşantısına gibi birçok faktöre bağlı olarak oluştuğunu söylemiştir. Olasılıksal akıl yürütme de matematiksel muhakeme dâhilinde olduğundan öğrencilerin sınıf düzeylerinden bağımsız olarak kişiyi yaşantısına bağlı olarak oluşmaktadır. Bu çalışma da Erdem'in (2015) söylemini destekler niteliktedir. Ancak aksi raporlanan çalışmalar da mevcuttur. Örneğin Watson ve Moritz (2002) koşullu olasılık için öğrenim düzeyi arttıkça doğru cevap verme oranlarının arttığını belirtmişlerdir ancak birleşik olayların olasılığıyla ilgili sorulara verilen doğru cevap yüzdeleriyle öğrenim düzeyi arasında bir ilişki bulunamadığını da belirtmişlerdir. Ayrıca literatüre bakıldığında çocukların temel olasılık kavramlarını anlaması herhangi bir eğitim almadan da sezgisel olarak gelişebileceği görülmüştür ancak bu durum onların kavram yanılgısına düşmelerine de sebep olabilmektedir (Greer, 2001; Fischbein & Schnarch, 1997; Shaughnessy, 1993).

Araştırma katılımcıları alt, orta ve üst olmak üzere 3 ayrı kategoridedir. Araştırmaya seçilen öğrenciler bir önceki sene matematik başarı ortalamalarına göre her sınıf düzeyinde 2 alt, 2 orta ve 2 üst düzey olacak şekilde seçilmiştir. Öğrencilerin başarı durumlarına göre olasılıksal akıl yürütme seviyeleri incelendiğinde ise, matematik başarısı üst düzeye çıktıkça öğrencilerin 4. olasılıksal akıl yürütme seviyesinde daha fazla öğrencinin olduğu görülmüştür. Alt düzey öğrenciler olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden 2. seviyede yığılma göstermiş 4. seviyede sadece olayın deneysel olasılığında 1 öğrenci gözlenmiştir. Ancak bununla beraber alt düzey öğrencilerden 1. seviyede de yalnız 2 öğrenci gözlenmiştir. Orta düzeye baktığımızda öğrencilerin yine 2. seviyede yığıldığı görülmüş ancak alt düzeye göre 3. seviyeye dağılan daha fazla öğrenci olduğu görülmüştür. Orta düzey öğrencilerde 4. seviyede yer alan 3 öğrenci görülmektedir. Bunlardan biri örnek uzay kavramında, diğer ikisi de koşullu olasılık kavramındadır.

Üst düzeyde bulunan öğrenci bulgularına baktığımızda ise 4. seviyede bulunan en çok öğrencinin üst düzeyde olduğu görülmektedir. Bu düzeydeki öğrencilerden yalnız biri bağımsızlık kavramında 1. seviyede görülmüştür bunun haricinde 1. seviyede öğrenciye rastlanmamıştır. Üst düzeydeki 2. seviyede ile 4. seviyede yakın sayıda öğrenci gözlenmiştir. Bu durum alt ve orta düzeyde oluşmamış bir durumdur. Buradan yola çıkarak öğrencilerin matematik başarı düzeyleri yükseldikçe olasılıksal akıl yürütmede buldukları seviyelerin arttığı söylenebilir. Gürbüz ve Erdem (2014) matematiksel muhakemesi yüksek düzeyde olan bir öğrencinin olasılıksal muhakemesinin de yüksek düzeyde olabileceğini belirtmişlerdir

## 5.2. Öneriler

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyeleri incelendiğinde öğrencilerin her kavram için farklı seviyelerde buldukları görülmüştür. İlgili kavramların niteliğine göre öğrenciler değişik seviyelerde bulunabilmektedirler. Öğrenciler örnek uzay kavramında daha üst seviyelerde yer alırken bağımsızlık konusunda bu seviyelere çıkamamışlardır. Bağımsızlıkta öğrencilerden ardışık olayların bağımlı veya bağımsız olduklarını belirlemeleri beklenmiş ancak bazı öğrenciler burada kavram yanlışlığına düşmüşlerdir. Genel olarak bakıldığında ise öğrenciler olasılık kavramlarında olasılıksal akıl yürütme seviyelerinde 2. seviyede (geçişken) yığılma göstermişlerdir. Bu seviyede öğrenciler öznel yargıları ile durumu fark ederek olası durumları ayırt etme arasında kalmışlardır. Bu durumda öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirme görevi öğretmenlere düşmektedir. Öğrencilerin karşılaştıkları durumlarda öğrencilerin nasıl analiz yapacağı, olasılıksal tahminlerde nasıl bulunacakları, karşılaştıkları durumları nasıl analiz edeceklerinin gelişimi konusunda öğretmenlere önemli görevler düşmektedir. Çoğu olasılıksal durum öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları şekildedir. Öğretmenler ders içeriklerini öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılabilecekleri olasılıksal durumlara, muhakeme yapabilecekleri şekilde tasarlamaları önerilmektedir.

Araştırma sonuçlarına göre öğrenciler en alt düzeyde veya en alt sınıfta olsalar ve okulda olasılık eğitimi almamış olsalar dahi olasılıksal akıl yürütmelerde üst seviyelere hatta son seviye olan 4. seviyeye (sayısal) çıkabildiklerini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin üst seviyelere çıkmaları için illa ki üst düzey matematik başarısına sahip olmalarının gerekmediği de bu araştırmanın bulguları arasındadır. Ancak şu anki ilköğretim matematik öğretim programında olasılık konusu 8. sınıfta ve sadece basit

olayların olasılığını hesaplama şeklinde yer almaktadır. 8. Sınıf olasılıksal akıl yürütmeleri geliştirmekte olan öğrenciler için geç kalınmış bir sınıf düzeyi olabilir, ortaokul müfredatında olasılık konusu daha alt sınıflarda verilmeye başlanabilir. Çünkü kişilerin günlük hayatlarında okul eğitiminden de bağımsız olasılıksal akıl yürütmeleri gelişmektedir ve çoğu durumda olasılıksal akıl yürütmelerle hayata yön vermektedir. Okuldan bağımsız olarak da gelişebilen bu akıl yürütme çeşidi okulda verilen eğitimle desteklendiği zaman hayata daha iyi hazırlanmış, analizleri daha doğru yapabilen bireylerin yetiştirilmesi mümkün olabilir.

Ayrıca bu çalışmada şu anki müfredatta yer alan basit olayların olma olasılığının yanında pek çok olasılık kavramında öğrencilerin 1. seviyeden daha üst seviyelerde yer aldığı ve olasılıksal akıl yürüttüğü bulunmuştur. Bu bulguya göre ilköğretim matematik programında yer alan kazanım basit düzey kalabilmektedir. Bu çalışmada öğrenciler örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık konularında 1. seviyeden üst seviyelerde gözlenmiştir. Bu bulgular ışığında ortaokul müfredatına basit olayın olasılığı haricinde farklı olasılık kavramlarına ilişkin kavramlar eklenebilir. Ayrıca NCTM'nin 6-8. sınıf öğrencilerinden beklentileri şu şekildedir:

- Tümleyen ve ayırık olayları açıklamak için uygun terminolojiyi anlamalı ve kullanmalıdır.
- Deneylemlerin ve simülasyonların sonuçlarına yönelik tahminlerde bulunmak ve bunları denemek için orantıyı ve olasılıkla ilgili temel bir anlayışı kullanmalıdır.
- Alan modelleri, ağaç şeması ve düzenlenmiş listeler gibi yöntemleri kullanarak bileşik olaylara (bağımlı ve bağımsız olaylara) yönelik olasılıkları hesaplamalıdır.

Bu beklentiler ışığında da günümüz ilköğretim matematik programında yer alan kazanımlar yetersiz kalabilmektedir. Müfredatta yer alan kazanımların NCTM'ye göre 3-5. sınıf öğrencilerinden beklentilere daha çok uyduğu söylenebilir. Olasılık konusu daha alt sınıflardan başlanarak, sınıf düzeyine göre artan görevler içeren kazanımlar şeklinde müfredatta yer alabilir. Olasılık teorisi ve istatistik biliminin konusu olan belirsizlik, birçok problem durumunun matematiksel analizinin temelinde yatan bir olgudur ve okul müfredatlarında bu konulara daha fazla yer verilmesi önerilmektedir (YEĞİTEK, 2011, s.15). Ortaokul öğrencilerinin olasılık kavramları ve olasılıksal düşünme ile erken yaşlarda



tanışmaları ve programların seneler içinde üzerine koyarak ilerlemesi olasılıksal düşünmenin olgunlaşması yönünden faydalıdır (Ader, 2018).

Alan yazını incelendiğinde olasılıksal akıl yürütme üzerinde duran çok az çalışmaya bizzat olasılıksal akıl yürütme üzerine yapılan çalışmalar ise oldukça az sayıdadır (Doruk, Duran & Kaplan, 2018; Fırat, Gürbüz & Doğan, 2016; Gürbüz & Erdem, 2014) rastlanmıştır. Olasılıksal muhakeme günlük hayatta ve pek çok önemli durumda ayrıca da pek çok alanda yer edinmektedir. Bu derece önem teşkil eden olasılıksal akıl yürütme (muhakeme) adına çalışmaların sayısı arttırılmalıdır.

Bu çalışma 5-8. sınıf öğrencilerini kapsayan geniş bir alanda yürütülmüştür. Benzer bir çalışma daha dar alanda, sadece bir sınıf düzeyinde yürütülebilir. Böylece çalışma dar alanda detaylandırılmış olarak alan yazına katkı sağlayabilir.

Benzer şekilde bu çalışma olasılığa dair altı kavram (örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık) üzerine yürütülmüş ve her bir öğrenci için 4 farklı olasılıksal akıl yürütme seviyesine göre değerlendirilmiştir. Bu 6 olasılıksal kavram daha daraltıp daha az sayıda kavram üzerine benzer bir çalışma yapılarak daha detaylı analizlere ulaşılabilir. Örneğin; örnek uzay, olayın deneysel olasılığı, olayın teorik olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarından yalnız biri veya birkaçı üzerinde daha detaylı çalışılabilir.

Bu araştırmanın katılımcıları için bir önceki sene sonundaki matematik ortalamaları alınmıştır. Alt, orta ve üst düzey öğrencilerin belirlenmesinde bunun yanında öğrenci seçimi öncesinde bir matematik başarı testi uygulanabilir.

Bu çalışma aynı zamanda daha dar katılımcı grubuyla daha detaylı yapılabileceği gibi nicel araştırma yöntemiyle daha geniş gruplarla da yapılabilir. Böylelikle araştırma sonuçlarının kıyaslanabileceği ve desteklenebileceği yeni çalışmalar ortaya çıkmış olur.

Bu çalışma veri toplama aracında yer alan 16 problem ile sınırlıdır. Olasılıksal akıl yürütmeyi değerlendiren farklı problemlerle oluşturulmuş veri toplama aracıyla benzer bir araştırma yapılarak ilgili alan yazını zenginleştirilebilir.

## KAYNAKÇA

- Ader, E. (2018). Programlardaki veri ve olasılık öğrenme alanı içeriklerine karşılaştırmalı bir bakış. Mehmet Fatih Özmantar, Hatice Akkoç, Bilge Kuşdemir Kayıran Melike Özyurt (Eds.), *Ortaokul matematik öğretim programları tarihsel bir inceleme* içinde (s. 275-306). Ankara: Pegem Akademi.
- Akkaş, E. N. (2009). *6- 8. Sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşüncelerinin incelenmesi* Yüksek Lisans Tezi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Alp, E. (2010). *Disiplinlerarası öğretim yaklaşımının öğrencilerin olasılık konusundaki akademik başarılarına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Altun, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7, 8. Sınıflarda) matematik öğretimi* (7. bs.). Bursa: Alfa Aktüel Yayıncılık.
- Amir, G.S. & Williams, J. S. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 85-107.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. & Halıcioğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların Künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Ata, A. (2013). *Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin incelenmesi* Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Avaroğlu, M. C. (2013). *Olasılık öğretiminde sunum biçimlerine ve yanlgı desteğine göre hazırlanmış yazılımların öğrencilerin akademik başarı, sezgisel düşünme ve öğretim süreci deneyimlerine etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Batanero, C. & Serrano, L. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 558-567.
- Baykul, Y., (2002). *İlköğretimde matematik öğretimi: 6- 8. Sınıflar için*. Ankara: Pegem Akademi.
- Berkün, D. N. (2016). *Permütasyon ve olasılık konusunun öğretiminde bilgi değişme tekniğinin kullanılmasının akademik başarıya ve hatırda tutma düzeyine etkisinin incelenmesi* Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

- Besler, B. (2009). *8. Sınıf matematik dersi "permütasyon ve olasılık" konusunun öğretiminde yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak hazırlanmış çalışma yapraklarının öğrenci başarısına etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Biggs, J. B. & Collis, K. F. (1991). Multimodal Learning and quality of intelligent behaviour, In H. Rowe (Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement*, (pp.57-76).
- Boyacıoğlu, H., Erduran, A. & Alkan, H. (1996). Permütasyon, kombinasyon ve olasılık öğretiminde rastlanan güçlüklerin giderilmesi, *II. Ulusal Eğitim Sempozyumu*, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Bulut, S. (1994). *The Effects of Different teaching methods gender on probability achievement and attitudes toward probability* Doktora Tezi, Ankara.
- Bulut, S., Yetkin, İ. E. & Kazak, S. (2002). Matematik öğretmen adaylarının olasılık başarısı ve olasılık ve matematiğe yönelik tutumlarının cinsiyete göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22, 22-28.
- Bulut, S., Şahin, Ş. (2003). Ortaöğretim öğrencilerinin ve matematik öğretmen adaylarının olasılık kavramları ile ilgili başarılarının incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 28(130), 3-7.
- Cihan, E. (2017). *Gerçekçi matematik eğitiminin olasılık ve istatistik öğrenme alanına ilişkin akademik başarı, motivasyon ve kalıcılık üzerindeki etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Çakmak, Z.,T. & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuların belirlenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15 (2), 27-58.
- Çelik, D. & Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 173, 361-375.
- Dereli, A. (2009). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki hataları ve kavram yanlışları* Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Doruk, M., Duran, M. & Kaplan, A.(2018). Argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin ortaokul öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıklarına ve olasılıksal muhakeme becerilerine etkisinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12 (1), 83-121.
- Dursun, Ş. & Dede Y. (2004). Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler: Matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-230.

- Efe, M. (2011). *İşbirlikli öğrenme yönteminin, öğrenci Takımları başarı bölümleri ve küme destekli Bireyselleştirme tekniklerinin ilköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin matematik dersi "istatistik ve olasılık" ünitesindeki Başarılarına, tutumlarına ve motivasyonlarına etkisi* Yüksek Lisans tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi, Hatay.
- Ekinözü, İ. (2003). *İlköğretimde permütasyon ve olasılık konusunun dramatisasyonu ile öğretilmesi* Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Ercan, Ö. (2008). *Çoklu zekâ kuramına dayalı öğretim etkinliklerinin 8. Sınıf öğrencilerinin matematik dersi "permütasyon ve olasılık" ünitesindeki akademik başarılarına etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi* Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.
- Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi* Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Erkin-Kavaslıoğlu, B. (2010). *İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf matematik dersinde olasılık konusunun oyuna dayalı öğretiminin öğrenci başarısına etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Ersoy, E. (2013). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin 7. sınıf olasılık ve istatistik kazanımlarının öğretiminde öğrenci başarısına etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Sakarya.
- Fast, G. R. (1997). Using analogies to overcome student teachers' probability misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 325-344.
- Fast, G. R. (1999). Analogies and reconstruction of probability knowledge. *School Sciences And Mathematics*, 99(5), 230-240.
- Fırat, S., Gürbüz, R. ve Doğan, M. (2016). Öğrencilerin bilgisayar destekli argümantasyon ortamında olasılıksal tahminlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi* 8(24), 906-944.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. London: D. Reidel Publishing Company.
- Fischbein, E. & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed). New York: Mc Graw-Hill.
- Geçim, A. D., (2012). *The effect of creative drama-based instruction on seventh grade*

- students' mathematics achievement in probability concept and their attitudes toward mathematics* Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Greer, B. (2001). Understanding probabilistic thinking: The legacy of Efraim Fischbein. *Educational Studies in Mathematics*, 45, 15-33.
- Güler, A., Halıcıoğlu, M. B. & Taşgın, S. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel araştırma yöntemleri* (1. bs.), Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Gürbüz, R. (2006). Olasılık kavramlarıyla ilgili geliştirilen öğretim materyallerinin öğrencilerin kavramsal gelişimine etkisi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 59-68.
- Gürbüz, R. (2007). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 259-270.
- Gürbüz, R., Cathloğlu, H. Birgin, O. & Erdem, E. (2010). An investigation of fifth grade students' conceptual development of probability through activity based instruction: a quasi-experimental study. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(2), 1021-1069.
- Gürbüz, R., & Erdem, E. (2014). Matematiksel ve olasılıksal muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesi: 7. sınıf örneği. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(14), 205-230.
- Güzel, N., & Ünal, H. (2015). Olmak ya da olmamak: Olasılık; işte bütün mesele!, İsmail Özgür Zembat, Mehmet Fatih Özmantar, Erhan Bingölbali, Hakan Şandır, Ali Delice (Eds.), *Tanımlar ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (2. bs.) (s. 709-720). Ankara: Pegem Akademi.
- Hall, W., Davis, N., Bolen, L. & Chia, R. (1999). Gender and racial differences in mathematical performance. *The Journal of Social Psychology*, 139(6), 677-689.
- Hayat, F. (2009). *İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri ve kavram yanlışlarının belirlenmesi* Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- İlgün, M. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının olasılık ile ilgili kavram yanlışları ve bu yanlışların temelinde yatan nedenlerin incelenmesi* Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Jones, A.G., Thornton, C. A., Langrall, C. W. & Mogill, T. A. (1996). Using children's probabilistic thinking to inform instruction. *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 20th*, Valencia, Spain.

- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A.T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics* 32, 101-125.
- Jones, G.A., Thornton, C.A., Langrall, C.W. & Tarr, J.E. (1999). Understanding students' probabilistic reasoning. *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*, 146-156.
- Karapür, İ., (2002). *Van'daki liselerde olasılık öğretiminde görülen kavram yanlışları* Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.
- Lamprianou, I. & Lamprianou T. A. (2003). The nature of pupils' probabilistic thinking in primary schools in Cyprus. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 173-180.
- Memnun, D. S. (2008). Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememeye nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 89-101.
- Memnun, D. S., Altun, M. & Yılmaz, A. (2010). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlama düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 23(1), 11-29.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Mut, A. İ. (2003). *Investigation of students' probabilistic misconceptions* Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Nazlıççek-Koyuncu, N. (2000). *Improving problem solving abilities of students on probability by using computer assisted instruction* Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
- Olkun, S. & Toluk-Uçar, Z. (2009). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (4. bs.). Ankara: Maya Akademi.
- Öçal, M. F. (2014). *Students' intuitively-based misconceptions in probability: Teachers'*

- awarenesses and teaching practices in middle and high schools Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Özdemir, G. (2012). *Yapılandırmacı öğretim yaklaşımına uygun olarak hazırlanmış çalışma yapraklarıyla 7. sınıflarda olasılık öğretimi* Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Özen, M. (2013). *Investigation of pre-service mathematics teachers' critical thinking processes through statistical and probabilistic knowledge in the context of popular media texts* Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Polaki, M. V. (2000). *Using instruction to trace Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking* Doktora Tezi, Illinois State University, Amerika Birleşik Devletleri.
- Polaki, M. V. (2002). Using instruction to identify key features of Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(4), 285-313.
- Shaughnessy, J. M. (1993). Probability and statistics. *Mathematics Teacher*, 86(3), 244-248.
- Seis, A. (2011). *6-8. Sınıf matematik ders kitaplarının PISA 2003 Belirsizlik Ölçeği'ne göre incelenmesi* Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Sümersan-Seyhanlı, S. (2007). *Graf teorisinin ilköğretim 8. Sınıf olasılık konusunun öğretiminde öğrenci başarısına etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Şan, İ. (2014). *7. Sınıf matematik dersi olasılık ve istatistik öğrenme alanının öğretiminde "sınav yoluyla öğrenme yöntemi"nin öğrencilerin akademik başarı, tutum ve sınav kaygısına etkisi* Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.
- Şen, N. (2010). *İlköğretim altıncı sınıf matematik dersinde bilgisayar destekli sezgisel düşünme kontrollü olasılık öğretiminin öğrencilerin akademik başarı ve sezgisel düşünme düzeylerine etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Şen, Ö. (2017). Matematik dersi ortaokul öğretim programlarının karşılaştırılması: 2009-2013-2017. *Curr Res Educ*, 3(3), 116-128.
- Tarr, J. E. & Jones, G. A. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence, *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 39-59.
- Topbaş- Tat, E. (2014). *Kavramsal değişim temelli öğretimin onuncu sınıf öğrencilerinin*

- olasılık kavramlarını anlamaları, olasılık başarıları ve olasılığa yönelik tutumları üzerine etkisi* Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Tuncer, T. (2011). *Matematik dersi yedinci sınıf "permütasyon ve olasılık" konusunda uygulanan üstbiliş stratejilerinin, öğrencilerin başarılarına, üstbiliş becerilerine, tutumlarına ve kalıcılığa etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Tunç, E. (2006). *Özel ilköğretim okulları ile devlet okullarının 8. sınıf öğrencilerine olasılık konusundaki bilgi ve becerileri kazandırma düzeylerinin değerlendirilmesi* Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Umay, A. (2003). *Matematikselsel muhakeme yeteneği, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24, 234-243.*
- Ünlü, M. (2008). *İşbirlikli öğretim yönteminin 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersi 'permütasyon ve olasılık' konusunda akademik başarı ve kalıcılık düzeylerine etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Ünlü, V. (2015). *7. sınıf matematik dersi 'olasılık ve istatistik' öğrenme alanında yazma etkinliklerinin öğrencilerin başarı, tutum ve üst bilişlerine etkisi* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay- Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim (7. bs.)* (Çeviri: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.
- Yağcı, F. (2010). *The effect of instruction with concrete models on eighth grade students' probability achievement and attitudes toward probability* Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Yazıcı, E. (2002). *Permütasyon ve olasılık konusunun buluş yoluyla öğretilmesi* Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü [YEĞİTEK] (2011). *PISA Türkiye*. Ankara: Eğitek.
- Yıldırım, A. & Simsek, H. (2016). *Nitel araştırma yöntemleri (10. bs.)*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yücel, Z. & Koç, M. (2011). *İlköğretim öğrencilerinin matematik dersine karşı tutumlarının başarı düzeylerini yordama gücü ile cinsiyet arasındaki ilişki*. *İlköğretim Online, 10(1), 133-143.*
- Watson, J. M. & Moritz, J. B. (2002). *School students' reasoning about conjunction and conditional events. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 33, 59-84.*

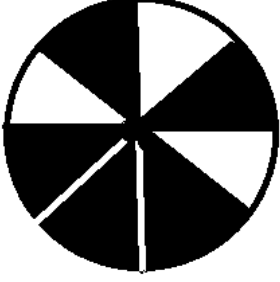


Way, J. 2003. The development of young children's notions of probability. Proceedings  
Of Cerme-3.

## EKLER

### Ek-1: Görüşme soruları

#### Problem 1: Şimdi Hangi Renk?



Bir oyunda oynadığını düşün! Oyuna başlamadan önce her oyuncu siyah ya da beyaz renk seçiyor. Sonra, oyuncular sırayla çarkı çeviriyor. Her bir oyuncu çarkın ibresi seçtiği renge geldiği her seferde 1 puan kazanıyor. En yüksek puanı alan bir ödül kazanıyor.

- *Oyunu kazanmak istiyorsan, hangi rengi seçersin?*
- *Nasıl karar verdin?*
- *Beyaz bölümün gelme olasılığı mı daha fazla, siyah bölümün gelme olasılığı mı?*

#### Problem 2:



- *Altı yüzlü bir zarı havaya attığında hangi sonuçların gelme ihtimali vardır? Listeleyiniz*
- *Sizce hangi sonucun gelme ihtimali daha yüksektir? Neden?*
- *7 gelme olasılığı nedir? Nasıl hesaplırsın?*
- *7'den küçük gelme olasılığı nedir? Nasıl hesaplırsın?*

### Problem 3:



- *Bir çift zar atıldığında oluşabilecek tüm durumlar nelerdir?*
- *6-6 gelme olasılığı nedir? Nasıl hesaplırsın?*

**Problem 4:** Okul fuarındaki bir oyunda, bir para ve bir zar aynı zamanda atılıyor. Tura ve bir 6 gelirse bir ödül kazanacaksın

- *Tüm olası sonuçlar nelerdir? Hepsini düşündüğünü nereden biliyorsun?*
- *Sence paranın tura gelmesi mi daha düşük ihtimalli, zarın 6 gelmesi mi?*

### Problem 5: Pantolonlar ve Ayakkabılar

Tolga'nın üst çekmecesinde 3 farklı pantolon var: 1 gri, 1 beyaz ve 1 kırmızı.

Alt çekmecedeki ise 2 çift ayakkabısı var: 1 siyah ve 1 kahverengi.

- *Tolga çekmecelere bakmadan, bir pantolon ve bir çift ayakkabı seçerse, bunu kaç farklı yolla yapabilir?*
- *Tolga'nın bir pantolon ve bir çift ayakkabı giymek için seçebileceği bütün olası yolları listeler misin?*
- *Kırmızı pantolonu seçme olasılığı nedir?*

\*Tolga'nın bir diğer çekmecesinde de 1 mavi, 1 krem rengi gömleği vardır.

- *Tolga çekmecelere bakmadan, 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabıyı kaç farklı yolla seçebilir?*
- *Tolga'nın 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabı giymek için bütün olası seçenekleri listeler misin?*

### Problem 6: Pelin'in Gardırobu

Pelin'in üst çekmecesinde 7 bluzu var: 1 kırmızı, 1 yeşil, 3 mavi ve 2 sarı.

Alt çekmecesinde ise 3 eteği var: 1 beyaz, 1 pembe ve 1 lacivert.

- *Eğer çekmecelere bakmadan bir bluz ve etek seçerse, bunu kaç yolla yapabilir?*
- *En çok hangi bluzu giyme ihtimali var?*
- *Sarı bir bluzu seçme olasılığı nedir?*

\*Pelin'in bir diğer çekmecesinde de 1 siyah, 1 krem rengi ayakkabısı vardır.

*Pelin çekmecelere bakmadan, 1 bluz, 1 etek ve 1 çift ayakkabıyı kaç farklı yolla seçebilir?*

*Pelin'in 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabı giymek için bütün olası seçenekleri listeler misin?*

### **Problem 7:**

Bir parayı 10 kere havaya atarak, sonuçlarını yazar mısın?



### **Problem 8: Bozuk Para Atma Oyunu**

Mehmet ve Tolga yazı-tura oyununu oynuyor. Her biri hilesiz bir para atıyor. Eğer paralarda aynı yüz gelirse Mehmet 1 puan kazanır, eğer paralarda farklı yüzler gelirse Tolga kazanır.

- *Mehmet oyunun adaletsiz olduğunu (adil olmadığını) söylüyor. Her biri bir puan kazanabileceğinden Tolga oyunun adaletli (adil) olduğunu söylüyor.*
- *Sen ne düşünüyorsun?*

### Problem 9: Şimdi Hangi Torba?



- 1.torbada 6 top vardır: 3 kırmızı ve 3 mavi.
- 2.torbada 11 top vardır: 5 kırmızı ve 6 mavi.

Sen ve ben bir oyun oynayalım. Eğer sen kırmızıyı bulursan ödülü sen alırsın. Aksi takdirde ödülü ben alırım.

- *Kırmızı top çekmek için hangi torba daha iyi?*
- *Nasıl karar verdin?*

### Problem 10:



- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 1 ahududu       | 2 ahududu       |
| 4 yaban mersini | 3 yaban mersini |

İki adet sakız makinesi var. Bir makinede 1 ahududu ve 4 tane yaban mersinli sakız topları var. Diğer makinede ise 2 ahududu ve 3 yaban mersini var.

*Eğer ahududulu istiyorsan, hangi sakız topu makinesi daha iyi? Ya da iki makineden de ahududu alma şansı aynı mı?*

**Problem 11:**



3 ahududu  
3 yaban mersini

1 ahududu  
1 yaban mersini

İki adet sakız makinesi var. Bir makinede 3 ahududu ve 3 tane yaban mersinli sakız topları var. Diğer makinede ise 1 ahududu ve 1 yaban mersini var.

*Eğer ahududulu istiyorsan, hangi sakız makinesi daha iyi? Ya da iki makineden de ahududu alma şansı aynı mı?*

**Problem 12:**

Sınıf bir başkan ve bir başkan yardımcısı seçecek. Katılan 5 kişi var: Berna, Selin, Merve, Rıza ve sen.

- *Başkanın kız olması mı, erkek olması mı daha fazla olası? Neden?*
- *Başkanın sen olması mı, olmaması mı daha fazla olası?*

Başkanın kim olduğu belli oldu: Merve

- *Başkan yardımcısının kız olması mı, erkek olması mı daha fazla olası? Neden?*
- *Başkan olmanla kıyaslandığında, başkan yardımcısı olma şansın değişti mi, yoksa başkan olmanla aynı mı? Neden?*

**Problem 13:**

Pınar, 1 ile 10 arasında bir sayı düşünüyor ve Fatih'in bunu tahmin etmesini istiyor.

*Fatih'in doğru cevap verme olasılığı nedir?*

Pınar, Fatih'in tahminin hemen öncesinde ona ipucu vererek tuttuğu sayının 6'dan büyük olduğunu söyledi.

*Bu ipucu Fatih'in sayıyı tahmin etme şansını nasıl etkiler? Doğru sayıyı tahmin etmesi şansı değişti mi? Açıklayınız.*

**Problem 14:**



Bir para dört kez atılıyor ve sonuç TTTT (tura-tura-tura-tura) oluyor. Beşinci atışta sonucun yazı gelme olasılığı mı tura gelme olasılığı mı daha yüksektir?

**Problem 15:**

Kırmızı-beyaz bir pulu beş kez çevirdiğimi ve sonucun kaydettiğimi varsayalım.

*Aşağıdaki sıralanışlardan hangisi beş atışın en çok olası sonucudur veya tüm dört sıralanış eşit olarak olası mıdır?*

- KKKBB    •BKKBK    •BKBBB    •KBKKBK

*Cevabınızı doğrulayın.*

**Problem 16:**



- Torbadan çekilen topun kırmızı mı yoksa mavi olma olasılığı mı daha yüksektir?
- Torbadan çekilen bir topun mavi olma olasılığı nedir?
- Torbadan çekilen bir topun kırmızı olma olasılığı nedir?
- Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılırsa ikinci topun kırmızı olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir?

- Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılırsa ikinci topun mavi olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir?
- Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılmazsa ikinci topun kırmızı olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir?

Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılmazsa ikinci topun mavi olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şansı değişmiş midir?



**Ek-2: Görüşme sorularında her alt problemin ölçtüğü olasılıksal kavramlar ve alt kavramlar**

ÖU: Örnek uzay

OK: Olasılığın Karşılaştırılması

ODO: Olayın Deneysel Olasılığı

KO: Koşullu Olasılık

OTO: Olayın Teorik Olasılığı

B: Bağımsızlık

**Görüşme Soruları:**

**1. Problem: ÖU, OTO**

**ÖU2a: Bir aşamalı deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.**

- *Oyunu kazanmak istiyorsan, hangi rengi seçersin? Nasıl karar verdin?*

**OTO: En çok veya en az olası olayları tahmin eder.**

- *Beyaz bölümün gelme olasılığı mı daha fazla, siyah bölümün gelme olasılığı mı?*

**2. Problem: ÖU, OTO**

**ÖU2a: Bir aşamalı deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.**

- *Altı yüzlü bir zarı havaya attığında hangi sonuçların gelme ihtimali vardır? Listeleyiniz.*

**OTO: En çok veya en az olası olayları tahmin eder.**

- *Sizce hangi sonucun gelme ihtimali daha yüksektir? Neden?*

**OTO1b: Kesin ve imkansız olayları fark eder.**

- *7 gelme olasılığı nedir? Nasıl hesaplırsın?*
- *7'den küçük gelme olasılığı nedir? Nasıl hesaplırsın?*

**3. Problem: ÖU, OTO**

**ÖU4a: İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.**

- *Bir çift zar atıldığında oluşabilecek tüm durumlar nelerdir?*

**OTO: İki aşamalı deneyler için olaya sayısal bir olasılık atar.**

- *Bir çift zar atıldığında 6-6 gelme olasılığı nedir? Nasıl hesaplırsın?*

#### **4. Problem: ÖU, OK**

##### **ÖU2b: İki aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.**

- *Tüm olası sonuçlar nelerdir? Hepsini düşündüğünü nereden biliyorsun?*

##### **OK: İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.**

- *Sence paranın tura gelmesi mi daha düşük ihtimalli, zarın 6 gelmesi mi?*

#### **5. Problem: ÖU, OTO**

##### **ÖU2b: İki aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.**

- *Tolga'nın bir pantolon ve bir çift ayakkabı giymek için seçebileceği bütün olası yolları listeler misin?*

##### **ÖU4a: İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.**

- *Tolga çekmecelere bakmadan, bir pantolon ve bir çift ayakkabı seçerse, bunu kaç farklı yolla yapabilir? (Öğrencinin hesaplamayı strateji kullanarak veya sayarak yapıp yapmadığı araştırılır)*

##### **ÖU4b: Üç aşamalı durumlar için çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.**

- *Tolga çekmecelere bakmadan, 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabıyı kaç farklı yolla seçebilir?*
- *Tolga'nın 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabı giymek için bütün olası seçenekleri listeler misin?*

#### **6. Problem: ÖU, OTO**

##### **ÖU2b: İki aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.**

##### **ÖU4a: İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.**

- *Eğer çekmecelere bakmadan 1 bluz ve 1 etek seçerse, bunu kaç yolla yapabilir?*

**ÖU4b: Üç aşamalı durumlar için çıktıların tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.**

- *Pelin çekmecelere bakmadan, 1 bluz, 1 etek ve 1 çift ayakkabıyı kaç farklı yolla seçebilir?*
- *Pelin'in 1 pantolon, 1 gömlek ve 1 çift ayakkabı giymek için bütün olası seçenekleri listeler misin? (Öğrencinin hesaplamayı strateji kullanarak veya sayarak yapıp yapmadığı araştırılır)*

**OTO: En çok veya en az olası olayları tahmin eder.**

- *En çok hangi bluzu giyme ihtimali var?*

**OTO: Bir olaya sayısal bir olasılık atar.**

- *Sarı bir bluzu seçme olasılığı nedir?*

**7. Problem: ODO**

**ODO: Deneysel olasılık deneme örnekleminin farkına varır.**

- *Bir parayı 10 kere havaya atarak, sonuçlarını yazar mısın? (Daha sonra 10 kere daha gerekirse 10 kere daha deneme yaptırarak öğrencinin deneme sonuçlarını değerlendirmesi sorgulanarak seviyesi belirlenir)*

**8. Problem: ÖU, OTO, OK**

**ÖU4a: İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.**

**OK: “Adil” olasılık durumlarını “adil olmayan”lardan ayırt eder.**

**OTO: Bir olaya sayısal bir olasılık atar.**

- *Mehmet oyunun adaletsiz olduğunu (adil olmadığını) söylüyor. Her biri bir puan kazanabileceğinden Tolga oyunun adaletli (adil) olduğunu söylüyor. Sen ne düşünüyorsun? (Araştırmacı görüşme esnasında Mehmet ve Tolga'nın hangi durumlarda kazanabileceği ve kazanma olasılık değerlerini sorgulayarak alınan cevaplara göre seviye belirler.*

**9. Problem:** ÖU, OTO, OK

**OK:** İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.

- *1.torbada 6 top vardır: 3 kırmızı ve 3 mavi.  
2.torbada 11 top vardır: 5 kırmızı ve 6 mavi.*

*Sen ve ben bir oyun oynayalım. Eğer sen kırmızıyı bulursan ödülü sen alırsın. Aksi takdirde ödülü ben alırım. Kırmızı top çekmek için hangi torba daha iyi? Nasıl karar verdin?*

**OTO:** Bir olaya sayısal bir olasılık atar.

**ÖU2a:** Bir aşamalı deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.

- *Araştırmacı görüşme esnasında verilen torbaların örnek uzaylarını ve torbalardaki kırmızı top çekme olasılık değerlerini sorgulayarak seviye belirler)*

**10. Problem:** ÖU, OTO, OK

**OK:** İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.

- *İki adet sakız makinesi var. Bir makinede 1 ahududu ve 4 tane yaban mersinli sakız topları var. Diğer makinede ise 2 ahududu ve 3 yaban mersini var. Eğer ahududulu istiyorsan, hangi sakız topu makinesi daha iyi? Ya da iki makineden de ahududu alma şansı aynı mı?*

**ÖU2a:** Bir aşama deneyleri için sonuçların listesini kurar.

**OTO:** Bir olaya sayısal bir olasılık atar.

- *(Araştırmacı görüşme esnasında verilen sakız makinelerinin örnek uzaylarını ve makinelerdeki ahududulu sakız çekme olasılık değerlerini sorgulayarak seviye belirler)*

**11. Problem:** ÖU, OTO, OK

**OK:** İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.

- *İki adet sakız makinesi var. Bir makinede 3 ahududu ve 3 tane yaban mersinli sakız topları var. Diğer makinede ise 1 ahududu ve 1 yaban mersini var.*

*Eğer ahududulu istiyorsan, hangi sakız makinesi daha iyi? Ya da iki makineden de ahududu alma şansını aynı mı?*

**ÖU2a: Bir aşamalı deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.**

**OTO: Bir olaya sayısal bir olasılık atar.**

- *(Araştırmacı görüşme esnasında verilen sakız makinelerinin örnek uzaylarını ve makinelerdeki ahududulu sakız çekme olasılık değerlerini sorgulayarak seviye belirler)*

**12. Problem: OTO, OK, KO**

**OTO: Bir olaya sayısal bir olasılık atar.**

**OTO: En çok veya en az olası olayları tahmin eder.**

- *Başkanın kız olması mı, erkek olması mı daha fazla olası? Neden?*
- *Başkanın sen olması mı, olmaması mı daha fazla olası?*

**OK: İki farklı örnek uzaylardaki bir olayın olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılar kullanır.**

**KO: Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.**

- Başkanın kim olduğu belli oldu: Merve  
*Başkan yardımcısının kız olması mı, erkek olması mı daha fazla olası? Neden?  
Başkan olmanla kıyaslandığında, başkan yardımcısı olma şansın değişti mi, yoksa başkan olmanla aynı mı? Neden?*

**13. Problem: OTO, OK, KO**

**OTO: Bir olaya sayısal bir olasılık atar.**

- *Pınar, 1 ile 10 arasında bir sayı düşünüyor ve Fatih'in bunu tahmin etmesini istiyor.*
- *Fatih'in doğru cevap verme olasılığı nedir?*

**OK: İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.**

**KO: Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.**

- Pınar, Fatih'in tahminin hemen öncesinde ona ipucu vererek tuttuğu sayının 6'dan büyük olduğunu söyledi.
- Bu ipucu Fatih'in sayıyı tahmin etme şansını nasıl etkiler? Doğru sayıyı tahmin etmesi şansı değişti mi? Açıklayınız.

**14. Problem:** OTO, B

**OTO:** Bir olaya sayısal bir olasılık atar.

**B:** Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark eder.

- Bir para dört kez atılıyor ve sonuç TTTT (tura-tura-tura-tura) oluyor. Beşinci atışta sonucun yazı gelme olasılığı mı tura gelme olasılığı mı daha yüksektir? (Görüşme esnasında beşinci atışta tura ve yazı gelme olasılıklarının değeri sorgulanarak OTO seviyesi belirlenir)

**15. Problem:** OTO, B

**OTO:** Bir olaya sayısal bir olasılık atar.

**B:** Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark eder.

- Kırmızı-beyaz bir pulu beş kez çevirdiğimi ve sonucun kaydettiğimi varsayalım. Aşağıdaki sıralanışlardan hangisi beş atışın en çok olası sonucudur veya tüm dört sıralanış eşit olarak olası mıdır?  
 •KKKBB    •BKKBK    •BKBBB    •KBKKBK  
 Cevabınızı doğrulayın.

**16. Problem:** OTO, OK, KO, B

**OTO:** Bir olaya sayısal bir olasılık atar.

**OTO:** En çok veya en az olası olayları tahmin eder.

- Torbadan çekilen topun kırmızı mı yoksa mavi olma olasılığı mı daha yüksektir?
- Torbadan çekilen bir topun mavi olma olasılığı nedir?
- Torbadan çekilen bir topun kırmızı olma olasılığı nedir?

**OK:** İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.

**KO: Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiiğini fark eder.**

**B: Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark eder.**

**B4: Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanır.**

- *Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılırsa ikinci topun kırmızı olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şans değişmiş midir?*
- *Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılırsa ikinci topun mavi olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şans değişmiş midir?*
- *Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılmazsa ikinci topun kırmızı olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şans değişmiş midir?*
- *Torbadan çekilen ilk top geri torbaya atılmazsa ikinci topun mavi olma olasılığı nedir, ilk duruma göre şans değişmiş midir?*

### **Ek-3: Kodlar**

#### **1) ÖRNEK UZAY(ÖU)**

**ÖU1:** Bir aşamalı bir deneyin çıktılarının listesini eksik kurar.

**ÖU2a:** Bir aşamalı deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.

**ÖU2b:** Bazen iki aşama deneylerin çıktılarının kümesini tam listeler.

**ÖU3a:** Kısmen üretken bir strateji kullanarak iki aşamalı bir deneyin çıktılarını tutarlı bir şekilde listeler.

**ÖU4a:** İki aşamalı deneylerin çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.

**ÖU4b:** Üç aşamalı durumlar için çıktılarının tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular.

#### **2) OLAYIN DENEYSEL OLASILIĞI (ODO)**

**ODO:** Deneysel olasılık deneme örnekleminin farkına varır.

**ODO1a:** Rastgele deneylerden elde edilen verileri ilgisiz olarak değerlendirir.

**ODO1b:** En fazla veya en az olası olayı belirlemek için öznel yargılar kullanır.

**ODO2a:** En fazla veya en az olası olayı belirlerken deneysel verinin küçük örneklerine çok fazla inanır.

**ODO2b:** Herhangi bir örneklemin ana popülasyonunun *temsili* olması gerektiğine inanır.

**ODO2c:** Deneysel veriler yerleşmiş fikirlerle çatıştığında öznel yargılara geri dönebilir.

**ODO3a:** En fazla veya en az olası olan olayı belirlemek için daha kapsamlı örnekleminin gerekli olduğunu fark etmeye başlar.

**ODO3b:** Denemelerin bir örneğinin teorik olasılıktan önemli ölçüde farklı olan deneysel bir olasılık ürettiğini fark eder.

**ODO4a:** Deneysel olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun veriyi toplar.

**ODO4b:** Denemelerin büyük bir örneğinden belirlenen deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını fark eder.

**ODO4c:** Bir olayın olasılığının yalnızca deneysel olarak belirlenebileceği durumları belirleyebilir.

#### **3) OLAYIN TEORİK OLASILIĞI (OTO)**

**OTO:** En çok veya en az olası olayları tahmin eder.

**OTO:** İki aşamalı deneyler için olaya sayısal bir olasılık atar.

**OTO:** Bir olaya sayısal bir olasılık atar.

**OTO1a:** Öznel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder.



**OTO1b:** Kesin ve imkansız olayları fark eder.

**OTO2:** Niceliksel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder ama öznel yargılara geri dönebilir.

**OTO3a:** Niceliksel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayları tahmin eder.

**OTO3b:** Olasılıkları karşılaştırmak için sayıları informel olarak kullanır.

**OTO4a:** Bir aşamalı deneyler için en çok veya en az olası olayları tahmin eder.

**OTO4b:** Basit iki aşamalı deneyler için en çok veya en az olası olayları tahmin eder.

**OTO4c:** Bir olaya sayısal bir olasılık atar (gerçek bir olasılık veya bir ihtimal şekli).

#### **4) OLASILIĞIN KARŞILAŞTIRILMASI (OK)**

**OK:** İki farklı örnek uzaylardaki olayın olasılıklarını karşılaştırır.

**OK:** “Adil” olasılık durumlarını “adil olmayan”lardan ayırt eder.

**OK1a:** İki farklı örnek uzaylardaki bir olayın olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılar kullanır.

**OK1b:** “Adil” olasılık durumlarını “adil olmayan”lardan ayırt edemez.

**OK2a:** Niceliksel yargılara dayanarak olasılık karşılaştırmaları yapar- her zaman doğru bir şekilde değil.

**OK2b:** “Adil” olasılık durumlarını “adil olmayan”lardan ayırt etmeye başlar.

**OK3a:** Karşılaştırmaları açıklamak için doğru niceliksel akıl yürütmeyi kullanır ve olasılıkları ifade etmenin kendi yollarını bulur.

**OK3b:** “Adil” ve “adil olmayan” olasılık durumlarını ayırt etmek için niceliksel akıl yürütmeyi kullanır.

**OK4:** Sayısal bir olasılık atar ve doğru bir karşılaştırma yapar.

#### **5) KOŞULLU OLASILIK (KO)**

**KO:** Olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder.

**KO1a:** Bir aşamalı bir deneyin ilk denemesinin ardından ikinci deneme için olası çıktıların tam bir listesini her zaman vermez.

**KO1b:** Değişen durumları (koşulları) yorumlamada öznel akıl yürütmeyi kullanır.

**KO2:** Bazı olayların olasılığının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder; fakat farkındalık eksiktir ve genellikle yalnızca daha önceden gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlıdır.

**KO3a:** Tüm olayların olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder, niceliklerle değişen olasılığı ölçer.

**KO3b:** Niceliklerle değişen olasılığı ölçebilir.

**KO4a:** Değişen ve değişmeyen durumlara (koşullara) sayısal olasılık atar.

**KO4b:** Değişen ve değişmeyen durumlarda(koşullarda) her bir denemeden önce ve sonra olayların olasılığını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütmeyi kullanılır.

## **6) BAĞIMSIZLIK (B)**

**B:** Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olduğunu fark eder.

**B1a:** Ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmek için bir eğilimi vardır.

**B1b:** Birinin bir deneyin çıktısını kontrol edebileceğine dair yaygın bir inancı vardır.

**B2a:** Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olabileceğini fark etmeye başlar

**B2b:** Bir sonraki çıktıyı tahmin etmek için önceki denemelerden çıktıların *dağılımını* kullanır (temsilcilik).

**B3a:** Yerine koyarak ve yerine koymayarak durumlarında bağımsız ve bağımlı olayları ayırt edebilir.

**B3b:** Temsilciliğe dayalı stratejilere geri dönebilir.

**B4:** Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanır.

## Ek-4: Olasılıksal kavramların akıl yürütme seviyelerine göre açıklaması ve kodlar

YAPI	Seviye 1 Öznel	Seviye 2 Geçişken	Seviye 3 İnförmel Nicel	Seviye 4 Sayısal
<b>Örnek Uzay</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin çıktıların tam olmayan bir kümesini listeler (ÖU1)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin ve bazen iki aşamalı bir deneyin çıktıların tam bir kümesini listeler (ÖU2a, ÖU2b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kısmen üretken bir strateji kullanarak iki aşamalı bir deneyin çıktıların tutarlı bir şekilde listeler (ÖU3a)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>İki ve üç aşamalı durumlar için çıktıların tamamlanmış listesini sağlamak için üretken bir strateji benimser ve uygular (ÖU4a, ÖU4b)</li> </ul>
<b>Bir Olayın Deneyisel Olasılığı</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Rastgele deneylerden elde edilen ve rileri ilgisiz olarak değerlendiren ve en fazla veyahut en az olası olayı belirlemek için öznel yargılar kullanır (ODO1a)</li> <li>Deneyisel ve teorik olasılıklar arasındaki herhangi bir ilişkinin çok az veya hiç farkındalığını gösterir (ODO1b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>En fazla veya en az olası olayı belirlerken deneySEL ve rinin küçük örneklerine çok fazla inanır, herhangi bir örneklerin ana popülasyonunun temsilii olması gerektiğine inanır (ODO2a, ODO2b)</li> <li>DeneySEL ve riler yerleşmiş fikirlerle çatıştığında öznel yargılara geri dönebilir (ODO2c)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>En fazla veya en az olası olan olayı belirlemek için daha kapsamlı örneklemenin gerekli olduğunu fark etmeye başlar (ODO3a)</li> <li>Denemelerin bir örneğinin teorik olasılıktan önemli ölçüde farklı olan deneySEL bir olasılık ürettiğini fark eder (ODO3b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>DeneySEL olasılık için sayısal bir değer belirlemek üzere uygun ve riyi toplar (ODO4a)</li> <li>Denemelerin büyük bir örneğinden belirlenen deneySEL olasılığın teorik olasılığa yaklaşığını fark eder (ODO4b)</li> <li>Bir olayın olasılığının yalnızca deneySEL olarak belirlenebileceği durumları belirleyebilir (ODO4c)</li> </ul>
<b>Bir Olayın Teorik Olasılığı</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Öznel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder (OTO1a)</li> <li>Kesin ve imkansız olayları fark eder (OTO1b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Niceliksiz yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayı tahmin eder ama öznel yargılara geri dönebilir (OTO2)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Niceliksiz yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayları tahmin eder (OTO3a)</li> <li>Olasılıkları karşılaştırmak için sayıları införmel olarak kullanır (OTO3b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir ve basit ikiaşamalı deneyler için en çok veya en az olası olayları tahmin eder (OTO4a, OTO4b)</li> <li>Bir olaya sayısal bir olasılık atar (gerçek bir olasılık veya bir ihtimal şekli) (OTO4c)</li> </ul>
<b>Olasılıkların Karşılaştırılması</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>İki farklı örnek uzaylardaki bir olayın olasılıklarını karşılaştırmak için öznel yargılar kullanır (OK1a)</li> <li>"Adil" olasılık durumlarını "adil olmayan"lardan ayırt edemez (OK1b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Niceliksiz yargılara dayanarak olasılık karşılaştırmaları yapar, ancak her zaman doğru bir şekilde değil (OK2a)</li> <li>"Adil" olasılık durumlarını "adil olmayan"lardan ayırt etmeye başlar (OK2b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Karşılaştırmaları açıklamak için doğru niceliksiz akıl yürütme kullanır ve olasılıkları ifade etmenin kendi yollarını bulur (OK3a)</li> <li>"Adil" ve "adil olmayan" olasılık durumlarını ayırt etmek için niceliksiz akıl yürütme kullanır (OK3b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sayısal bir olasılık atar ve doğru bir karşılaştırma yapar (OK4)</li> </ul>
<b>Koşullu Olasılık</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir aşamalı bir deneyin ilk denemesinin ardından ikinci deneme için olası çıktıların tam bir listesini her zaman ve remez (KO1a)</li> <li>Değişen durumları (koşulları) yorumlamada öznel akıl yürütme kullanır (KO1b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bazı olayların olasılığının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder; fakat farkındalık eksiktir ve genellikle yalnızca daha önceden gerçekleşmiş olan olaylarla sınırlanmıştır (KO2)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tüm olayların olasılıklarının değişen bir durumda (koşulda) değiştiğini fark eder (KO3a)</li> <li>Niceliksizle değişen olasılığı ölçebilir (KO3b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Değişim ve değişmeyen durumlara (koşullara) sayısal olasılık atar (KO4a)</li> <li>Değişen ve değişmeyen durumlarda (koşullarda) her bir denemeden önce ve sonra olayların olasılığını karşılaştırmak için sayısal akıl yürütme kullanılır (KO4b)</li> </ul>
<b>Bağımsızlık</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ardışık olayların her zaman ilişkili olduğunu düşünmek için bir eğilimi vardır (B1a)</li> <li>Birinin bir deneyin çıktısını kontrol edebileceğine dair yaygın bir manca vardır (B1b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ardışık olayların ilişkili veya ilişkisiz olabileceğini fark etmeye başlar (B3a)</li> <li>Sonraki çıktıyı tahmin etmek için önceki denemelerden çıktıların dağılımını kullanır (temsilsizlik) (B3b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Yerine koyarak ve yerine koymayarak durumlarında bağımsız ve bağımlı olayları ayırt edebilir (B3a)</li> <li>Temsilsizliğe dayalı stratejilere geri dönebilir (B3b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bağımsız ve bağımlı olayları ayırt etmek için sayısal olasılık değerleri kullanır (B4)</li> </ul>

**Ek-5: Sosyal ve Beşeri Bilimleri Etik Kurulu onay belgesi**

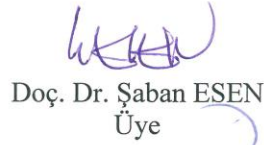
**T.C.  
BARTIN ÜNİVERSİTESİ  
Sosyal ve Beşeri Bilimleri Etik Kurulu  
ONAY BELGESİ**

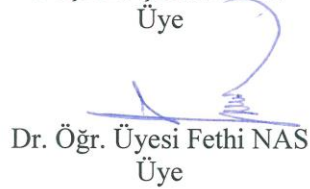
<b>Protokol No:</b>	2018-120
<b>Araştırmanın Başlığı:</b>	"5-8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi"
<b>Proje Yürütücüsü:</b>	Gülsüm Gülşah BURSALI
<b>Başvuru Formunun Geliş Tarihi:</b>	20.12.2018
<b>Karar Tarihi:</b>	25.12.2018

Başvuru dosyasında etik sorun oluşturabilecek sorular/maddeler, süreçler ya da unsurlar bulunmadığından ETİK KURUL ONAY belgesinin verilmesine oy birliği ile karar verilmiştir.

  
Prof. Dr. Aşlı YAZICI  
Başkan

  
Doç. Dr. Ayşe Derya IŞIK  
Başkan Vekili

  
Doç. Dr. Şaban ESEN  
Üye

  
Dr. Öğr. Üyesi Fethi NAS  
Üye

  
Doç. Dr. Fatma BAĞDATLI ÇAM  
Üye

  
Dr. Öğr. Üyesi Bilge SULAK AKYÜZ  
Üye

## Ek-6: Araştırma izni



T.C.  
BALIKESİR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 99191664-605.01-E.4244761

27.02.2019

Konu : Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA  
BALIKESİR

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarih ve 2017/25 sayılı genelgesi  
b) Bartın Üniversitesi Rektörlüğünün 25/01/2019 tarih ve 1900005929 sayılı yazısı.

Başvuru Sahibinin Adı Soyadı	Gülsüm Gülşah BURSALI		
Danışmanı	Dr. Öğrt. Üyesi Özge GÜN		
Kurumu/Üniversite/Görev Yeri	Bartın Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı		
Alan/Bölüm	Matematik		
Tez,Araştırma veya Anketin Konusu	5-8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi		
Başvuru Tarihi	26/02/2019	Başvuru Sayısı	4088633
Çalışma Başlama Tarihi	26/02/2019		
Çalışma Bitiş Tarihi	30/06/2019		
Veri Toplama Araçları	Görüşme Soruları (16 Problem)		
Araştırma Türü	Tez Çalışması	Araştırma Önerisi	
<b>ÇALIŞMA YAPILACAK EĞİTİM KURUMLARININ LİSTESİ</b>			
S. No	Okulun Adı	S. No	Okulun Adı
1	Edremit/ Ortaoba Eşref Kaya Ortaokulu	3	
2		4	

26/02/2019 Tarihli Araştırma İzni Başvurusu 22/08/2017 tarih ve 2017/25 sayılı Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinlerine ilişkin Genelge kapsamında değerlendirilmiştir. Buna göre, Araştırma önerisinin ve veri toplama araçlarının içerik ve kapsam yönünden Türk Millî Eğitiminin amaçlarına uygun olduğu, millî ve manevî değerlere aykırı ve kişilik haklarını zedeleyecek herhangi bir unsur taşımadığı görülmüştür.

Bakanlığımıza bağlı okul ve kurumlarda yapılacak Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik izinleri ilgi (a) genelge gereğince yukarıdaki bilgileri belirtilen çalışmanın, eğitim kurumlarında, okul/kurum müdürlüklerinin denetiminde, öğrenci ve velilerin kişisel bilgilerinin alınmaması/verilmemesi kaydı ile yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Hüseyin AŞIK  
Müdür a.  
İl Millî Eğitim Müdür Yardımcısı

Ek : Anket Formu (5 Sayfa)

OLUR  
27.02.2019  
Yakup YILDIZ  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdürü



**Ek-7: Gözlemci notları**

	Öznel	Gezici		
çak	+	+		
roz				
meşel	+	+	+	+
çort	+	+	+	
çift				
çift	+	+		
çift				
çift				

çiftler ile geldi (2) → 2 soru  
 aka çok varı bilirdi (2 soru e-madeler)  
 yaka 5 kutu, beyaz 3 kutu, beyazın at olasılık  
 soru belirtir

\* 3. problem → Ayrik seçildi  
 Paha yeni vege tura olan  
 Zana 1, 2, 3, 4, 5, 6 olanı ayrı sayılar  
 08<sup>00</sup> Anıtanın kütübe ne olur dedi  
 Sayarak (parmakla)  
 10<sup>00</sup> K'a tane sorusu buldu.  
 ⇒ Başka adı hatırlayamadı  
 11<sup>00</sup> Zana öğleleri dışınd tahaan ettirip  
 dışına  
 12<sup>00</sup> Zana 6 gelme de deyle (ofanlar)  
 13<sup>00</sup> Parada yeni vege tura gelebilir (1/2)  
 14<sup>00</sup> ✓ Örnekleme yaptı  
 → Zana 6 yit ekupından 1  
 10 dırnu yamadan bulamaz  
 yazarak yaptı  
 \* 4. problem → Çi ve kahve: 1 kaban  
 1 olasılık  
 09<sup>00</sup>  
 10<sup>00</sup> Çiye 2 → 2 → 6 olacak  
 Beyaz 2 → 4 yazmadan bulub  
 Kana 2 → 6  
 11<sup>00</sup>  
 12<sup>00</sup>  
 13<sup>00</sup>

	Euro	Altın	Borsa
Temmuz / July	Subat / February	Mart / March	Nisan / April
Pl. 7 14 21 28	Pl. 4 11 18 25	Pl. 3 10 17 24	Pl. 7 14 21 28
Sa. 1 8 15 22 29	Sa. 5 12 19 26	Sa. 4 11 18 25	Sa. 1 8 15 22 29
Ca. 2 9 16 23 30	Ca. 6 13 20 27	Ca. 5 12 19 26	Ca. 2 9 16 23 30
Ça. 3 10 17 24 31	Ça. 7 14 21 28	Ça. 6 13 20 27	Ça. 3 10 17 24 31
Ça. 4 11 18 25	Ça. 8 15 22 29	Ça. 7 14 21 28	Ça. 4 11 18 25
Ça. 5 12 19 26	Ça. 9 16 23 30	Ça. 8 15 22 29	Ça. 5 12 19 26
Ça. 6 13 20 27	Ça. 10 17 24 31	Ça. 9 16 23 30	Ça. 6 13 20 27
Ça. 7 14 21 28	Ça. 11 18 25	Ça. 10 17 24 31	Ça. 7 14 21 28
Ça. 8 15 22 29	Ça. 12 19 26	Ça. 11 18 25	Ça. 8 15 22 29
Ça. 9 16 23 30	Ça. 13 20 27	Ça. 12 19 26	Ça. 9 16 23 30
Ça. 10 17 24 31	Ça. 14 21 28	Ça. 13 20 27	Ça. 10 17 24 31
Ça. 11 18 25	Ça. 15 22 29	Ça. 14 21 28	Ça. 11 18 25
Ça. 12 19 26	Ça. 16 23 30	Ça. 15 22 29	Ça. 12 19 26
Ça. 13 20 27	Ça. 17 24 31	Ça. 16 23 30	Ça. 13 20 27
Ça. 14 21 28	Ça. 18 25	Ça. 17 24 31	Ça. 14 21 28
Ça. 15 22 29	Ça. 19 26	Ça. 18 25	Ça. 15 22 29
Ça. 16 23 30	Ça. 20 27	Ça. 19 26	Ça. 16 23 30
Ça. 17 24 31	Ça. 21 28	Ça. 20 27	Ça. 17 24 31
Ça. 18 25	Ça. 22 29	Ça. 21 28	Ça. 18 25
Ça. 19 26	Ça. 23 30	Ça. 22 29	Ça. 19 26
Ça. 20 27	Ça. 24 31	Ça. 23 30	Ça. 20 27
Ça. 21 28	Ça. 25	Ça. 24 31	Ça. 21 28
Ça. 22 29	Ça. 26	Ça. 25	Ça. 22 29
Ça. 23 30	Ça. 27	Ça. 26	Ça. 23 30
Ça. 24 31	Ça. 28	Ça. 27	Ça. 24 31
Ça. 25	Ça. 29	Ça. 28	Ça. 25
Ça. 26	Ça. 30	Ça. 29	Ça. 26
Ça. 27	Ça. 31	Ça. 30	Ça. 27
Ça. 28		Ça. 31	Ça. 28
Ça. 29			Ça. 29
Ça. 30			Ça. 30
Ça. 31			Ça. 31

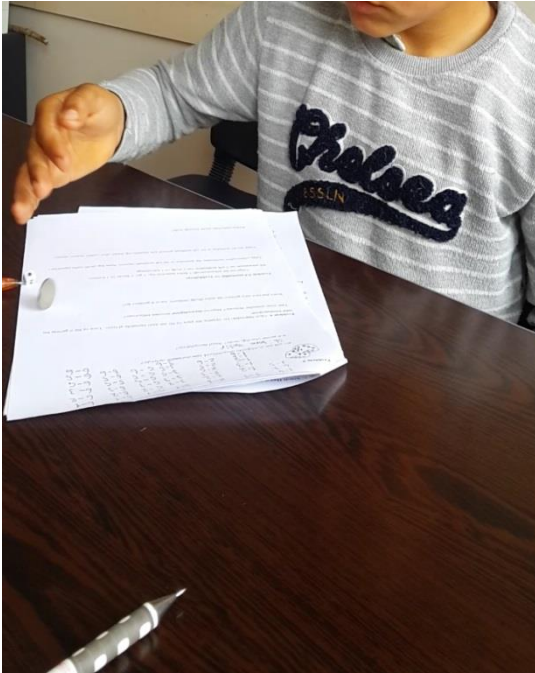
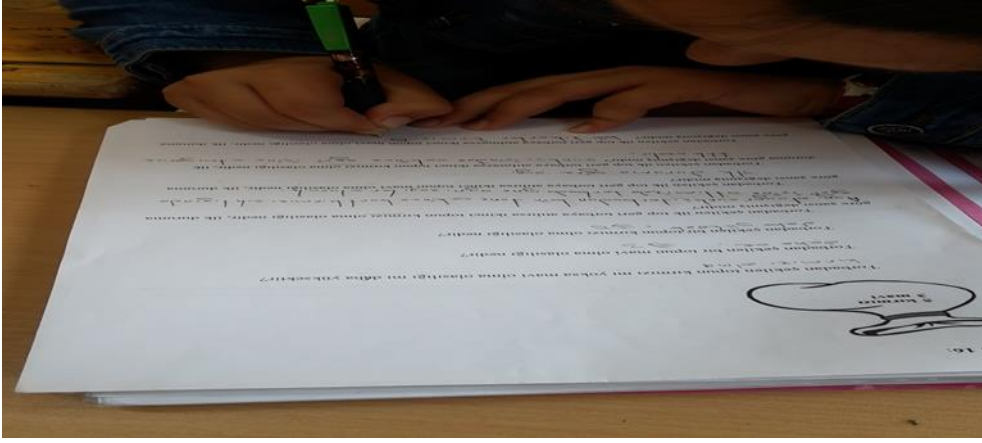
	1.	2.	3.	4.
ÖÜ	+	+	?	-
ODO	+	+	-	-
OTO	+	+	?	-
OK	+	+	-	-
KO	+	+	-	-
B	+	-	-	-

ÖÜ2 bazen, nedir (Pr 8)  
 ODO kimlikler hep yeni çok gelir (saye 2)  
 OTO kendince günceller verir.  
 En azlığı yokluğu depu yapmaz.  
 T 0%40 + 0%60  
 Enit olasılık bulunur  
 OK → Kendince güncellerle yapıyor ancak  
 yanlışlar var (Pr 9) / Adil bilmedi.  
 KO → Pr 11 farkında değil } Saye 2  
 Pr 12 farkında  
 B → Adil değil olayları çok az fark eder yada  
 etmez

	1.	2.	3.	4.
ÖÜ	+	+	-	-
ODO	+	+	-	-
OTO	+	+	+	-
OK	+	+	-	-
KO	+	-	-	-
B	+	-	-	-

ÖÜ2 listeme eksik, stratejiye  
 OTO için olasılık örnek yazı ile  
 konstrüilyar, resme almıyor sayılar  
 ODO → hep tura çok gelir, terslik.  
 OK → Pr 9 yanlış sayıya bakıyor  
 Pr 11 yanlış  
 Borsa depu bazı yanlış (saye 2)  
 öznel oku yanlış  
 KO → Bazı fark eder (Pr 13), bazen fark  
 etmez  
 B → fark eder Pr 14, 15, 16.

## Ek-8: Görüşme süreçlerinden örnekler



## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı: Gülsüm Gülşah BURSALI  
Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul/01.10.1990

### Eğitim Durumu:

Lisans Öğrenimi: Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği/2013  
Bartın Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı (AİBÜ Ortak -Tezli)/2019

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

Bilimsel Faaliyet/Yayınlar: 1) Can, G.G. & Gökkurt-Özdemir, B. (2017). Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının kavram yanılgılarına yönelik öğretimsel açıklamaları: Olasılık konusu, *26th International Conference on Educational Sciences*, (s. 2067), 23.04.2017.

İş Deneyimi: Matematik Öğretmeni, Bartın Bakioğlu Ortaokulu /2013-2015  
Matematik Öğretmeni, Bartın Ulus İmam Hatip Ortaokulu /2015-2018  
Matematik Öğretmeni, Balıkesir Edremit Ortaoba Eşref Kaya Ortaokulu /2018-halen

### İletişim :

E-Posta Adresi: [gulsahcan\\_60@hotmail.com](mailto:gulsahcan_60@hotmail.com)

Cep Tel: 0507 363 70 16

Tarih: 12/06/2019